




SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE





Robert Troup Paine to Harvard College

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCC. XIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,

Chez PANCKOUCKE, Hôtel de Thou rue des Poitevins.

M. DCC. LXXVII.



TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

GÉOMÉTRIE.

ASTRONOMIE.

ACOUSTIQUE.





TABLE POUR LES MÉMOIRES.



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCC. XIII.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

(1) ON a continué à *Brest* en 1712 & en 1713, les observations sur le flux & le reflux. Elles ont confirmé les connoissances qu'on avoit déja acquises (2), & en ont produit de nouvelles.

Le mouvement qui fait les marées est en-

(1) V. les M. p. 17. & 357. (2) Voyez l'Hist. de 1710, p. 5, & suiv. & celle de 1712, p. 1, & suiv.

core plus lié à la lune qu'on ne pensoit. Et voici les nouveaux phénomenes qui le prouvent.

Quand la lune est dans l'équateur, les marées sont plus grandes, ou la haute mer plus haute; & cet effet diminue à mesure que la lune s'éloigne de l'équateur. On entend assez que tout le reste doit être supposé égal.

M. *Cassini*, qui de toutes les observations envoyées à l'Académie tire les conséquences ou plutôt les principes qui en résultent, remarque que la précision sur cet article doit être poussée jusqu'à y faire entrer la latitude de la lune. La déclinaison d'un astre est sa distance à l'équateur, & la latitude sa distance à l'écliptique. La lune peut avoir jusqu'à 5° 20′ de latitude, & la plus grande déclinaison de l'écliptique est de 23° 30′; d'où il suit que l'orbite de la lune dans sa plus grande déclinaison peut en avoir 5° 20′ de plus ou de moins que l'écliptique, & être de cette quantité plus ou moins éloignée de l'équateur, & les marées en seront plus ou moins hautes. Par-là il faut juger de tous les degrés moyens, & par conséquent tenir compte de la latitude de la lune, qui entre dans sa distance à l'équateur.

On pourroit croire que quand la lune est dans l'équateur, elle agit par ce grand cercle sur la surface de la mer, & par conséquent y cause une plus grande pression, que quand elle est dans tous les autres cercles paralleles à l'équateur, qui ne sont que de petits cercles, & qui vont toujours en diminuant. Cette idée assez vraisemblable peut avoir cependant

quelque difficulté. Les phénomenes du flux & du reflux demandent nécessairement que quand la lune presse un endroit quelconque du globe terrestre, la pression ou le contre-coup de la pression soit le même dans l'endroit diamétralement opposé. Or, si la lune en quelque situation qu'elle soit agit toujours à la fois sur deux endroits du globe diamétralement opposés, elle agit toujours par un grand cercle. Malgré cela, il semble toujours qu'elle doit agir différemment lorsqu'elle est dans un grand cercle ou dans un petit, & que de ce qu'elle sera dans un petit, & agira par un grand, il doit résulter quelqu'action moyenne. Mais il ne faut pas prétendre encore à établir un systême, & c'est bien assez que de s'assurer des faits.

La lune a donc moins d'action sur la surface du globe quand elle est hors de l'équateur; mais alors il est bien naturel que cette moindre action soit inégalement partagée entre les deux hémisphéres du globe, l'un boréal & l'autre austral, & que si la lune est, par exemple, dans le boréal, elle y agisse plus fortement que sur l'autre, ou au contraire. Supposons qu'elle soit dans le premier degré du cancer, & qu'il s'agisse des marées de *Brest*. La lune fera une plus grande impression sur *Brest* que sur le lieu qui est sous le même demi-méridien que *Brest*, & de l'autre côté de l'équateur à égale distance. Donc la marée du même jour & de la même heure sera plus grande à *Brest* qu'en ce lieu-là, quoique tout soit parfaitement égal de part & d'autre, à cela près que l'un de ces deux

lieux est dans l'hémisphere boréal, & l'autre dans l'austral.

Mais comme il faut que la lune, selon ce que nous venons de dire, agisse également en même-temps sur deux endroits du globe diamétralement opposés, le lieu antipode de *Brest* a en même-temps que *Brest* une marée égale, & ce lieu étant dans l'hémisphere austral, il y a dans cet hémisphere deux lieux situés sous le même parallele, & sous le même méridien dont l'un antipode de *Brest* a une marée égale à celle de *Brest*, & l'autre une marée moindre. Et par la même raison il y a dans l'hémisphere boréal un quatriéme lieu, situé sous le même parallele que *Brest*, & sous le même méridien, qui a en même-temps que *Brest* une moindre marée.

De-là il suit que *Brest*, & par conséquent tout autre lieu situé hors de l'équateur, doit avoir en un même jour deux marées inégales; car le mouvement diurne de la lune se faisant toujours par des cercles paralleles à l'équateur, si *Brest* est dans un certain temps le lieu où se fait une grande marée par les raisons qui viennent d'être expliquées, il sera nécessairement douze heures après le lieu où se fera une moindre marée.

Il est bien aisé de voir que la grande marée de *Brest* arrivera quand la lune passera par le méridien de *Brest*, c'est-à-dire, dans le sujet que nous traitons présentement, par le méridien d'où dépendent les marées de *Brest*, & que la petite marée arrivera douze heures après, & que par conséquent si l'une a été celle du matin, l'autre sera celle du soir.

Par le principe général du flux & du reflux, les marées vont en diminuant des nouvelles ou pleines lunes aux quadratures, & en augmentant des quadratures aux nouvelles ou pleines lunes. Par conséquent d'une nouvelle lune au premier quartier chaque marée du matin doit être plus grande que la suivante du soir, & du premier quartier à la pleine lune chaque marée du matin doit être moindre que celle du soir; car il faut que chaque marée soit plus forte ou plus foible que la suivante selon qu'elles vont à un terme par rapport auquel elles augmentent ou diminuent de force. Par ce principe général les deux marées d'un même jour sont donc toujours inégales.

Elles le sont aussi par le principe particulier que nous venons d'expliquer, & qui consiste dans la distance de la lune à l'équateur. Il est visible que ces deux principes peuvent se combiner différemment, concourir au même effet ou se combattre. Et même il paroît par les observations que le principe particulier peut l'emporter sur le général, c'est-à-dire, que d'une nouvelle lune, par exemple, à la quadrature la marée du matin qui devoit naturellement être plus grande à *Brest* que celle du soir, sera cependant plus petite, parce que la lune aura passé à midi par le méridien de *Brest*, & par-là aura rendu plus forte la marée du soir. Or, afin que la distance de la lune à l'équateur ait beaucoup d'effet, il faut qu'elle soit considérable, & c'est pour cela que nous avons supposé la lune dans le premier degré du cancer, & afin que la lune étant nouvelle ou peu éloignée de la conjonction, passe

à midi par le méridien de *Brest*, il faut que son lieu dans le zodiaque soit le même que celui du soleil un peu éloigné, & par conséquent le cas que nous considérons ici doit arriver vers le solstice d'été.

Si la lune étoit nouvelle & dans le premier degré du capricorne, ce qui ne peut arriver qu'au solstice d'hiver, elle passeroit à midi par le méridien de *Brest*, & la marée du soir qu'elle y causeroit par ce passage seroit plus petite que celle qui viendroit douze heures après, ou le matin suivant, parce que la lune seroit dans l'hémisphere austral. Donc vers le solstice d'hiver les marées du soir dans les nouvelles lunes sont plus petites que celles du matin, & alors le principe particulier s'accorde avec le général.

Afin de rendre les idées plus simples & le discours plus concis, nous prenons ici les nouvelles ou pleines lunes & les quadratures pour les points fixes des plus grandes ou plus petites marées, mais il faut entendre, selon qu'il a été dit ailleurs, qu'elles n'arrivent que deux ou trois jours plus tard.

De ce qui vient d'être expliqué on déduira sans peine le cas où la lune seroit dans l'un ou l'autre tropique vers le temps des équinoxes. On l'a toujours supposée dans un tropique, afin que l'effet de ce principe particulier fût plus grand. Il est clair qu'il diminuera dans toutes les situations moyennes de la lune, & enfin sera nul lorsqu'elle sera dans l'équateur.

Voilà tout ce qu'on a observé jusqu'à présent des rapports du flux & du reflux à la lune;

rapports plus exacts, & pour ainsi dire, plus intimes qu'on ne croyoit. M. *Cassini* conjecture que les marées en ont aussi au soleil. On les trouve par les observations présentes plus grandes vers les équinoxes que vers les solstices, tout le reste étant égal, & plus grandes quand le soleil est dans son périgée, ce qui arrive présentement vers le solstice d'hiver, que quand il est dans son apogée. Mais peut-être ne faut-il pas se presser de lui donner part dans ces phénomenes, la lune paroît trop y dominer, & si le soleil y contribuoit, il faudroit changer tout le systême de la pression de la lune pour trouver quelqu'espece d'action qui pût être commune aux deux astres.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

(1) SI les condensations des parties d'air différemment élevées avoient un rapport réglé & connu aux différens poids dont elles sont chargées, ou ce qui est la même chose, aux différentes hauteurs de l'air supérieur, les expériences du barometre faites au bas & au haut des montagnes, donneroient sûrement la hauteur de l'air, ou de l'atmosphere. Mais tout ce qu'on peut découvrir du rapport des condensations de l'air aux poids, est

(1) V. les M. p. 72.

renfermé dans des obſervations faites fort près du globe de la terre, & qui ne tirent guère à conſéquence pour l'air pris à des hauteurs beaucoup plus grandes. On a pu voir dans pluſieurs des Hiſtoires précédentes combien juſqu'ici toute cette matiere eſt remplie d'incertitude.

M. *de la Hire* a pris une voie plus ſimple & plus ſûre pour découvrir la hauteur de l'atmoſphere. C'eſt une idée de *Kepler*, & qui eſt fort naturelle, mais *Kepler* lui-même l'a abandonnée pour la plus grande partie, & M. *de la Hire* non-ſeulement la reprend, mais il la rectifie, & la pouſſe à ſa derniere préciſion.

Il eſt établi chez tous les Aſtronomes que quand le ſoleil eſt à 18 degrés au-deſſous de l'horiſon, on commence ou l'on ceſſe de voir la premiere ou la derniere lueur du crépuſcule. Le rayon par lequel on la voit ne peut être qu'une ligne horiſontale, tangente de la terre au point où eſt l'obſervateur. Ce rayon ne peut pas venir directement du ſoleil, qui eſt ſous l'horiſon, c'eſt donc un rayon réfléchi à notre œil par la derniere ſurface intérieure & concave de l'atmoſphere. Il faut imaginer que du ſoleil qui eſt à 18° ſous l'horiſon part un rayon tangent de la terre qui va frapper cette derniere ſurface de l'atmoſphere, & de-là ſe réfléchit vers notre œil, étant encore tangent de la terre ou horiſontal. S'il n'y avoit point d'atmoſphere il n'y auroit point de crépuſcule, & par conſéquent ſi l'atmoſphere étoit moins élevée qu'elle n'eſt, le crépuſcule commenceroit plus tard ou fini-

roit plutôt, ou ce qui est la même chose, il commenceroit ou finiroit quand le soleil seroit plus proche de l'horison que de 18°, & au contraire. On voit donc que la grandeur de l'arc dont le soleil est abaissé quand le crépuscule commence ou finit, détermine la hauteur de l'atmosphere.

Cet arc, quoique posé de 18°, doit être pris un peu moindre. La réfraction éleve tous les astres de 32', & par conséquent le rayon direct qui, étant réfléchi a fait le crépuscule, a été élevé de 32', & a touché un arc du globe terrestre, qui depuis ce point d'attouchement jusqu'au point où est l'observateur, a ces 32' de moins que 18°, ou n'est que de 17° 28'. De plus, les premiers rayons qui font voir le crépuscule partent du bord supérieur du soleil, & ce bord est éloigné de 16' du centre que l'on suppose à 18° sous l'horison. L'arc qui déterminera la hauteur de l'atmosphere n'est donc plus que de 17° 12'.

Les deux rayons, l'un direct & l'autre réfléchi qui touchent tous deux la terre, concourent nécessairement dans l'atmosphere au point de réflexion, & comprennent entr'eux un arc de 17° 12', dont ils sont tangens. De-là il suit par la nature du cercle qu'une ligne tirée du centre de la terre, & qui coupera cet arc en deux, ira au point de concours de ces deux rayons, & comme il est très-aisé de trouver l'excès de cette ligne sur le demi-diametre de la terre qui est connu, il est très-aisé d'avoir dans l'hypothèse présente la hauteur de l'atmosphere qui n'est que cet excès. M. *de la Hire* trouve qu'il est de

A v

37223 toises, ou de près de 17 lieues, en prenant 2200 toises pour une lieue. C'est cette méthode dont *Kepler* s'est servi, mais comme elle lui donnoit la hauteur de l'atmosphere vingt fois plus grande qu'il ne le croyoit d'ailleurs, il a employé divers moyens, mais peu heureux, pour la diminuer.

J'ai dit que 17 lieues seroient la hauteur de l'atmosphere *dans l'hypothèse présente*. Cette hypothèse que les deux rayons, le direct & le réfléchi, soient deux lignes droites, mais elle n'est pas vraie, ce sont deux courbes formées par la réfraction perpétuelle que cause à un rayon la densité de l'atmosphere toujours inégale & toujours décroissante depuis la surface de la terre. C'est ce qui a été expliqué plus au long d'après M. *de la Hire* dans l'Histoire de 1702.

(1) Les deux rayons qui étoient lignes droites se changent donc en deux courbes égales & semblables, ou plutôt en une seule courbe qui à son origine & à sa fin touche la terre, & dont le sommet également éloigné de ces deux extrémités détermine la plus grande élévation de l'atmosphere. Cette courbe est concave vers la terre, & les deux rayons qu'on avoit conçus d'abord n'en sont plus que deux tangentes; l'un à son origine, & l'autre à sa fin. Par conséquent leur point de concours est plus élevé que le sommet de la courbe ou que l'atmosphere. Il est visible que ce point de concours, & le sommet de la courbe sont sur la même ligne, qui tirée du centre

(1) P. 71 & suiv.

de la terre coupe en deux l'arc de 17°. 12'.

Pour trouver la juste hauteur de l'atmosphere, ou à peu près, *M. de la Hire* mene par le point où est l'observateur une ligne droite qui fait en dessous avec la ligne horisontale ou avec la tangente de la courbe à son extrêmité un angle de 32', qui est l'angle de la réfraction. Cette droite est donc au-dedans de la courbe, & le point où elle rencontre la ligne tirée du centre de la terre est moins élevé que le sommet de la courbe. Son élévation au-dessus de la terre, ou son excès sur un demi-diametre de la terre, qu'il est aisé de calculer, est de 32501 toises. Donc le sommet de la courbe ou la hauteur de l'atmosphere est entre 37223 & 32501, & en prenant le milieu on a 35362 toises, ou un peu plus de 16 lieues, hauteur de l'atmosphere.

De-là M. *de la Hire* prend occasion de déterminer la figure du crépuscule, quand il est un peu élevé sur l'horison par un tems serein & froid, car il y faut ces deux conditions; l'une, afin que la figure puisse être bien apperçue; l'autre, afin qu'elle ne soit pas altérée par les vapeurs de la terre. *Kepler* n'a pas eu grand tort de croire que l'arc du crépuscule étoit circulaire, & que tout l'espace éclairé étoit un segment de cercle; mais M. *de la Hire* pousse la chose à une plus grande précision, & prouve que l'arc du crépuscule est hyperbolique, quoiqu'un peu défiguré par les réfractions. La différence entre les deux sentimens est légere, mais il n'est pas permis de mépriser ces légeres différences, quand on peut arriver à une plus grande exactitude.

SUR LA DUCTILITÉ DE QUELQUES MATIERES.

(1) LA divisibilité de la matiere à l'infini, quoique démontrée, effraye toujours l'imagination, & pour en diminuer le prodige, plusieurs philosophes ont fait voir des divisions étonnantes actuellement faites, & qui quoique finies sont déja presque inconcevables. Il n'est pas à supposer que la divisibilité s'arrête où s'arrêtent quelques divisions qui viennent à notre connoissance. Mais il se trouve que ces philosophes, loin d'exagérer & de surfaire sont demeurés beaucoup au-dessous du vrai, & M. *de Reaumur* en donne pour preuve l'examen qu'il a fait de quelques matieres *ductiles*, c'est-à-dire, qui peuvent s'étendre & se tirer beaucoup en long.

On sait qu'un fil d'or n'est qu'un fil d'argent doré. Il faut donc étendre par le moyen de la filiere un cylindre d'argent couvert de feuilles d'or, & ce cylindre devient fil & fil toujours doré à quelque longueur qu'il puisse parvenir. On le prend ordinairement de 45 marcs, & il a 15 lignes de diametre, & à peu près 22 pouces de hauteur. M. *de Reaumur* prouve que ce cylindre d'argent de 22 pouces vient par la filiere à en avoir 13963240 ou

(1) V. les M. p. 472.

2163520 pieds, c'est-à-dire, qu'il est devenu 634692 fois plus long qu'il n'étoit, & qu'il a près de 97 lieues de longueur, en mettant 2000 toises à la lieue. Ce fil se file sur de la soie, & avant que de l'y filer, on le rend plat de cylindrique qu'il étoit, & en l'applatissant on l'allonge ordinairement encore de $\frac{1}{7}$ au moins, de sorte que sa longueur de 22 pouces se change en une de 111 lieues. Mais on peut aller jusqu'à allonger ce fil de $\frac{1}{4}$ par l'applatissement, au lieu de ne l'allonger que de $\frac{1}{7}$, & par conséquent il aura 120 lieues. Cela doit paroître une prodigieuse extension; & ce n'est encore rien.

Le cylindre d'argent de 45 marcs, & de 22 pouces de long, a pu n'être couvert que d'une once de feuilles d'or. Il est vrai que la dorure sera légere, mais elle sera toujours dorure, & quand le cylindre passera par la filiere, & acquerra la longueur de 120 lieues, l'or n'abandonnera jamais l'argent. On peut voir déja par-là combien l'once d'or, qui envelopoit le cylindre d'argent de 45 marcs, a dû devenir étrangement mince pour suivre toujours l'argent pendant un chemin d'une pareille longueur. M. *de Reaumur* ajoute encore à cette considération que l'on voit sensiblement que l'argent est une fois plus doré en certains endroits qu'en d'autres, & il trouve enfin par le calcul que dans ceux où il l'est le moins, il faut que l'épaisseur de l'or ne soit que de $\frac{1}{1750000}$ de ligne, petitesse si énorme, qu'elle échappe autant à notre imagination que celle des infiniment petits de la Géométrie. Cependant elle est réelle, & pro-

duite par des instrumens méchaniques, qui ne peuvent être si fins qu'ils ne soient encore fort grossiers.

M. *de Reaumur* met au rang des corps ductiles le moins ductile de tous en apparence, & le plus cassant ; c'est le verre. Il décrit par quel art on en forme des fils d'une finesse, & par quelle industrie il est allé lui-même encore beaucoup plus loin, & jusqu'au point que ces fils de verre étoient presqu'aussi déliés que ceux de la soie des araignées. Plus ils deviennent fins, plus ils sont flexibles, & sur ce fondement M. *de Reaumur* avance ce paradoxe, que l'on feroit des tissus & des étoffes de verre, si l'on avoit des moyens faciles & commodes de l'étendre & de l'allonger suffisamment. On voit par-là qu'il en est de la flexibilité comme de la transparence. Quand les corps sont extrêmement minces, les plus cassans deviennent flexibles ; comme les plus opaques deviennent transparens.

Delà M. *de Reaumur* passe à une autre matiere ductile, c'est celle dont les araignées forment la soie qui enveloppe leurs œufs. Il l'a découverte dans sa source par une dissection assez délicate de l'insecte. Quand cette matiere est séché, elle ressemble à une gomme, & est cassante. Elle l'est plus que celle de la soie des vers. Elle ne peut donc, ainsi que le verre, devenir flexible & se filer qu'après avoir été extrêmement divisée. Aussi l'est-elle à un point étonnant. Elle sort de l'anus de araignée en plus de 6000 fils à la fois bien séparés les uns des autres. Il y a six ouvertures dont chacune donne passage à 1000

fils, & n'est pas plus grande qu'une tête d'épingle.

Cette merveille se voit dans une grosse araignée qui fait ses œufs; mais que sera-ce des petites araignées qui sortent de ces œufs, qui naissent 7 ou 800 à la fois, & qui toutes, dès qu'elles sont nées, filent des toiles? Il sort donc de l'anus de chacune plus de 6000 fils bien distincts, & de quelle finesse sont ces fils? de quelle petitesse sont les filieres? On en peut juger par la proportion qui doit être entre le corps de la grande araignée, & celui de 7 ou 800 araignées qui en naissent toutes ensemble. Si on en faisoit le calcul, même en mettant tout au plus bas pied, on tomberoit dans des abîmes de petitesse, & l'on auroit tort de penser que ce fussent encore-là les derniers.



DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

MONSIEUR *Deslandes* étant en *Angleterre* fit sur le charbon de terre qu'on y brûle deux expériences qu'il croit qui ont échappé aux *Anglois*.

1. Ayant pilé du charbon, il en mit environ une demi-once dans un verre d'eau, qui devint toute noire. Il laissa le verre exposé à l'air toute la nuit sur la fenêtre, c'étoit en hiver, & le lendemain il trouva que l'eau qui s'étoit gelée, étoit d'une couleur rougeâtre. Il falloit pour donner cette couleur à l'eau, que la gelée eût développé les soufres du charbon, quoique cette action ne paroisse guère lui convenir.

2. De la cendre de ce charbon infusée dans de l'eau-de-vie, & mêlée avec de la limaille de fer, fait une teinture noire, qui s'éclaircit à mesure qu'elle s'échauffe. Lorsqu'elle commence à bouillir, elle prend une couleur plus douce que le gris-de-fer ordinaire. M. *Deslandes* donna à de la laine crue cette agréable teinture, & aucun ouvrier ne la put imiter.

II.

M. *Sarasin*, Médecin du Roi en *Canada*, & correspondant de l'Académie, dont on a

vu une histoire du castor dans les Mémoires de 1704 (1) très-exacte & très-curieuse, en a envoyé une pareille du carcaiou, que nous donnons ici en abrégé.

Le carcaiou est un animal carnassier de *l'Amérique septentrionale*, & qui en habite les cantons les plus froids. Il pese ordinairement depuis 25 jusqu'à 35 livres. Il a environ deux pieds depuis le bout du museau jusqu'à la queue, qui peut avoir huit pouces de long. Il a la tête fort courte & fort grosse à proportion du reste de son corps, les yeux très-petits, les mâchoires très-fortes, & garnies de 32 dents bien tranchantes. Quoique petit, il est très-fort & très-furieux, & quoique carnassier il est si lent & si pesant qu'il se traîne sur la neige plutôt qu'il n'y marche.

Il ne peut attraper en marchant que le Castor qui est aussi lent que lui, & il faut que ce soit en été où le castor est hors de sa cabane. Mais en hiver il ne peut que briser & démolir la cabane, & y surprendre le castor, ce qui ne lui réussit que très-rarement; parce que le castor a sa retraite assurée sous la glace. Cependant comme le castor en hiver même sort pour aller chercher dans le bois des provisions fraîches qu'il aime mieux que les vieilles, le carcaiou l'y peut attaquer.

La chasse qui lui rend le plus est celle de l'orignac & du caribou. L'orignac choisit en hiver un canton où croisse abondamment l'*Anagiris fœtida*, ou bois puant, parce qu'il s'en nourrit, & quand la terre est couverte de 5

(1) P. 64 & *suiv*.

ou 6 pieds de neige, il se fait dans ces cantons des chemins qu'il n'abandonne point, à moins qu'il ne soit poursuivi par les chasseurs. Le carcaiou ayant observé la route de l'orignac grimpe sur un arbre auprès duquel il doit passer, & delà s'élance sur lui & lui coupe la gorge en un moment. En vain l'orignac se couche par terre, ou se frotte contre des arbres, rien ne fait lâcher prise au carcaiou, & des chasseurs ont trouvé quelquefois des morceaux de sa peau larges comme la main, qui étoient demeurés à l'arbre contre lequel l'orignac s'étoit frotté.

Le caribou est une espece de cerf. Il est très-léger, & court sur la neige presqu'aussi vite que sur la terre, parce que ses ongles qui sont fort larges, & garnis d'un poil rude dans leurs intervalles l'empêchent d'enfoncer, & lui tiennent lieu des raquettes des Sauvages. Lorsqu'il habite le fort des bois, il s'y fait des routes en hiver comme l'orignac, & y est attaqué de même par le carcaiou. Mais quand il est dans les endroits clairs où il n'a pas besoin de se faire des routes, & où il va de tous côtés indifféremment, le carcaiou qui pourroit l'attendre trop long-temps sans fruit, n'a pas coutume d'y perdre son temps, & il ne donne guère la chasse au caribou que dans les endroits épais, tant son ardeur pour sa proie est ingénieuse.

III.

Comme le P. *Feuillée*, Minime, correspondant de l'Académie, lui lisoit la relation d'un voyage qu'il venoit de faire dans l'*Amé-*

rique méridionale; & qu'il parloit des observations qu'il avoit faites avec l'aréometre de la pesanteur de l'eau de la mer en différens lieux; on lui objecta que dans un climat plus chaud le verre de l'aréometre devoit se dilater, par conséquent occuper plus de place dans l'eau qu'on pesoit, & la faire paroître moins pesante qu'elle n'étoit réellement. Mais M. *Cassini* répondit que l'eau elle-même étoit aussi plus dilatée par le chaud, & pesoit aussi réellement moins.

NOUS renvoyons entiérement aux Mémoires.

(1) Le Journal des observations de M. *de la Hire* pendant 1712.

Et (2) l'Histoire d'un sommeil extraordinaire par M. *Imbert*.

ANATOMIE.

SUR L'EMPHYSEME.

(3) CE doit être un spectacle assez étonnant qu'un homme gonflé d'air par toute l'habitude extérieure du corps, & cela jusqu'à

(1) V. les M. p. 1. (2) V. les M. p. 419.
(3) V. les M. p. 5.

11 pouces d'épaiſſeur dans les endroits les plus enflés. Cet air eſt renfermé ſous la peau, & remplit principalement les cellules de la graiſſe. Peut-être un phyſicien, même habile, auroit-il peine à deviner comment un ſi étrange accident eſt poſſible.

Lorſqu'un homme a été bleſſé à la poitrine, il y entre de l'air par la plaie, & ſi, parce qu'elle ſera étroite, ou que les chairs ſe rapprocheront d'elles-mêmes, ou par quelqu'autre cauſe que ce ſoit, cet air ne peut reſſortir auſſitôt, ou reſſortir dans la même quantité qu'il eſt entré, voilà de l'air étranger engagé dans la capacité de la poitrine. A chaque inſpiration le poumon doit remplir cette capacité en ſe gonflant de l'air qu'il reçoit naturellement; mais alors il ne peut ſe gonfler ſans preſſer l'air étranger & par conſéquent il l'oblige à ſe gliſſer entre les interſtices des fibres des chairs, & peut-être à entrer dans les petites bouches des plus petites veines ou des vaiſſeaux lymphatiques. Mais une force encore plus grande l'y oblige dans le moment contraire à celui de l'inſpiration, & qui le ſuit, c'eſt-à-dire, dans l'expiration. Alors la poitrine en ſe reſſerrant comprime plus l'air étranger que n'avoit fait le poumon en ſe dilatant, & les deux momens ou les deux actions oppoſées conſpirent au même effet. Cet air ainſi pouſſé continuellement doit ſuivre toujours à peu près les mêmes routes parce que celles qu'il s'eſt ouvertes d'abord deviennent toujours plus aiſées, & par conſéquent il doit s'amaſſer dans un certain endroit. Ce ſera dans les cellules de la graiſſe plutôt qu'ailleurs, parce

qu'elles ont des membranes plus minces, & qui s'étendent plus facilement, & comme l'air est parti de dedans la capacité de la poitrine, ce sera dans la graisse qui couvre la poitrine & qui est sous la peau que se fera l'amas d'air étranger. Cette enflure s'appelle emphyseme.

Il est manifeste que l'emphyseme que nous venons de décrire ne peut pas être considérable, puisqu'il n'est formé que de l'air entré dans la poitrine par la plaie, & que cet air ne peut avoir été en grande quantité, avant que la plaie soit refermée.

Si le coup avoit pénétré jusqu'à la substance du poumon, alors outre l'air qui seroit entré par la plaie dans la capacité de la poitrine, il y en auroit encore une certaine partie de celui qui seroit entré naturellement par la respiration; car tout ce qui auroit dû être renfermé dans les bronches ou dans les vésicules ouvertes ou déchirées par la plaie du poumon ne peut plus que s'échapper dans la cavité de la poitrine, & cet air devenu étranger comme l'autre est pressé de même par les dilatations du poumon, & les constrictions de la poitrine, & obligé à s'insinuer dans les chairs. Comme cet air venu par la respiration se renouvelle à chaque moment, la quantité en augmente tant que la plaie du poumon dure, & delà vient qu'un emphyseme formé par une plaie qui pénetre jusqu'à la substance du poumon peut être, sans comparaison, plus considérable que celui que causeroit une plaie qui ne feroit qu'ouvrir la capacité de la poitrine.

L'emphyseme causé par la plaie du pou-

mon peut aller jusqu'à occuper toute l'habitude du corps, ainsi que l'a vu M. *Littre*, à qui l'on doit & cette observation, & les réflexions. L'air étranger toujours poussé peut, comme il a été dit, entrer dans les veines & dans les routes de la circulation, & par conséquent se répandre par toute l'habitude du corps. Dans le sujet que M. *Littre* a vu, il n'y avoit que le haut de la tête, le dedans des mains, & la plante des pieds qui en fussent exempts, sans doute parce qu'en ces endroits il y a moins de graisse, que les chairs y sont plus dures, & les membranes plus fermes, & plus difficiles à écarter. On voit assez qu'un grand emphyseme doit être rare, il dépend du concours de plusieurs circonstances. Nous n'en avons rapporté que les principales; il est aisé d'imaginer les autres qui sont nécessaires pour la perfection de ce malheureux accident.

M. *Méry* (1) a fait aussi l'histoire d'un emphyseme qu'il avoit vu, semblable à celui dont on vient de parler. Il étoit général, parce que la membrane qui envéloppe le poumon étoit un peu déchirée, & que par-là il s'échappoit une partie de l'air reçu par la respiration. Seulement l'emphyseme avoit épargné la plante des pieds, & la paume des mains.

Il y a sous la peau une membrane vésiculaire dont les cellules sont affaissées dans l'état naturel. C'est dans ces cellules que M. *Méry* prétend que s'insinue peu à peu & successi-

(1) Voïez M. p. 154.

vement l'air de l'emphyſeme, & cela ſans violence & ſans douleur, parce qu'elles ſont naturellement ouvertes, & diſpoſées à s'étendre juſqu'à un certain point. Si l'emphyſeme alloit plus loin, il deviendroit douloureux, mais d'ordinaire celui qui eſt bleſſé au poumon meurt avant cela. De l'idée de M. *Méry* il ſuit que les cellules de la membrane véſiculaire communiquent toutes enſemble. C'eſt ainſi qu'eſt diſpoſée une membrane particuliere étendue ſous toute la peau du pélican, que M. *Méry* a autrefois découverte. Elle eſt pleine d'une infinité de cellules qui ſe communiquent, & qui reçoivent de l'air, de ſorte qu'elle eſt une eſpece de poumon univerſel de l'animal, ou que, ſi l'on veut, l'animal a un emphyſeme naturel.

SUR DES DESCENTES DE VESSIE.

(1) UNE deſcente d'inteſtin dans le ſcrotum eſt une maladie fort commune, mais une deſcente de veſſie eſt ſi rare que M. *Méry* ne connoît aucun auteur qui en ait parlé. Il en a fait cependant juſqu'à trois obſervations, & c'eſt une eſpece de bonheur ſingulier pour un anatomiſte curieux.

La veſſie peut donc ſe trouver renfermée en partie dans le ſcrotum, & y former une tumeur aſſez ſemblable à une hernie ordinaire

---

(1) V. les M. p. 146.

d'inteſtin ; mais M. *Méry* ne croit pas pour cela que la veſſie ſoit tombée dans le ſcrotum, parce qu'elle ſe ſera relâchée comme un inteſtin. L'urine qui la remplit la rend trop groſſe pour paſſer par les anneaux par où un inteſtin paſſe, & de plus elle eſt de tous côtés trop fortement attachée pour pouvoir tomber. Ce n'eſt donc pas, ſelon M. *Méry*, un ſimple accident, mais un vice de la premiere conformation, qui fait que la veſſie vient à s'engager dans le ſcrotum. Et comme cette conformation eſt extraordinaire, auſſi la maladie l'eſt-elle.

Ce qu'il y a de plus important, c'eſt d'être averti qu'elle eſt poſſible, non qu'elle puiſſe être guérie ; mais parce qu'il ſeroit dangereux de la prendre pour une hernie d'inteſtin, & que l'on trouvera plus aiſément les ſoulagemens qui y conviennent.

Les trois obſervations de cette hernie de veſſie, & celle du deuxiéme emphyſeme de l'article précédent ſont du nombre de ſix obſervations de M. *Méry* ſur différentes maladies ſingulieres, dont nous renvoyons entiérement les deux dernieres aux Mémoires (1).

---

(1) p. 146.



SUR

SUR L'HYDROPISIE TYMPANITE.

(1) LA seule connoissance des différentes especes de maladies seroit bien vaste. Nous avons encore, après une si longue expérience, beaucoup d'ennemis inconnus. L'hydropisie *Ascite* ou d'eau est assez commune, mais la *Tympanite* ou d'air est plus rare; & les Médecins ne conviennent entr'eux ni de la cause qui la produit, ni du siége où elle réside particuliérement. M. *Littre* croit avoir en main un assez grand nombre d'observations, pour établir enfin le vrai systême de cette maladie.

L'air n'entre pas seulement dans notre corps par la trachée, il y entre encore par l'œsophage, mêlé avec tous les alimens que nous prenons. Comme ils fermentent ensuite dans l'estomac & dans les intestins, l'air se dégage d'avec ces matieres, & quand elles ne remplissent plus les cavités de ces visceres, ou les remplissent moins, cet air dégagé y demeure, les remplit & les tient dans une extension convenable, car si elles étoient entiérement vuides & de matieres grossieres & d'air, le ressort naturel de leurs fibres qui ne demandent qu'à se contracter, & leur propre pesanteur les affaisseroient. L'air enfermé dans l'estomac & dans les intestins, agit donc contre

(1) V. les M. p. 314.

eux pour tenir leurs cavités en état, & il agit par son ressort qui s'est étendu, lorsqu'il n'a plus été embarrassé entre les alimens, & qui de plus est augmenté par la chaleur du corps. Ainsi il y a équilibre entre la force de l'air pour étendre l'estomac & les intestins, & celle de ces visceres pour se resserrer.

Si l'équilibre se rompt, parce que la force des fibres de ces visceres irritées, si l'on veut, par quelque humeur, sera devenue supérieure à celle de l'air, il faut que l'air en soit chassé, puisqu'il est nécessaire alors que les visceres se resserrent, & de-là les deux espéces de vents qui sortent du corps. L'équilibre peut se rompre aussi, parce que la force de l'air sera devenue supérieure à celle des fibres, & c'est ce qui arrive lorsqu'après une longue maladie, le sang appauvri d'esprits n'en fournit plus à ces fibres pour entretenir leur ressort ordinaire. Alors l'air s'étend en liberté & augmente à son gré, pour ainsi dire, les cavités qui le renferment. Et comme par la voie des alimens il arrive toujours de nouvel air qui se joint à l'ancien, & que d'ailleurs le ressort des fibres, une fois forcé jusqu'à un certain point, ne se rétablit plus, & résiste toujours de moins en moins, l'enflure d'air peut devenir très-considérable, & même prodigieuse. M. *Littre* a vu quelquefois des intestins gros comme la cuisse d'un homme.

Il seroit inutile de tirer de tout ceci des conséquences, que par exemple, le ventre des malades étant frappé, doit résonner comme un tambour, ce qui a fait donner à cette hydropisie le nom de *Tympanite*, que celui des

morts doit résonner comme celui des malades, que l'on ne doit trouver de l'air que dans l'estomac & dans les intestins, que l'on en doit trouver les membranes très-minces & sans ressort, que la ponction ne serviroit de rien, puisqu'on ne la feroit qu'au ventre, &c. car ces conséquences ne seroient elles-mêmes que les faits sur lesquels le systême de M. *Littre* a été fondé.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Une femme grosse de trois mois & demi, ayant eu une forte envie d'acheter à la boucherie un rognon de bœuf, & ne le pouvant avoir, porta dans le moment sa main droite sur son fronc, en avançant ses doigts jusques sur le milieu du sommet de la tête. Elle accoucha à neuf mois d'un garçon bien nourri & bien conformé, à la tête près. Les différens os qui en font la charpente n'étoient ni dans la situation, ni de la grandeur, ni de la figure ordinaire, & sur le haut de cette tête mal construite, étoit un creux rempli par une tumeur, qui ressembloit parfaitement, & par sa figure & par sa couleur, à un rognon de bœuf. L'enfant vécut six heures, mais comme stupide, & n'ayant que des mouvemens fort foibles. M. *Roüaut* l'ouvrit, il ne lui trouva ni cerveau, ni cervelet, & la moëlle de l'é-

pine ne commençoit qu'à la troisiéme vertebre du cou ; de-là la foiblesse des mouvemens & la prompte mort. Pour donner une idée générale de la conformation irréguliere de la tête, il suffit de rapporter la cause que M. *Roüaut* en a imaginée. Il croit que la violente passion qu'eut la mere, quoique le sujet n'en fût guère digne, causa dans son cerveau une si grande agitation d'esprits, & par contrecoup dans celui du fœtus, que ce petit cerveau de trois mois & demi, qui n'avoit presque encore aucune consistance, perdit absolument le peu qu'il en avoit, & fut entiérement fondu. Par-là il devint incapable de soutenir ni les meninges, ni l'assemblage des différens os du crâne, qui n'avoient encore eux-mêmes guère de solidité. Tout le bâtiment fondit donc, & les pieces s'en trouverent disposées au hasard.

II.

Ce qui a été dit dans l'Histoire de 1711 (1), de certains petits os pointus trouvés entre la dure & la pie-mere, est confirmé par une observation de M. *Littre*. En ouvrant la tête d'un jeune homme de dix-neuf ans, mort en quatre heures, d'une blessure qu'il s'y étoit faite par une chûte, il trouva deux petits corps osseux situés à un pouce l'un de l'aurre, au côté droit du sinus longitudinal supérieur, entre quelques plans de fibres de la duremere. Ils étoient à-peu-près ronds, de quatre à cinq lignes de diametre, hérissés de diverses

---

(1) Pag. 36 & suiv.

pointes peu distantes les unes des autres, longues d'environ une ligne, & très-fines à leur extrêmité. Elles perçoient presque toute la partie inférieure de la dure-mere, & passoient d'un tiers de ligne au-delà. A cette vûe M. *Littre* ne douta pas que le mort n'eût eu depuis un temps des maux de tête qui alloient en augmentant, & cela se trouva vrai. Ils eussent été absolument incurables, & eussent bien pû devenir accidens épileptiques. M. *Littre* rapporte la formation de ces corps osseux à quelque liqueur visqueuse, qui se sera épanchée de la dure-mere, & épaissie peu à peu.

III.

L'effort par lequel le cœur, en se contractant, pousse le sang dans les arteres, ne suffiroit pas pour le faire aller jusqu'aux extrêmités de ces vaisseaux si longs, si étroits dans la plus grande partie de leur étendue, & si tortueux, il faut encore qu'après que le cœur s'est contracté, les arteres elles-mêmes se contractent, & achevent de pousser le sang. Mais il est visible que par cette action elles le renvoyent autant vers le cœur, qu'elles le poussent vers leurs extrêmités, ce qui est pourtant la seule direction qu'il doit avoir. C'est afin qu'il n'en ait point d'autre que la Nature a mis du côté du cœur un obstacle qui l'empêche de refluer. Cet obstacle, ce sont les valvules placées à l'endroit où les troncs des arteres partent du cœur. A la naissance de l'aorte, il y a trois valvules nommées *Sigmoïdes*, faites comme de petits capuchons,

& diſpoſées de maniere, que quand le ſang ſort du cœur, il les applatit, & que s'il ſe préſentoit pour y rentrer, il les rempliroit & les gonfleroit, ce qui fait qu'elles ne s'oppoſent point à ſa ſortie, mais ſeulement à ſon retour. La figure circulaire qu'elles ont quand elles s'enflent, ne permet pas qu'elles ferment exactement l'entrée du cœur, mais leur nombre fait qu'elles la ferment ſuffiſamment, & qu'elles empêchent un reflux conſidérable & nuiſible à la circulation.

M. *Littre* a cru que dans une femme qu'il a ouverte, le défaut d'une des valvules *Sigmoïdes* a été la cauſe d'une mort preſque ſubite, plutôt qu'une hydropiſie aſſez légere. Cette valvule s'étoit colée contre le tronc de l'aorte, & par-là ne pouvoit plus recevoir de ſang, ni faire ſa fonction. Au-deſſus de cette valvule étoit un ulcere ſuperficiel. Le ventricule gauche du cœur fut inondé par la quantité de ſang qui refluoit, & hors d'état d'exercer ſes mouvemens.

CETTE année, M. *Anel*, Docteur en Chirurgie, ci-devant Chirurgien-Major dans les Armées du Roi, & maintenant Chirurgien de Madame Royale, mere du Roi de *Sicile*, dédia à l'Académie un Ecrit imprimé ſur la Fiſtule lacrymale, & ſur une nouvelle maniere de la guérir qu'il avoit inventée.

Une humeur qui arroſe continuellement les yeux, & qui eſt apparemment néceſſaire pour

entretenir la netteté & la transparence de la cornée, à sa décharge par deux ouvertures très-petites & presque imperceptibles, pratiquées vers le grand angle de l'œil. Elles s'appellent *Points lacrymaux*. Ce sont deux orifices du *sac lacrymal*, conduit assez large par rapport à l'extrême petitesse de ces deux ouvertures. Il en a une troisiéme, fort petite aussi, qui pénetre dans la cavité du nez, & y porte la liqueur qui a été reçue dans le sac lacrymal. Ce sac formé d'une membrane glanduleuse, peut aussi filtrer une liqueur, qui se joigne à celle que l'œil a fournie. Si une joie ou une tristesse extraordinaires rendent plus abondante la liqueur de l'œil, ou resserrent les deux petites ouvertures par où elle doit sortir, elle reflue dans l'œil, s'y amasse, & forme les larmes. Si l'orifice qui s'ouvre dans le nez vient à se boucher, toute la liqueur s'amasse dans le sac lacrymal, le dilate par sa trop grande quantité, l'ulcere parce qu'elle se corrompt en séjournant, & peut enfin ronger & carier l'os où le sac est renfermé. L'excès de cette liqueur corrompue fait qu'elle reflue dans l'œil, par les points lacrymaux, & c'est-là ce qu'on appelle une *Fistule lacrymale*.

Jusqu'ici on n'y connoissoit que des remedes cruels, comme le fer & le feu, & sujets à de fâcheuses suites. Mais M. *Anel* a imaginé une maniere de guérir sûrement & avec toute la douceur possible, toute fistule lacrymale, qui n'aura point encore carié l'os. Il faut d'abord reconnoître si elle ne l'a point carié, & en quel état est le sac lacrymal. Pour cela il a pensé qu'on pourroit faire une sonde si délicate,

qu'elle s'introduiroit dans l'un ou l'autre des points lacrymaux, où à peine une soie de sanglier peut entrer. La difficulté seroit moindre, si on pouvoit donner une pointe très-fine à cette sonde, mais elle piqueroit & déchireroit, & il faut au contraire qu'elle porte un petit bouton de figure d'olive & fort poli, plus gros que toute la tige de la sonde, & qui doit cependant entrer par le point lacrymal. M. *Anel* porte ce même bouton à l'orifice que le sac lacrymal a dans le nez, & en le poussant contre les matieres qui font l'obstruction, il les chasse de cet orifice, le débouche, & par-là enleve la cause du mal. Après cela il ne faut plus que remédier par des injections de liqueurs à la dilatation excessive du sac lacrymal, ou aux ulceres qui s'y seront formés, & ces injections qui ne se peuvent faire que par les points lacrymaux, demandent des tuyaux d'une finesse extrême, & encore plus étonnans que les sondes qui ne sont pas creuses. L'extrémité la plus fine des tuyaux doit être d'or, & M. *Anel* a eu de la peine à trouver des ouvriers qui les exécutassent. Il a fait quantité d'opérations heureuses, & quelques-unes très-brillantes, par le rang des personnes qu'il a guéries. Les inventeurs, & sur-tout les inventeurs utiles, sont rares, & ils ne peuvent être trop chers au public.



CHIMIE.

SUR L'USAGE DU FER EN MÉDECINE.

(1) ON feroit trop heureux, fi tout ce qu'il y a de curieux dans la Chimie, avoit des applications utiles dans la Médecine. Le fer, que M. *Lemery* le fils a beaucoup étudié, ainfi qu'on l'a pu voir dans les Hiftoires précédentes, a toujours été un grand remede pour plufieurs maladies, fur-tout pour celles qui viennent d'obftruction, ou de la difficulté de la circulation, comme les pâles couleurs, mais les recherches de M. *Lemery*, qui pouvoient n'être d'abord que de fimple curiofité, découvrent & pourquoi ce métal a ces ufages, &, ce qui eft encore plus important, quelle eft la maniere de l'employer la plus avantageufe.

Le fer (2) eft un mélange d'une fubftance huileufe, avec une matiere métallique. L'huile regorge dans ce mélange, & il refte de grands pores entre les parties du mixte. De-là il fuit & que le fer eft très-facile à diffoudre, & que fon huile fe dégage aifément. Mais quand il

(1) V. les M. p. 41.
(2) V. l'Hift. de 1706, p. 42 & fuiv.

est décomposé, c'est-à-dire, quand l'huile est séparée de la partie purement ferrugineuse ou métallique, aucun dissolvant n'agit plus sur cette espece de tête-morte.

Ces remarques seules suffisent pour découvrir l'abus de plusieurs préparations de fer ordinaires dans la Médecine, & qui consistent à calciner violemment ce métal, & à le réduire en ce qu'on appelle *Crocus* ou *Safran*, à cause de la couleur rouge qui vient de la calcination. Cette opération a dû nécessairement enlever au fer sa substance huileuse, du moins pour la plus grande partie, & ne lui a laissé qu'une tête-morte indissoluble. L'huile qui se sépare facilement de ce mixte, s'en seroit séparée par la chaleur de l'estomac, & auroit porté dans le sang, comme dit M. *Lemery*, un nouveau levain spiritueux, dont il avoit besoin, & au lieu de cette huile, on ne prend qu'une terre, sur laquelle les sucs du corps ne peuvent agir, & qui ne peut qu'embarrasser & que charger les premieres voies par son poids. Aussi M. *Lemery* a-t-il souvent éprouvé, & d'habiles Praticiens le confirment, que le fer pris en substance, ou, ce qui revient au même, en limaille fort fine, vaut beaucoup mieux qu'en *Crocus*. C'est grand dommage d'employer de l'art à gâter la Nature.

M. *Lemery* a même reconnu que le fer agissoit par toute sa substance, & étoit un absorbant. Cela vient de la grandeur de ses pores, & de la facilité que trouvent toutes sortes de sels, même grossiers, à s'y insinuer. Des acides scorbutiques en ont été absorbés,

Il y a plus. Non-ſeulement les acides nuiſibles du corps entrent dans le fer, mais en y entrant ils en font ſortir, & en expriment cette huile ſalutaire, qui d'ailleurs eſt miſe en mouvement, ou gonflée & diſpoſée à ſortir par la chaleur naturelle. Ainſi le fer eſt doublement utile, & par l'huile qu'il fournit au ſang, & par les ſels qu'il en retire.

Il paroît ſuivre de-là qu'un fer déja tout chargé d'acides, tel qu'eſt le vitriol, ne ſeroit plus capable d'aucun bon effet. Cependant on connoît fort celui des eaux minérales vitrioliques, & dans quelques maladies le vitriol a le même ſuccès que le fer pris en ſubſtance.

Cela doit venir de ce que les acides qui ont pénétré le fer, n'en ont pas chaſſé toute l'huile, & ſe ſont unis avec celle qui eſt reſtée en aſſez grande quantité. Cela ſuppoſé, la même opération par laquelle on fait de l'encre avec du vitriol & de la teinture de galle (1), ſe paſſe dans notre corps, Puiſque l'alkali ſulphureux de la galle s'unit à l'acide qui tient le fer diſſous dans le vitriol, le détache du fer, & par-là revivifie le métal, nos liqueurs alkalines & ſulphureuſes agiſſent de la même maniere ſur le vitriol que nous avons pris, & en revivifient le fer. Comme il a été très-ſubtilement & preſque infiniment diviſé dans le vitriol, il eſt plus capable, lorſqu'il en eſt dégagé, d'entrer dans les plus petites routes de la circulation, & d'y répandre ſa vertu.

---

(1) V. l'Hiſt. de 1707, p. 59. & ſuiv.

Enfin l'arbre de Mars (1), qui étoit assez curieux pour être dispensé d'être utile, ne laisse pas de pouvoir l'être aussi en Médecine. Le salpêtre qui s'y forme, par l'union de l'esprit de nitre & du sel de tartre, est un sel très-doux, très-apéritif, & très-propre à être le véhicule d'un fer extrêmement atténué, comme il l'est dans cette préparation, & d'ailleurs la partie sulphureuse du fer qui y est extrêmement raréfiée & développée, ne demande qu'à se détacher du métal, & qu'à se mêler avec nos liqueurs. M. *Lemery* le fils, inventeur de cet arbre, a eu le plaisir d'en recueillir, pour ainsi dire, des fruits qu'il n'avoit pas espérés d'abord.

SUR LES TEINTURES DES MÉTAUX.

LA teinture d'un métal n'est qu'une dissolution où le métal est encore plus divisé & plus étendu, qu'il ne le feroit dans son dissolvant naturel & ordinaire. Comme il est fort atténué, il donne une couleur à la liqueur, & de-là vient apparemment le nom de *Teinture*.

Si la teinture étoit *irréductible*, c'est-à-dire, si le métal dissous, l'étoit au point de ne pouvoir plus se remettre en métal, ou, ce qui revient au même, si les principes qui le com-

(1) V. l'Hist. de 1706, p. 48 & suiv. & celle de 1707, p. 39 & suiv.

posent étoient désunis, ce seroit là ce que les Chimistes ont toujours si ardemment souhaité & recherché avec tant de travaux, sur-tout à l'égard de l'or, dont la teinture irréductible s'appelleroit de l'*Or potable*. Mais on n'a encore réussi à aucune teinture de cette espece, l'or potable n'est que de l'or extrêmement divisé, & il en est de même des autres métaux.

M. *Geoffroy* a trouvé une méthode assez générale, de faire en cette matiere ce qui se peut, ou du moins ce qui se peut jusqu'à présent. L'intention des teintures est de raréfier & d'étendre, autant qu'il est possible, les soufres du métal, & de rendre les parties fixes & terreuses les plus subtiles & les plus volatiles qu'elles puissent être. Et si l'on veut en même temps que ces teintures ayent quelque usage en Médecine, il faut y employer des *intermedes*, qui n'ayent rien de nuisible ni de désagréable.

Pour une teinture d'or, M. *Geoffroy* prend des crystaux *solaires* faits avec une partie d'or, & six ou sept d'eau régale, & où par conséquent l'or est déja extrêmement étendu. Il les met dans un mortier de verre, avec le double de terre foliée du tartre. Cette terre est l'alkali du tartre, imprégné d'esprit de vinaigre & d'esprit de vin, & par conséquent c'est un dissolvant salin & sulphureux, propre à étendre les soufres de l'or. On broye le tout ensemble avec le pilon de verre, jusqu'à ce que le mélange se résolve en liqueur épaisse. On acheve de le dissoudre dans de l'esprit de vin, & l'on a la teinture. Cette teinture

prend avec le temps une légere couleur, qui à travers le jour est pourpre, & à contre-jour, jaune.

M. *Geoffroy* employe le même intermede de la terre foliée du tartre, pour tirer du vitriol de Mars la teinture du fer, des crystaux de Vénus, celle du cuivre, &c. On voit assez pourquoi il prend ou le vitriol de Mars, ou les crystaux de Vénus. C'est que dans ces composés les métaux sont déja extrêmement divisés & atténués, soit naturellement, soit par art.

SUR PLUSIEURS EAUX MINÉRALES DE FRANCE.

ON a vu dans l'Histoire de 1708 (1), le dessein de l'Académie sur les eaux minérales de *France*, & l'entreprise que M. *Chomel* avoit faite d'examiner celles de l'*Auvergne* & du *Bourbonnois*. On a vu aussi qu'il les avoit divisées en trois classes, chaudes, tiédes & froides. Les chaudes sont expédiées, restent les deux autres classes. Sans faire l'histoire des différentes épreuves chimiques où ces eaux ont été mises par M. *Chomel*, nous rapporterons

---

(1) Pag. 69. & suiv.

ſeulement, comme nous avons déja fait, les indices qui en réſultent, & ceux que M. *du Clos* avoit tirés des mêmes eaux tranſportées à *Paris*. Voici les tiédes.

D'une livre d'eau des ſources de *Jaude*, du *Champ des Pauvres* & de *Beaurepaire*, toutes trois près de *Clermont*, M. *Chomel* a tiré un peu plus de treize grains de réſidence, ou de matiere minérale. Il ſoupçonne qu'elles ne contiennent pas un nitre pur, comme l'a cru M. *du Clos*, mais un mêlange de nitre, & d'un peu de ſoufre qui s'évapore aiſément, & de-là vient peut-être que ce ſoufre a échappé à M. *du Clos*, qui n'a vu ces eaux qu'à *Paris*.

De huit ou dix ſources minérales qui ſont entre *Vic-le-Comte* & *Mireſleur*, il n'y en a que deux qui ne ſoient pas gâtées par les débordemens de l'*Allier*, dans les temps où elles pourroient être d'uſage. Ces deux ſont celles des *Matres* de *Veyre*, & du *Cornet*. M. *Chomel* a trouvé dans l'une & dans l'autre 34 ou 35 grains de réſidence, & il a jugé qu'outre le nitre pur que M. *du Clos* y reconnoiſſoit ſeulement, il y entre quelque portion de ſel ammoniac.

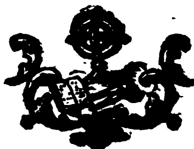
D'une livre d'eau de *S. Nitaire* ou *Nectaire*, M. *Chomel* a tiré près de 18 grains de réſidence, dont les trois quarts n'étoient qu'une matiere terreuſe & plâtreuſe. La matiere ſaline qui faiſoit le reſte, participoit du ſel marin & du nitre. Cette eau ne fut point envoyée à M. *du Clos*.

Une livre de l'eau de *Chatelguyon* a donné 53 grains de réſidence, dont près de la moitié

n'étoit que de la terre. M. *du Clos* a cru que le ſel de cette eau tient du ſel marin, & M. *Chomel* croit qu'il a plus d'alkali que d'acide, & que le nitre eſt le foſſile qui s'y manifeſte le plus.

Une livre de l'eau de *Vic* en *Carladois*, a donné un gros de réſidence, dont les deux tiers étoient une matiere ſaline. M. *Chomel* s'eſt accordé avec M. *du Clos* à juger que le nitre y dominoit. Cette eau, ſelon M. *Chomel*, devroit plutôt être comptée parmi les froides que parmi les tiédes, mais il l'a laiſſée dans la claſſe où M. *du Clos* l'avoit miſe.

Quant aux froides, qui ſont celles de *Beſſe*, de *Chanonat*, de *Chaſoteby*, de *S. Pierre* de *Clermont*, du *Vernet Ste Marguerite*, de *Jalerac*, & de *Pougues* en *Nivernois*, elles ont la plupart ſi peu de matiere ſaline, les indices qu'elles donnent, ſont ſi équivoques & ſi légers, & d'ailleurs M. *du Clos* & M. *Chomel* different ſi peu dans leurs concluſions, qu'il auroit été preſque entiérement inutile de ſuivre le tout en détail.



DE L'ACTION DES SELS SUR DIFFÉRENTES MATIERES INFLAMMABLES.

(1) UN phénomene de Physique n'est jamais plus difficile à expliquer, que quand la méchanique cachée qui le produit, ne se rend point sensible en d'autres occasions, ou ne l'est que rarement, & que de plus elle dépend d'un assez grand nombre de circonstances, dont une seule qui manquera fera manquer l'effet, ou le rendra différent. Alors, non-seulement il est aisé que le principe échappe, mais quand même on l'auroit saisi, il seroit assez naturel de lâcher prise & de l'abandonner, parce qu'il ne paroîtroit pas satisfaire à tout, & qu'on croiroit le trouver en défaut dans des applications particulieres.

Que dans un creuset assez chaud pour être rouge, il y ait un soufre, quel qu'il soit, ou une huile, cette matiere s'enflammera, & si l'on jette dessus du salpêtre, la flamme augmentera tout d'un coup, & de grandeur & de force & d'éclat. Il semble qu'on doive conclure de-là que le salpêtre est fort inflammable, mais si on l'avoit mis seul dans le creuset, il ne se seroit point enflammé. Du moins

(1) V. les M. p. 130.

d'autres ſels aſſez ſemblables au ſalpêtre, comme l'alun ou le vitriol, augmenteront auſſi l'inflammabilité des ſoufres ou des huiles, mais tout au contraire ils la diminuent beaucoup. Nous pourrions rapporter encore d'autres faits qui augmenteroient la bizarrerie apparente de ces phénomenes, mais en voilà aſſez pour faire ſentir qu'il y a là quelque myſtere, & c'eſt ce que M. *Lemery* le cadet a entrepris de développer par ſes expériences & par ſes réflexions.

Nous avons expliqué dans l'Hiſtoire de 1701 (1), la flamme que produit un eſprit acide bien pur, verſé ſur une huile eſſentielle d'une plante aromatique, pourvu que cette huile ſoit bien exempte d'acides. C'eſt que l'eſprit entre avec tant d'impétuoſité & avec tant d'ardeur dans l'huile où il ne trouve point d'autres acides qui le repouſſent, que de la violence de ce mouvement naît une grande flamme, accompagnée de détonation. M. *Geoffroy* prend pour principe cette expérience, qui n'eſt connue que depuis peu, & dont l'application aux faits qu'il veut expliquer, ne ſe préſente pas trop d'elle-même.

Il conçoit que quand du ſoufre & du ſalpêtre ſont mêlés enſemble dans le creuſet, la partie huileuſe du ſoufre s'éleve & forme la flamme, qu'en même temps l'acide du ſalpêtre s'éleve auſſi, & va rencontrer en l'air cette huile. Des matieres qui compoſent la flamme, il y en a toujours quelque partie qui ne devient point flamme, & c'eſt ce qui de-

(1) Pag. 84 & ſuiv.

meure en forme de ſuie. Des parties d'huile qui ne ſe ſeroient point enflammées, quoiqu'elles ſe fuſſent élevées avec les autres, les acides du ſalpêtre les enflamment, & de-là vient l'augmentation de flamme qu'ils cauſent, ſans compter qu'ils étendent & raréfient beaucoup l'huile enflammée, indépendamment d'eux.

Cela ne ſuffit pas encore, car par l'expérience fondamentale, il faut que l'huile, pour recevoir l'action des acides, en ſoit bien dénuée, & n'y a-t-il pas beaucoup d'apparence que les acides du ſoufre montent avec ſon huile ? Ils monteroient en effet, ſi les acides du ſalpêtre qui ſe ſont dégagés très-promptement, ne laiſſoient la partie fixe & terreuſe du ſalpêtre, dans un état où elle eſt alkaline, & avide d'abſorber de nouveaux acides en la place de ceux qu'elle a perdus. Elle abſorbe donc les acides qui ſortent du ſoufre, & par-là le ſalpêtre a la double fonction, & de fournir l'eſprit qui doit agir ſur l'huile du ſoufre enflammée, & de retirer du ſoufre ce qui empêcheroit l'action de l'eſprit.

Il eſt aiſé maintenant de voir la cauſe des différens cas particuliers, & même de les prévoir. Le ſalpêtre ſeul jetté dans le creuſet, ne doit point s'enflammer ; tout ce qui en arrive, c'eſt que ſon acide s'éleve ſans rencontrer en l'air aucune huile ſur laquelle il agiſſe, & que ſa partie fixe & terreuſe demeure. L'alun & le vitriol n'augmentent point la flamme du ſoufre, parce que leur acide, ce qui eſt conſtant par l'expérience, ſe dégage difficilement ; & que toute l'huile du ſoufre eſt montée & s'eſt conſumée avant qu'il monte. Ces ſels ne

font au contraire que diminuer la flamme ; parce que leur poids apporte un obſtacle à la raréfaction & à l'élévation de l'huile du ſoufre. L'eſprit de nitre, qui n'eſt que l'acide du ſalpêtre, car il ne peut faire que la moitié de ce que le ſalpêtre fait, & cette moitié n'eſt rien ſans l'autre.

Il eſt viſible que cette raiſon ceſſeroit, ſi ce même eſprit de nitre agiſſoit ſur une matiere enflammée bien exempte d'acides. Auſſi quand on en verſe ſur la flamme de l'eſprit de vin, il l'augmente, car alors il ne ſort point de l'eſprit de vin des acides qui ayent beſoin d'être abſorbés.

Le ſalpétre ne fait pas ſur l'eſprit de vin le même effet que l'eſprit de nitre. La raiſon en eſt, que l'acide du ſalpêtre, tout volatil qu'il eſt, ne s'éleve pas encore aſſez vîte pour aller rencontrer l'huile enflammée de l'eſprit de vin. Il ſemble que le nœud de tout cela conſiſte dans une eſpece de point indiviſible qu'il faut attraper bien juſte.

SUR LE QUINQUINA.

IL eſt à ſouhaiter que l'uſage d'un bon remede s'étende, autant qu'il eſt poſſible, & en même temps il eſt à craindre, qu'à cauſe que ce remede eſt bon, on n'en étende l'uſage trop loin. De plus, il n'y en a point dont l'application ne demande un ſoin fort circonſpect, & de grandes variétés. C'eſt dans ces vûes que M. *Reneaume* a étudié le quinquina ſur un

grand nombre d'obſervations qu'il en a faites dans la pratique de la Médecine. Nous en détacherons ce qui influe le plus ſur cette pratique, & ce qui en même temps nous jette le moins dans un détail trop particulier.

Le quinquina eſt ſenſiblement amer, abſorbant & aſtringent ou ſtyptique, car M. *Reneaume* ne va point chercher ſes propriétés dans la décompoſition chimique de ſes principes, & il prétend que ce mixte, ainſi que beaucoup d'autres, agit, non par ces principes déſunis, mais par leur aſſemblage, qui forme des molécules ſenſibles & groſſieres.

De ce que le quinquina eſt amer, il s'enſuit qu'il adoucit les ſucs aigres, car l'aigre & l'amer font le doux. De ce qu'il eſt abſorbant, il ſuit qu'il émouſſe les acides, & empêche leur action, & par conſéquent il entretient la fluidité des liqueurs que les acides coaguleroient. De ce qu'il eſt ſtyptique, il ſuit qu'il a des parties terreuſes qui abſorbent & boivent les ſéroſités, ce qui fait que les parties qui en étoient abreuvées & relâchées ſe reſſerrent, & par conſéquent le quinquina augmente le reſſort & la fermeté des fibres, ou les leur redonne.

Le quinquina échauffe, parce qu'il eſt amer, & il facilite ou rétablit la tranſpiration, parce qu'il échauffe & augmente la fluidité des liqueurs.

C'eſt ſur ces propriétés qu'il faut fonder les uſages du quinquina en Médecine. Si les alimens s'aigriſſent trop dans l'eſtomac, & que la bile qui doit les adoucir en ſe mêlant avec eux, quand ils en ſortent, ne puiſſe corriger

cette aigreur excessive, ou que quelque obstruction dans les conduits biliaires l'empêche de couler en assez grande abondance, le quinquina suppléera à son défaut, & guérira la fievre qui auroit eu cette cause. En général il fait la fonction de la bile, & par-là il procure au chyle la douceur nécessaire, & répare le vice des digestions qui consiste dans l'aigreur des sucs. Mais si la fievre étoit causée de plus par quelque obstruction considérable dans les conduits biliaires, le quinquina, tant qu'on en feroit usage, pourroit bien tenir lieu de la bile qui manqueroit, mais il ne vaincroit pas l'obstruction, & la fiévre reviendroit dès qu'on le quitteroit. Il faudroit nécessairement alors quelque autre remede plus puissant.

Si la fievre vient de l'épaississement des liqueurs causé par des acides, la qualité absorbante du quinquina rétablit tout, & promptement & sans retour.

Si l'estomac dont les fibres sont relâchées, garde trop peu les alimens & les laisse sortir trop cruds, la stypticité du quinquina remet les fibres dans leur tension naturelle.

Enfin la transpiration diminuée reviendra par ce remede à sa premiere quantité, & comme toutes ces différentes causes ou seules ou compliquées ensemble produisent presque toutes les fievres, il doit y en avoir peu que le quinquina ne guérisse.

Celles qu'il ne guérit pas, ce sont les fievres lentes, qui naissent de quelque abscès interne, d'où il s'écoule continuellement dans le sang une matiere purulente. M. *Reneaume* a même remarqué que le quinquina y étoit

contraire, parce qu'en échauffant & en facilitant les digestions, il augmente l'appétit des malades; qui à mesure qu'ils prennent plus d'alimens, fournissent plus de matiere à l'abscès.

Il n'appartiendroit qu'à un Traité de Médecine, de rechercher en quelles occasions le quinquina demande des préparations, ou quand il doit être accompagné de quelque autre remede. Nous laissons cela à l'art du Médecin, & ce sont peut-être ces sortes de jugemens & de déterminations, qui en font la partie la plus fine & la plus difficile. Il nous suffira de remarquer que M. *Reneaume*, en suivant l'exemple & les instructions de M. *Sydenham*, célebre Médecin *Anglois*, a donné le quinquina, & souvent & avec succès dans des affections mélancholiques ou hystériques, que l'on appelle communément *Vapeurs*, sur-tout quand elles ont eu des accès bien marqués. Ce remede a aussi fort bien réussi à M. *Reneaume* à la fin de quelques dyssenteries. Qu'il ait guéri des maux d'estomac sans aucune fievre, c'est une chose qui ne mérite presque pas d'être rapportée, tant elle tient visiblement à sa nature, telle que nous l'avons expliquée ici.



SUR LE VITRIOL ET LE FER.

(1) L'ARTICLE où nous avons parlé du fer (2), n'en a pas épuisé les vertus. Il n'a point touché à sa stypticité, que M. *Geoffroy* a considérée particuliérement, & à laquelle seule il attribue des effets opposés, que le fer produit en Médecine.

Il est apéritif & astringent, quoiqu'ouvrir & resserrer soient contraires. Par exemple, il est apéritif, puisqu'il remédie aux pâles couleurs, & qu'il rappelle l'évacuation supprimée; il est aussi astringent, puisque quand cette même évacuation est trop abondante, il la remet dans ses bornes naturelles. M. *Geoffroy* prétend, avec beaucoup d'apparence, qu'il n'est apéritif que parce qu'il est astringent. Les canaux qui conduisent les liqueurs dans le corps de l'animal, ne sont pas de simples canaux privés d'action, ils aident eux-mêmes au mouvement des liqueurs qu'ils conduisent, & cela en se resserrant & en diminuant leur propre capacité, ce qui atténue les liqueurs, & en même temps les oblige d'avancer. Cet effet dépend du ressort des fibres de ces vaisseaux, & d'une certaine proportion de forces qui doit être entre ce ressort, & la résistance des liqueurs. Si le ressort des fibres est affoibli, & que les liqueurs ne soient plus

(1) V. les M. p. 225.
(2) Pag. 33.

suffisantes

suffisamment battues & poussées, elles s'amassent dans les vaisseaux en trop grande quantité, & alors il arrive ou qu'elles s'épaississent, & demeurent presque coagulées, ou qu'il s'en échappe au travers des pores des vaisseaux une partie qui s'épanche au-dehors, & que même elles les rompent, & se font de nouvelles routes pour sortir. Dans le premier cas, l'écoulement est arrêté, dans le second il est trop abondant & irrégulier, & l'un & l'autre a été causé par le relâchement des fibres que la stypticité du fer corrige. Il est visible que le même raisonnement s'applique à toutes les maladies où ce relâchement a part, car un des grands principes de la méchanique du corps est l'équilibre nécessaire entre les fluides qui sont poussés, & les solides qui poussent.

La stypticité du fer étant donc si utile, & même apparemment la plus utile de ses qualités, il est bon de la porter par art à sa derniere perfection. C'est ce que M. *Geoffroy* a fait par trois opérations différentes, qui lui donnent une eau-mere de vitriol rougeâtre, onctueuse, extrêmement styptique, sans aucune acidité, ni corrosion. Il la tire du vitriol, parce que le fer qui y est extrêmement divisé & atténué est plus en état de recevoir la forme qu'on veut, & se présente mieux à l'artiste. Le vitriol a été plusieurs fois dissous, filtré, ensuite crystallisé, & l'eau-mere est ce qui est resté de liqueur après chaque crystallisation. Il en reste une pareille de tous les sels fossiles qu'on a traités de même, & comme en réitérant toujours l'opération, ils se résoudroient entiérement à la fin en cette liqueur,

on la nomme *eau-mere*, parce qu'elle contient tous les principes du minéral, quoique désunis & altérés.

M. *Geoffroy* conçoit que dans son eau-mere de vitriol les acides qui pénétroient le fer, & par-là formoient le vitriol se sont dégagés, qu'une assez grande partie de l'huile du fer s'est séparée de la terre métallique la plus grossiere, que les acides se sont réunis de nouveau, les uns à l'huile du fer séparée de la terre, les autres à la terre séparée de l'huile, que les premiers absorbés dans l'huile ne peuvent plus faire sentir d'acidité, que les seconds unis avec la terre font des sels alkali, qui ne sont point corrosifs, à cause de l'huile mêlée dans cette liqueur, & qui d'ailleurs lui donnent une qualité fort styptique à cause de la terre qu'ils y soutiennent en assez grande quantité. Pour prouver que la nature de cette liqueur est telle que nous la représentons ici, il faudroit entrer dans le détail des opérations, mais nous le laissons à M. *Geoffroy*. Nous lui laissons aussi les usages médicinaux de son eau stiptique ; il est aisé d'imaginer qu'elle doit être bonne & à prendre par la bouche, & à appliquer extérieurement ; mais quand on en aura pris cette idée générale, c'est à l'expérience à fournir toutes les déterminations particulieres.



SUR DES MATIERES

Qui pénetrent les Métaux sans les fondre.

(1) QUOIQUE l'extrême divisibilité de la matiere & la subtilité où elle peut parvenir, & d'un autre côté la grande porosité des corps les plus solides, soient les deux choses du monde les plus établies en physique, cependant comme on pourroit peut-être soupçonner que le besoin des systêmes les feroit pousser toutes deux trop loin, il est bon que l'expérience même nous rassure. Elle l'a déja fait dans cette Histoire sur le premier point (2), elle le va faire sur le second avec autant d'évidence & de facilité.

Il n'y a point de corps plus compactes que les métaux, & en même-temps il est bien sûrement prouvé qu'ils ont des pores, tant parce que le feu les met en fusion, que parce que leurs dissolvans les réduisent en liqueur; car sans leurs pores, ni le feu, ni les dissolvans n'y pourroient mordre. Mais ces divisions violentes de leurs parties ne prouvent pas tant leur porosité que feroit le passage tranquille de quelque matiere au travers de leur substance, sans y causer le moindre dérangement ni la moindre altération; car alors il faut qu'ils

(1) V. les M. p. 409.
(2) V. ci-dessus, p. 12.

ayent eu des pores & fort ouverts, & en une quantité prodigieuse, & communiquant tous les uns avec les autres. C'est-là ce que M. *Homberg* a découvert le premier par le moyen de deux matieres qu'il a trouvées, dont l'une pénetre le fer & l'autre l'argent, & dont ni l'une ni l'autre ne laisse, pour ainsi dire, aucune trace de son passage.

Du soufre commun mis sur une plaque de fer fort rouge y fait un trou, & passe au travers. Ce même soufre, mais fort affoibli, tant par certaines matieres avec lesquelles il est mêlé, que par les opérations qu'il a souffertes, devient le corps qui passe paisiblement au travers du fer. Il le laisse aussi malléable qu'auparavant. Il n'a été question que de modérer l'impétuosité excessive de cet argent.

De même le soufre dissoudroit l'argent avec violence, le mercure le dissoudroit lentement & avec douceur; le soufre & le mercure mêlés ensemble d'une certaine façon seront les principaux ingrédiens d'une composition qui étant fondue sur une lame d'argent épaisse d'une demi-ligne la pénétrera de part en part sans y faire d'ouverture. Il sera aussi malléable qu'il l'étoit, mais il prendra & en dehors & en dedans une vraie couleur de plomb.

Il est fort remarquable dans cette seconde expérience que la matiere qui pénetre l'argent n'étoit point malléable avant que de le pénétrer, & le devient après. M. *Homberg* conjecture qu'en traversant l'argent elle y a déposé une terre qui empêchoit ses parties d'être bien liées par le soufre qu'elle contenoit, & par conséquent la rendoit cassante & friable. Peut-

être auſſi la couleur de plomb vient-elle de cette même terre dont l'argent s'eſt chargé. Il y a toujours bien des phénomenes dans un ſeul.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MONSIEUR *Geoffroy*, le cadet, a dit que l'eau de fleur d'orange, qui ſent l'empyreume, perd cette odeur par la gelée, & en prend une très-agréable.

II.

M. *Poli* a tiré du laurier à grandes feuilles que l'on appelle laurier Royal à *Lucques*, où il l'a trouvé en grande abondance, une huile qui a le goût & l'odeur d'amendes ameres, mais avec beaucoup plus de force. Elle donne ce goût & cette odeur à tout & ſans aucun empyreume. Si on en mêle une dragme avec une livre de ſucre fin bien pulvériſé, & que le tout ſoit bien pilé dans un mortier de verre, il s'en forme une poudre blanche excellente pour les douleurs d'eſtomac, & qui même guérit ſouvent les fievres tierces & quartes, pourvu qu'on ſe ſoit purgé avant que d'en uſer. Il n'en faut prendre qu'une dragme pendant quelques jours.

III.

Dès que l'on débouche un vaiſſeau où eſt

de l'eſprit de nitre, ſur-tout ſi cet eſprit eſt bien déflegmé, on voit ſortir une fumée aſſez conſidérable. Les autres eſprits acides en jettent moins, & à peine celle de l'eſprit de ſel eſt-elle ſenſible. Mais M. *Geoffroy*, le cadet, a obſervé qu'elle le devient beaucoup, ſi on approche du vaiſſeau où ſoit un fort eſprit alkali volatil. Ce n'eſt pas; car il faût bannir le merveilleux autant qu'on peut, que ce voiſinage détermine l'eſprit de ſel à jetter plus d'exhalaiſons; mais c'eſt que l'alkali en jette auſſi de ſon côté, qu'elles ſe rencontrent dans l'air les unes les autres, & que comme elles ne ſont que les parties les plus ſubtiles des matieres d'où elles ſont ſorties, elles font entr'elles ce que ces matieres auroient fait, qu'elles ſe joignent intimement, & produiſent par leur union un nouveau ſel plus ſenſible à la vue que n'auroient été les deux différentes exhalaiſons ſéparées. Ce ſel eſt celui qui doit naître de l'acide & de l'alkali volatil, c'eſt-à-dire, un véritable ſel armoniac. Et en effet ſi on expoſe à cette fumée compoſée des deux exhalaiſons une cloche de verre, elle ſe charge de fleurs qui ſont les mêmes que ſi on l'eût expoſée à une vapeur des fleurs du ſel armoniac. La fumée de l'eſprit de nitre mis auprès de l'alkali volatil n'en paroît guère plus forte, apparemment parce qu'elle n'a pas beſoin de ce ſecours pour ſe faire bien voir; ſeulement de rouge qu'elle étoit elle devient blanche, ce qui marque qu'elle eſt altérée auſſi par celle de l'alkali.

IV.

Le bismuth est une espece d'étain. C'est une matiere métallique blanche, cassante, disposée en petites facettes luisantes comme des glaces, ce qui la fait nommer *étain de glace*. Il paroît être composé d'un sel minéral, d'un soufre grossier, de mercure, d'un peu d'arsenic, & de beaucoup de terre. M. *Poli* ayant pilé séparément une partie de bismuth, & deux de sublimé corrosif, & les ayant mêlées ensemble dans une cornue à laquelle il avoit adapté un récipient, en tira par la distillation une espece de gomme ou de beurre qui s'étoit attachée en partie au col de la cornue, & en partie étoit tombée dans le récipient. Il distilla ce beurre une seconde fois, & outre un nouveau beurre qui vint comme le premier, il resta au fond de la cornue une poudre très-fine, de couleur de perles orientales, douce au toucher & gluante. Une troisiéme opération lui donna une poudre encore plus fine & plus belle; enfin il réitéra l'opération jusqu'à ce que le beurre fût entiérement changé, partie en mercure coulant, partie en poudre de couleur de perles. Cette poudre pourra servir à imiter les perles fines, soit à les représenter en peinture, soit à donner cette agréable couleur à tels ouvrages qu'on voudra.

V.

M. *Homberg* a dit que sous la zone torride l'extrême chaleur mangeoit le plomb, & que des gouttieres y devenoient terre en 3 ou 4 ans.

NOUS renvoyons entiérement aux Mémoires

(1) L'obſervation de M. *Geoffroy*, le cadet, ſur la chaleur de l'eſprit vin.

(2) L'écrit de M. *Homberg* ſur une ſéparation d'or.

(3) L'obſervation du même ſur la ſublimation du mercure.

BOTANIQUE.

SUR UNE PLANTE

Fauſſement rapportée au genre des Lichen.

(4) LE lichen eſt une plante qui naît comme la mouſſe ſur l'écorce des arbres, & même ſouvent ſur des pierres. On prétend qu'elle eſt bonne pour la gratelle, & pour les dartres vives, & qu'elle a pris ſon nom de ces maladies même qu'elle guérit; car elles s'appellent

(1) V. les M. p. 69.
(2) V. les M. p. 87.
(3) V. les M. p. 314.
(4) V. les M. p. 307.

ainsi en grec. Peut-être aussi, & cela seroit plus naturel, ce nom vient-il de ce qu'on l'a regardée elle-même comme une gale & une espece de maladie des arbres sur lesquelles on l'a d'abord observée.

C'est un genre que le lichen, & il a beaucoup d'especes différentes. Il a des semences, mais point de fleur, & M. *Tournefort* l'a rangé dans cette classe (1).

Une espece de lichen appellée par C. *Baukin lichen petræus stellatus* devoit donc n'avoir point de fleur; mais M. *Marchant* lui en a trouvé une dont il fait la description. Les négatives & les exclusions sont toujours un peu dangereuses en fait de physique.

La fleur de ce prétendu lichen, qui, comme on peut juger, est fort petite, a une singularité remarquable. Lorsqu'elle s'épanouit, on voit au-dedans un paquet de filets repliés, & en quelque sorte confondus ensemble, qui ont un mouvement sensible par lequel ils s'allongent, & se débarrassent les uns d'entre les autres. A chaque fois qu'ils font cette espece d'effort, ou qu'ils le font plus sensiblement, il sort d'entr'eux une poussiere très-fine qui se perd en l'air. M. *Marchant* la prend pour les graines de la plante, & avec beaucoup d'apparence, puisqu'on voit naître un nombre prodigieux de plantes de cette espece autour d'une ancienne, & que de plus il en naît sur des murailles & jusques sur des toits, où il n'y a que l'air qui puisse les avoir semées. S'il y

(1) V. l'Hist. de 1710, p. 93 & suiv.

avoit des inſectes en fait de plantes, les lichen ſeroient du nombre, & il ſe trouveroit que les plantes les plus mépriſées communément, ainſi que les animaux, ſeroient les plus admirables.

Puiſque le lichen *petræus ſtellatus* a des fleurs, ce n'eſt plus un lichen, & par cette raiſon M. *Marchant* en fait un nouveau genre qu'il appelle *marchantia*, du nom de ſon pere, fameux Botaniſte, & le premier qu'ait eu l'Académie. On ne peut envier aux Botaniſtes, pour paiement de leurs travaux, le droit de nommer des plantes.

OBSERVATION
BOTANIQUE.

MONSIEUR de *Reaumur* allant de *Saumur* à *Thouars* au mois de Juin 1711, remarqua dans toute une étendue de 5 lieues de chemin que des pruniers ſauvages qui ſont communément dans les buiſſons & dans les haies, & qui devoient avoir alors de petites prunes rondes de la groſſeur d'un poids, comme ils en avoient effectivement, en avoient tous à peu près autant d'une grandeur & d'une figure différente. Elles étoient ovales, fort ſemblables à de jeunes amandes, ſouvent dans le ſens de leur grande longueur, une fois & demie plus longues que les fruits naturels & ordinaires. Leur couleur étoit auſſi d'un vert moins foncé, & tiroit ſur le jaunâtre. Les 5 lieues paſſées,

V

M. de *Reaumur* chercha inutilement de semblables prunes pendant 25 lieues de chemin, quoiqu'il y eût des mêmes pruniers en abondance. Dans l'étendue où se trouvoient les prunes irrégulieres ou monstrueuses, les autres arbres n'avoient point de fruits qui le fussent. C'est une chose assez singuliere que ce mélange presqu'égal de fruits naturels & des fruits monstrueux sur une seule espece d'arbres pendant tout un si long chemin, & pendant ce chemin seulement. M. de *Reaumur* en rapporte la cause à quelque pluie d'orage, chargée peut-être de sels particuliers, qui n'avoit tenu que 5 lieues, qui avoit introduit dans les pruniers des sucs plus abondans & plus nourrissans qu'à l'ordinaire, & avoit trouvé la moitié de leurs fruits en état d'en profiter, au lieu que ceux des autres arbres n'étoient pas alors dans cette disposition.

NOUS renvoyons entiérement aux Mémoires

(1) L'écrit de M. de *Reaumur* sur une nouvelle plante qu'il nomme *boletus ramosus Coralloides fœtidus*.

(2) Et celui de M. *Jussieu* sur l'arbre qui porte le caffé.

---

(1) V. les M. p. 92.
(2) V. les M. p. 388.

GÉOMÉTRIE.

SUR LES DÉVELOPPÉES.

(1) VOICI la ſuite de la théorie générale des développemens que M. *Varignon* avoit commencée (2). Comme les développées ſont modernes, la matiere eſt encore aſſez neuve, & peut fournir beaucoup à qui ſait l'approfondir.

L'origine d'un développement eſt arbitraire, c'eſt-à-dire, que quoiqu'il ſoit naturel de commencer à développer une courbe au point où elle prend naiſſance, il eſt cependant permis de commencer à la développer à tel autre point qu'on voudra. Toute la différence ſera qu'au lieu qu'un développement commencé à l'origine de la courbe ſera continu, celui qui commencera à quelque point de ſon cours ſera, pour ainſi dire, interrompu & briſé, parce que quand on l'aura développée de ce point vers une de ſes extrêmités, il faudra retourner à ce même point pour la développer delà vers l'autre extrêmité.

Il ſuit déja de cette ſeule idée, que ſi une courbe eſt toujours concave d'un même côté,

(1) V. les M. p. 162.
(2) V. l'Hiſt. de 1712, p. 81 & ſuiv.

comme une demi-parabole, & que l'on commence à la développer par ſon ſommet, la développante qui eſt toujours concave vers le même côté que la développée ſera une courbe d'un cours continu, & dont la concavité ſera toujours tournée du même ſens; mais que ſi on commence à développer la demi-parabole par un autre point que le ſommet, la développante aura un rebrouſſement à l'origine du développement, & deux branches dont les concavités ſe tourneront vers des côtés oppoſés. Il eſt viſible que cela eſt général, & qu'une courbe quelconque d'un cours continu, & toute concave d'un ſeul côté, développée par un point quelconque moyen entre ſes deux extrêmités, produit une développante rebrouſſée en ſens contraires.

Aux courbes d'un cours continu ſont oppoſées celles qui rebrouſſent, & aux courbes toutes concaves d'un ſeul côté ſont oppoſées celles qui le ſont de différens côtés, & celles-ci ont ou une inflexion, ou un rebrouſſement dont les deux branches ſont tournées de ſens contraires; car pour celles qui ont un rebrouſſement dont les deux branches ſont tournées du même ſens, ou, ce qui eſt la même choſe, concaves du même côté, elles ne ſont oppoſées qu'aux courbes d'un cours continu. Nous venons de voir les développantes que produiſent des courbes d'un cours continu, & toutes concaves d'un ſeul côté, ſoit qu'on ait commencé à les développer à leur origine, ou à quelqu'autre point, reſte à voir les développantes que produiront les autres courbes d'un cours non continu, ou concaves vers différens

côtés, développées par tel de leurs points qu'on voudra.

Ces courbes ayant toutes un rebroussement ou une inflexion, elles ont trois especes de points par où peut commencer le développement : 1°. Leur origine, ou, ce qui revient au même, leur extrémité; 2°. Le point d'inflexion ou de rebroussement; 3°. Tel autre point qu'on voudra qui ne sera aucun des précédens. Il est clair que les développemens commencés par la premiere, ou la troisiéme espece de points retombent dans le même cas que ceux des courbes d'un cours continu & concaves d'un seul côté, pourvu qu'on ne les pousse que jusqu'aux points d'inflexion ou de rebroussement. Quant à ceux qui commenceroient par ces points de rebroussement ou d'inflexion, ils sont les mêmes que ceux qui commenceroient à l'origine d'une courbe simple, & si on les considere de part & d'autre de ces points, ils sont les mêmes que ceux de deux courbes simples posées l'une à l'égard de l'autre comme les deux branches de la courbe dont il s'agit, & enfin les développemens qui ayant commencé par quelqu'autre point que ceux d'inflexion ou de rebroussement y arrivent & vont au-delà, ne sont que ceux des deux différentes branches de la courbe. On voit donc qu'il est fort aisé de tracer les développemens, ou, ce qui est la même chose, les développantes de toutes les courbes, à quelque point que l'on commence à les développer.

Les courbes rebroussées en sens contraires étant développées ou par leurs extrémités ou

par leur point de rebrouſſement, produiſent des développantes d'un cours continu, & toutes concaves d'un ſeul côté.

Les courbes rebrouſſées en même ſens, étant développées ou par leurs extrêmités ou par leur point de rebrouſſement, produiſent des développantes qui ſont pareillement rebrouſſées en même ſens, & du même ſens que les développées.

Les courbes qui ont une inflexion, & que M. *Varignon* appelle *contournées*, étant développées par leurs extrêmités produiſent des développantes rebrouſſées en même ſens, & ſi elles ſont développées par leur point d'inflexion, elles produiſent des développantes, qui ſont contournées comme elles.

Si toutes ces courbes, tant rebrouſſées que contournées, ſont développées par d'autres points, c'eſt-à-dire, par ceux que nous avons appellés de la troiſiéme eſpece, elles produiſent des développantes moins ſimples; mais qui ſe peuvent aiſément réduire à celles qui ont été produites par les autres développemens. Ainſi nous ne nous arrêterons point à les conſidérer.

Ce qu'il y a de plus important dans une développante, c'eſt ſon rayon ou ſon cercle oſculateur. A chaque point de la développée répond un cercle oſculateur dans la développante; & chaque cercle oſculateur a deux de ſes côtés infiniment petits exactement poſés ſur deux côtés pareils de la développante, l'un au-dedans de cette courbe, l'autre au-dehors, de ſorte qu'il la touche & la coupe en même-temps; ou la touche doublement, & en-dehors & en-dedans.

Delà il ſuit que ſi un point de la développée eſt équivalent à deux points, il doit répondre à ce point deux cercles oſculateurs de la développante infiniment prochés & égaux. Or dans toute courbe rebrouſſée le point de rebrouſſement qui appartient en même-temps à deux branches différentes eſt équivalent à deux points, & par conſéquent la développante d'une courbe rebrouſſée doit avoir dans celui de ſes points qui répond au point de rebrouſſement de la développée deux cercles oſculateurs égaux & infiniment proches.

Puiſqu'il eſt de l'eſſence du cercle oſculateur d'avoir deux côtés infiniment petits communs avec la développante, deux cercles oſculateurs doivent naturellement en avoir quatre, & cela dans le même point ou dans la même étendue infiniment petite de la courbe, mais on voit en traçant les cercles que des quatre côtés il y en a toujours deux qui ſe confondent en un.

Si une courbe rebrouſſée en ſens contraires a été développée par ſon point de rebrouſſement, un des deux cercles oſculateurs de la développante a le premier de ſes deux côtés intérieur à la courbe, & le ſecond extérieur, & l'autre cercle a ſon premier côté extérieur, & le ſecond intérieur; de ſorte que le ſecond côté du premier cercle, & le premier du ſecond n'ayant que la même poſition à l'égard de la courbe & étant contigus, ne doivent paſſer que pour un.

Si la même courbe rebrouſſée a été développée par ſes extrêmités, un des cercles oſ-

culateurs de la développante à son premier côté extérieur à la courbe, le second intérieur, & l'autre cercle a son premier côté intérieur, & l'autre extérieur, & par la même raison les deux côtés du milieu n'en sont encore qu'un seul.

Il paroît assez par cette disposition des deux cercles osculateurs, qu'ils peuvent aussi & doivent même n'être comptés que pour un, mais pour un qui a trois côtés communs avec la développante, au lieu que tous les autres cercles osculateurs dans tous les autres points de la même courbe n'y ont que deux côtés communs avec elle. Ainsi dans les deux cas que nous venons de représenter, le cercle osculateur de la développante au point dont il s'agit, non-seulement la baise, mais s'entrelace avec elle de deux manieres opposées.

On sait qu'à chaque côté infiniment petit d'une courbe répondent deux ordonnées infiniment proches, à deux côtés consécutifs trois ordonnées, quatre à trois côtés, &c. de même en prenant les côtés d'une courbe quelconque développante pour des arcs circulaires infinimens petits décrits du rayon osculateur, aux deux côtés qu'un cercle osculateur a toujours communs avec la courbe répondent trois rayons infiniment proches & égaux, & puisque dans les développantes formées par des rebroussées en sens contraires, le cercle osculateur a trois côtés communs avec la courbe, il y aura quatre rayons osculateurs infiniment proches & égaux. Par conséquent si on a une équation algébrique qui exprime

le rayon osculateur pour tous les points d'une développante de cette espece, cette équation aura quatre racines égales pour le point où le cercle osculateur aura trois côtés communs avec la courbe.

Voyons maintenant les développantes formées par le développement de courbes rebroussées en même sens. Nous avons dit que ces développantes seront aussi rebroussées en même sens. Sur cela il faut considérer que non-seulement à chaque point de la développée répond un cercle osculateur dans la développante, mais encore que chaque point de la développante a le sien. Delà il suit que si un point de la développante est équivalent à deux points, il doit *par lui-même* avoir deux cercles osculateurs infiniment proches & égaux. Or, ici la développante est rebroussée aussi bien que la développée. Donc si le point de rebroussement de la développante est équivalent à deux points aussi bien que celui de la développée, elle doit avoir par elle-même en ce point deux cercles osculateurs outre les deux qu'elle aura de la part de la développée, c'est-à-dire, quatre cercles osculateurs infiniment proches & égaux, ou plutôt un seul qui aura quatre côtés communs avec elle, & il est évident que ces quatre côtés produiront cinq racines égales.

J'ai dit, *si le point de rebroussement de la développante est équivalent à deux points aussi bien que celui de la développée*; car tout point de rebroussement n'est pas équivalent à deux points. Le rebroussement se fait de deux manieres, par deux côtés exactement posés

l'un sur l'autre, ou par deux côtés qui font ensemble un angle infiniment petit. Dans le premier cas un point est équivalent à deux, puisqu'il est formé de deux qui sont confondus, mais dans le second, l'angle empêche leur confusion, & les deux côtés ou points sont toujours deux. Il se trouve que le point de rebroussement des développantes formées par des rebroussées en même sens, est dans le premier cas, & ce qui le prouve, c'est qu'on verra par les démonstrations de M. *Varignon* que le cercle osculateur de ce point-là ne passe ni ne peut passer entre les deux branches de la développante qui rebrousse, mais est ou au-dedans ou au-dehors des deux. Et en effet selon la premiere idée que nous avons donnée du rebroussement, il est impossible qu'aucune courbe passe entre deux lignes exactement posées l'une sur l'autre, & qui ne font point d'angle.

On voit clairement par tout ce qui a été dit que les rebroussées en sens contraires produisant par leur développement des développantes qui ont un cours continu, & les rebroussées en même sens des développantes qui sont rebroussées aussi, les premieres développantes ne doivent avoir à cause de leur cours continu que quatre racines égales dans le point qui répond au point de rebroussement de leurs développées, & que les secondes développantes doivent avoir cinq racines égales à cause de leur rebroussement.

Il reste le développement des contournées. Si elles sont développées par leurs extrêmités, elles produisent des développantes rebrous-

ſées en même ſens. Le point d'inflexion des contournées vaut deux points; car il faut le concevoir comme formé de deux côtés poſés exactement bout à bout en ligne droite, ſans faire entr'eux aucun angle de contingence. Donc le point de la développante qui répond à ce point d'inflexion a un cercle oſculateur qui a trois côtés communs avec la courbe. Il faut voir maintenant s'il n'en a point juſqu'à quatre, à cauſe du rebrouſſement de la développante. Mais ce rebrouſſement eſt formé de deux côtés qui font entr'eux un angle infiniment petit, & ce qui le prouve, c'eſt que le cercle oſculateur diviſe cet angle, & paſſe entre les deux branches qui font le rebrouſſement. Donc ce cercle n'a que trois côtés communs avec la développante, & il n'y a dans ce point de rebrouſſement que quatre racines égales.

Si les contournées ſont développées par leur point d'inflexion, elles produiſent des développantes qui ſont pareillement contournées. Alors il ſemble que la développante ayant un point d'inflexion équivalent à deux points auſſi bien que la développée, le cercle oſculateur de la développante en ce point doive avoir quatre côtés communs avec elle, comme le cercle oſculateur au point de rebrouſſement d'une développante rebrouſſée produite par une rebrouſſée. Mais il y a une grande différence, qui vient de la différente poſition des cercles oſculateurs. Quand on développe une contournée par ſon point d'inflexion, le premier côté de la développante que l'on décrit eſt l'un des deux côtés qui doivent for-

mer son point d'inflexion, & l'on décrit ensuite toute une branche d'un cours continu. Cela fait, on revient au point d'inflexion de la développée, on décrit le second des deux côtés qui doivent faire le point d'inflexion de la développante, & on en décrit la seconde branche qui n'a qu'un cours continu. Il arrive delà qu'au point d'inflexion de la développante ses deux branches ont chacune leur cercle osculateur dont les convexités sont opposées. Ces deux cercles ont deux côtés communs chacun avec la branche à laquelle il appartient, mais ils n'ont aucun côté commun entr'eux. Ainsi ce ne sont point deux cercles osculateurs qui se confondent en un, & qui forment un seul cercle qui ait ou trois ou quatre côtés communs avec la courbe, comme dans les autres cas que l'on a vus. Il est clair qu'en ces cas-là les cercles osculateurs qui se confondoient avoient la même position, ou, ce qui revient au même, leurs concavités tournées du même côté.

Il est établi chez les Géometres que le rayon osculateur est la mesure de la courbure des courbes. Elle est plus petite quand il est plus grand, & au contraire, & par conséquent au point où une courbe aura une courbure nulle, elle aura un rayon osculateur infini, & elle en aura un infiniment petit au point où sa courbure sera infinie. M. *Varignon* trouve aisément par sa Théorie les grandeurs des rayons osculateurs de chaque développante, & par conséquent la différente courbure de ces courbes. Il arrive à un paradoxe assez étonnant déja avancé par feu

M. le Marquis de *l'Hôpital*, c'est que dans le point d'inflexion qui paroît formé de la même maniere dans toutes les courbes, & également constitué, le rayon osculateur est quelquefois infini, quelquefois nul, c'est-à-dire, la courbure quelquefois nulle, quelquefois infinie. Cette matiere demanderoit des réflexions qui nous meneroient trop loin. La Géométrie a ses mysteres, dont on sait déja que plusieurs ne sont que des mysteres apparens, puisqu'ils ont cessé de l'être quand on les a approfondis. Il est à souhaiter qu'ils soient tous de la même espece.

SUR LES POLYGONES INSCRITS OU CIRCONSCRITS AU CERCLE.

(1) INSCRIRE dans un cercle un polygone *régulier*, c'est-à-dire, dont tous les côtés sont égaux, c'est le disposer de maniere au-dedans d'un cercle que chacun de ses côtés en coupe la circonférence par ses deux extrémités, & le circonscrire au cercle, c'est le disposer de maniere au-dehors du cercle, que chacun de ses côtés en touche par son milieu la circonférence. Chaque côté d'un

---

(1) V. les M. p. 99.

polygone inscrit est donc la corde d'un arc de cercle égal à celui dont chaque autre côté est la corde, & de même tous les côtés d'un polygone circonscrit sont les tangentes d'arcs de cercle égaux, & si les deux polygones, l'inscrit & le circonscrit, ont le même nombre de côtés, les côtés de l'un sont cordes, & ceux de l'autre tangentes des mêmes arcs.

Un polygone quelconque étant inscrit dans un cercle, si l'on y en veut inscrire un autre qui ait deux fois plus de côtés, il ne faut que couper en deux chaque arc soutenu par chaque côté du premier polygone, & tirer deux nouvelles cordes aux deux nouveaux arcs, & il est clair que cette division se peut continuer tant qu'on voudra selon la progression soudouble.

La moitié de la corde d'un arc de cercle est le sinus de l'arc qui est la moitié de celui que la corde soutient. Ainsi le double d'un sinus quelconque est la corde d'un certain arc, & par conséquent le côté d'un certain polygone inscrit. Par exemple, le double du sinus de l'arc de 60 est la corde de l'arc de 120, & le côté du triangle équilatéral, le moindre de tous les polygones qui se peuvent inscrire dans le cercle. Le double du sinus de 30 est la corde de l'arc de 60, & le côté de l'exagone. Le double du sinus de 15 est la corde de 30, & le côté du dodécagone, &c. d'où l'on voit qu'un arc quelconque étant donné, si l'on sait trouver le sinus de sa moitié, on trouvera de suite les côtés de tous les polygones qui auront toujours un nombre de côtés double.

M. *Saulmon* donne une formule générale pour tirer du ſinus donné d'un arc le ſinus de ſa moitié, & par conſéquent pour inſcrire perpétuellement dans le cercle des polygones dont chacun aura deux fois plus de côtés que le précédent. Il n'entre dans cette formule que le rayon du cercle, & le ſinus donné, ou, ce qui revient au même, le dernier ſinus qu'on aura trouvé en pourſuivant toujours la diviſion de l'arc.

La même méthode de M. *Saulmon* s'étend aux polygones circonſcrits, à cela près qu'il faut prendre les tangentes des arcs au lieu de leurs cordes. La formule générale ne comprend que les deux mêmes grandeurs.

Ainſi quel que ſoit le premier polygone inſcrit ou circonſcrit au cercle, on peut enſuite & inſcrire & circonſcrire à ce même cercle à l'infini des polygones d'un nombre de côtés toujours double, & il eſt viſible que plus le nombre de leurs côtés augmente, moins le circuit & l'aire des circonſcrits ſurpaſſent la circonférence & l'aire des inſcrits ſont ſurpaſſées par la même circonférence & la même aire, de ſorte que les diviſions étant pouſſées juſqu'à l'infini, il paroît néceſſaire que les circonſcrits d'un côté & les inſcrits de l'autre ſe confondent abſolument avec le cercle.

M. *Saulmon* démontre que ſi en faiſant la diviſion des arcs, ou, ce qui revient au même, en doublant le nombre des côtés d'un polygone quelconque inſcrit ou circonſcrit, on vient à trouver par la formule générale que la différence du quarré du rayon du cercle

cercle, & du quarré du ſinus immédiatement précédent, ne ſoit pas un quarré parfait, ce qui emporte que la racine quarrée de cette différence ſoit un nombre incommenſurable, alors les circuits de tous les polygones inſcrits & circonſcrits qui ſuivront, ſeront incommenſurables avec le rayon du cercle, & leurs aires incommenſurables avec le quarré de ce rayon. En un mot, dès que par la voie que nous venons de marquer, l'incommenſurabilité ſera entrée dans un polygone, elle ſe maintiendra dans les polygones ſuivans, tant à l'égard du circuit que de l'aire.

Cette incommenſurabilité ſe trouve preſque toujours dès le premier polygone. Elle eſt, par exemple, dans le triangle équilatéral, dans le quarré, dans le pentagone. Et s'il y a quelque premier polygone où elle ne ſoit pas, il eſt ſûr qu'elle entrera bientôt dans quelque polygone ſuivant, après quoi elle ne ſortira plus de cette ſuite.

Reſte à ſavoir ſi elle ſe ſoutient juſques dans l'infini, c'eſt-à-dire, juſqu'au terme où les polygones inſcrits & circonſcrits ſe confondent avec le cercle. En ce cas, il ſeroit certain que les circuits de ces polygones ou la circonférence du cercle ſeroit incommenſurable avec le rayon, & l'aire du cercle incommenſurable avec le quarré du rayon.

Le ſujet d'en douter eſt, que l'incommenſurabilité de deux grandeurs, conſiſte dans un certain excès de l'une ſur l'autre. Cet excès peut toujours demeurer égal, ou même augmenter pendant une progreſſion infinie, mais il peut auſſi diminuer, & alors il deviendroit

nul dans l'infini, & l'incommenſurabilité ceſſeroit.

Mais il y a bien de l'apparence qu'elle ſe conſerve juſques dans l'infini entre la circonférence du cercle & ſon rayon, ou entre l'aire & le quarré du rayon. Car on n'a pu, du moins juſqu'ici, trouver le rapport de ces grandeurs que par des ſuites infinies, ce qui eſt une marque d'incommenſurabilité (1).

Quand ces grandeurs ſeroient incommenſurables, ce ne ſeroit pas à dire que la quadrature du cercle fût impoſſible. Il faudroit & qu'elles fuſſent incommenſurables, & que leur rapport ne pût abſolument être exprimé que par des ſuites infinies, car alors il ſeroit bien ſûr que la ſomme finie de ces ſuites ne ſe pourroit jamais trouver.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

(2) QUE deux ſections coniques ſe puiſſent couper en quatre points, c'eſt une choſe qui ſaute aux yeux. Si une parabole, par exemple, rencontre par ſes deux côtés, qui ſont les deux demi-paraboles, une conférence de cercle qu'elle coupe, & dans laquelle par conſéquent elle entre, il faut néceſſairement qu'elle en ſorte, & elle n'en peut ſortir qu'en

(1) V. l'Hiſt. de 1711, p. 80 & ſuiv.
(2) V. les M. p. 324 & 349.

coupant encore le cercle en deux points. Il en va de même des autres ſections coniques priſes deux à deux, il n'y a qu'à leur donner entr'elles une diſpoſition convenable pour l'interſection en quatre points. Comme toutes ces courbes ſont formées de deux moitiés égales & ſemblables, ſéparées par un axe, que chacune d'elles regarde par ſa concavité, la diſpoſition qu'on donne naturellement à deux ſections coniques, pour faire qu'elles ſe coupent en quatre points, eſt de les décrire ſur un axe ou du moins ſur un diametre commun, de ſorte que chacune des deux courbes ait ſa moitié, ou du moins une portion de cette moitié d'un côté de cet axe ou diametre, & l'autre moitié ou une portion de l'autre côté. Enfin, quand elles ſe coupent en quatre points, on imagine naturellement que deux interſections ſe font dans deux branches ou portions de chaque courbe concave, toutes deux vers un certain diametre, & les deux autres interſections dans deux autres branches ou portions concaves du côté oppoſé du même diametre.

Auſſi quand M. *Rolle* apporta à l'Académie cette propoſition, qu'une demi-parabole & une demi-hyperbole pouvoient ſe couper en quatre points, de maniere que dans toute l'étendue où ſe faiſoient les quatre interſections, les portions de chacune de ces deux courbes fuſſent toujours concaves du même côté d'un diametre, les Géometres furent d'abord ſurpris du paradoxe. M. *de la Hire* & M. *Saurin* ſe mirent à l'examiner, & le trouverent vrai. Si quelqu'un a fait cette obſer-

vation singuliere avant M. *Rolle*, du moins ne s'en souvint-on point, & c'est un grand préjugé qu'elle est nouvelle. Quoique nouvelle & singuliere, on peut cependant, maintenant qu'elle est éclaircie, être étonné qu'elle n'ait pas encore été faite : en voici le dénouement.

Tous les Géometres conviennent, & nous l'avons dit bien des fois, qu'une équation déterminée du quatriéme degré se construit par deux sections coniques, qui pouvant se couper en quatre points, donneront par les ordonnées communes qu'elles auront en ces points, les quatre racines de l'équation, supposé qu'elles soient toutes quatre réelles. Le plus ordinairement ces racines réelles sont mêlées de positives & de négatives. Les positives sont des ordonnées qui doivent être au-dessus du diametre, par rapport auquel on a décrit les deux courbes, & les négatives sont des ordonnées tirées au-dessous de ce diametre. Par conséquent, en ce cas les intersections se font tant au-dessus qu'au-dessous du diametre, dans des branches ou portions des deux courbes, dont les concavités sont tournées vers des côtés opposés.

De plus, quand on a une équation à construire, on ne manque point, pour rendre la construction plus simple & plus élégante, de faire évanouir le second terme. Or, cet évanouissement ne peut arriver que quand la somme des racines positives est égale à la somme des négatives. On a donc alors un mêlange des unes & des autres, & par conséquent les deux courbes, par le moyen desquelles se fait la construction, se coupent

des deux côtés d'un même axe ou diametre.

Mais pourquoi ce cas eſt-il le ſeul auquel on a fait attention ? Ne peut-on pas mettre dans une équation déterminée du quatriéme degré quatre racines réelles & poſitives ? Alors elle ſe conſtruira encore par deux ſections coniques, puiſqu'elle eſt toujours du quatriéme degré, & les quatre racines étant poſitives, les deux courbes auront quatre ordonnées communes au-deſſus du même diametre, & par conſéquent ſe couperont en quatre points, & dans toute l'étendue de ces quatre interſections, elles auront leurs concavités tournées du même côté. C'eſt-là tout le myſtere.

Comme l'équation déterminée du quatriéme degré ne peut avoir que quatre racines, les deux ſections coniques ne ſe peuvent couper qu'en quatre points, & quand les deux portions concaves, toutes deux du même côté, ont eu les quatre interſections, les deux courbes ne ſe peuvent plus couper dans leurs autres portions ou branches.

L'étendue dans laquelle ſe feront les quatre interſections, dépend de la différence qui eſt entre les quatre racines poſitives de l'équation. Si l'une, par exemple, eſt un, l'autre ſix, l'autre vingt, la derniere cinquante, il eſt clair que les ordonnées qu'elles repréſentent, ne pourront ſe trouver que dans une aſſez grande étendue des deux courbes auxquelles elles ſont communes, au lieu qu'elles ſe trouveroient dans une étendue beaucoup moindre, ſi les quatre racines étoient un, deux, trois, quatre. On peut donc trouver les

quatre interſections, avec la condition que M. *Rolle* y a obſervée, dans une étendue des deux courbes, auſſi grande & auſſi petite qu'on voudra, cela dépendra du plus ou moins d'inégalité des quatre racines, & cette étendue peut être ſi petite, qu'il ſera impoſſible d'y tracer actuellement les quatre interſections, & preſque inconcevable qu'elles y ſoient réellement.

Si les deux ſections coniques avoient le même ſommet, il ſeroit impoſſible que les quatre interſections ſe fiſſent du même côté; car les deux courbes partant, pour ainſi dire, du même point, & ayant de part & d'autre de leur axe commun deux moitiés égales & oppoſées, il ſeroit néceſſaire que ce qui arriveroit d'un côté de cet axe, arrivât auſſi de l'autre, & par conſéquent qu'il y eût deux interſections de chaque côté, & non pas quatre d'un ſeul.

Si dans l'équation déterminée il y avoit deux racines égales, les deux ſections coniques ne ſe rencontreroient qu'en trois points, parce que deux racines ou ordonnées égales produiſent un point d'attouchement, qui en vaut deux d'interſection; & s'il y avoit trois racines égales, les deux courbes ne ſe rencontreroient qu'en deux points: je dis dans les deux cas *rencontreroient*, parce que dans le premier les courbes ſe toucheroient en un point ſans ſe couper, & ſe couperoient en deux autres, & que dans le ſecond cas, les courbes ſe couperoient & ſe toucheroient en un point, & ſe couperoient ſimplement en un autre. La raiſon en eſt, que deux racines ou

ordonnées égales communes à deux courbes, donnent un attouchement sans intersection, & que trois donnent un attouchement avec intersection, selon ce que nous avons expliqué dans l'Histoire de 1710 (1).

Si l'on a à construire une équation déterminée du quatriéme degré, dont les quatre racines soient réelles & positives, il est sûr d'abord qu'elle se doit construire par deux sections coniques, dont on peut prendre l'une arbitrairement, & par conséquent ce peut toujours être un cercle, qui se combinera avec l'autre section conique, que l'équation donnera nécessairement. Mais le cercle entier ne peut pas servir à cette construction, car la moitié de ses ordonnées sont positives, & l'autre moitié négatives, & ici il ne faut que des racines ou ordonnées positives. Voilà donc déja le cercle réduit au demi-cercle, seul utile à la construction. Si les quatre racines sont inégales, il est clair qu'elles se prennent toutes quatre dans le même quart de cercle. S'il y en a deux égales, il est bien vrai qu'il pourroit y en avoir une dans un quart de cercle, & l'autre dans l'autre, mais il est vrai aussi qu'elles peuvent être dans le même quart de cercle, où elles seront infiniment proches, & répondront à une tangente, & de plus elles y doivent être, parce qu'étant communes aux deux courbes, il faut qu'elles répondent à une tangente qui leur soit commune, & par conséquent à un point d'attouchement de deux

(1) Pag. 116 & suiv.

courbes, ce qui ne se peut que dans le même quart de cercle. Donc il n'y aura qu'un seul quart de cercle utile à la construction, & dans cette seule étendue se feront toutes les intersections dont il s'agit, les concavités des deux courbes étant toujours tournées du même côté.

On comprend aisément que cette théorie des intersections peut s'appliquer aux équations plus élevées que le quatriéme degré, & qui se construiront par des courbes plus élevées aussi que les sections coniques. Toute idée particuliere devient générale, dès qu'on la dépouille de ses circonstances individuelles, & qu'on la réduit à ce qu'elle peut avoir de commun avec d'autres idées.

SUR UN ESPACE CIRCULAIRE QUARRABLE.

COMME les Géometres, du moins les habiles, désesperent de la quadrature du cercle, c'est une espece de consolation pour eux de trouver celle de quelque espace circulaire. *Hippocrate* de *Chio* est le premier que l'on sache qui s'en soit avisé, en démontrant l'égalité de la lunule qui porte son nom, avec un espace rectiligne. On a vu dans l'Histoire de 1701 (1), jusqu'où les Géometres modernes avoient poussé cette premiere idée, &

(1) P. 99 & suiv.

dans celle de 1703 (1), d'autres quadratures de certaines portions de cercle, qui ſont dûes à M. *Varignon*. En dernier lieu M. *Saulmon* a trouvé une autre quadrature d'un eſpace circulaire toute différente.

Si quatre cercles égaux ſe touchent & ſont diſpoſés, de ſorte que leurs quatre centres étant joints par des lignes droites, ces lignes faſſent un quarré, il reſtera entre les quatre cercles un eſpace quadrilatere, dont les quatre côtés égaux ſeront chacun l'arc d'un quart de cercle. Si ces quatre cercles ſe touchant toujours, ſont diſpoſés de maniere, que les droites qui joignent leurs centres, faſſent un rhombe ou loſange, il reſtera de part & d'autre d'un des points d'attouchement, deux eſpaces égaux formés chacun de trois arcs de cercles égaux, ou deux triangles circulaires égaux, & tous deux équilatéraux. La grandeur des côtés circulaires de chacun de ces triangles, dépend de l'angle aigu du rhombe, qui naît des quatre cercles diſpoſés de cette ſeconde maniere; plus cet angle eſt petit, plus ces côtés circulaires le ſont auſſi, & au contraire.

Le quadrilatere circulaire que laiſſent entr'eux les cercles dans la premiere diſpoſition, eſt évidemment plus grand que les deux triangles circulaires qu'ils laiſſent pareillement entr'eux dans la ſeconde. Mais il eſt aiſé de prendre dans la moitié du quadrilatere une portion égale à un des triangles, & cela fait il reſte une portion du quadrilatere, qui eſt encore curviligne & circulaire. Cette

(1, P. 77.

portion eſt la moitié de la différence qui eſt entre le quadrilatere & les deux triangles, & c'eſt elle ou l'eſpace qui en eſt le double, que M. *Saulmon* va quarrer.

Le quarré & le rhombe formés dans les deux diſpoſitions des cercles par les lignes qui joignent les quatre centres, ſont deux eſpaces rectilignes. Le premier eſt le quarré du diametre des cercles, le ſecond eſt un rhombe fait ſur ce même diametre, & dont les angles ſont connus. Par conſéquent on a ces deux eſpaces, & l'excès du quarré ſur le rhombe, qui eſt auſſi un eſpace rectiligne. D'un autre côté, le quarré & le rhombe comprennent chacun quatre ſecteurs circulaires, & la ſomme de ces quatre ſecteurs eſt néceſſairement égale dans chacun. Donc en les retranchant tous quatre de part & d'autre, la différence des deux reſtes eſt la différence du quarré & du rhombe. Or les deux reſtes ſont, l'un le quadrilatere circulaire, & l'autre les deux triangles circulaires. Donc leur différence que nous venons de voir, qui eſt un eſpace circulaire déterminé, eſt égale à la différence du quarré & du rhombe, qui eſt un eſpace rectiligne.

On voit que le point capital d'où tout ceci dépend eſt, que le quarré & le rhombe comprennent des ſecteurs circulaires, qui font de part & d'autre une ſomme égale ; c'eſt-là ce qui fait que quand on les a retranchés, il reſte des eſpaces curvilignes, dont la différence eſt celle du quarré & du rhombe. Il ſuit donc de-là que l'on trouveroit encore des quadratures de même eſpece, en prenant des cercles inégaux que l'on diſpoſeroit différem-

ment, & en formant par la jonction de leurs centres d'autres polygones que le quarré & le rhombe, pourvu que ces nouveaux polygones comprissent entre leurs angles des secteurs circulaires, dont les sommes fussent égales.

En général, tout l'art de ces sortes de quadratures consiste à retrancher de deux espaces connus, des espaces curvilignes égaux ou communs, de sorte que les restes soient des espaces curvilignes d'un côté, & rectilignes de l'autre, qui soient égaux, ou qui ayent un rapport connu. La lunule d'*Hippocrate*, & la quadrature de M. *Saulmon*, quoique si différentes, se réduisent également là.

Nous renvoyons entiérement aux Mémoires

(1) L'écrit de M. *de la Hire* sur les trapezes.

ASTRONOMIE.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE.

(2) Nous ne parlerons point des différentes figures qu'on a autrefois données à la

---

(1) V. les M. p. 296.
(2) V. les M. p. 250.

terre comme au hasard, l'une n'avoit pas plus de fondement que l'autre, & chaque Philosophe rêvoit à son gré. Il y a fort long-temps que la raison a décidé pour la figure sphérique, & que l'on s'en tient là. Il n'est plus question que de savoir si cette figure est exactement sphérique, ou si elle ne tient pas un peu du sphéroïde ou de l'ovale.

Les raisonnemens tirés de la différente longueur du pendule en différens climats, ou de l'inégalité de la force centrifuge qui résulte du mouvement journalier de la terre (1), sont peut-être un peu trop subtils pour produire une certaine conviction, on peut même n'être pas encore assez sûr des principes, & les conséquences peuvent quelquefois être différentes. Ainsi il paroît qu'il vaut mieux n'employer dans cette recherche, comme fait M. *Cassini*, que des observations incontestables, & qui aillent directement à décider la question.

Nous avons dit dans l'Histoire de 1701 (2), que feu M. *Cassini* avoit trouvé que dans la méridienne tirée par toute l'étendue de la *France*, les degrés alloient en diminuant du midi vers le septentrion, c'est-à-dire, que deux lieux sur la terre qui différoient entr'eux d'un degré de latitude, étoient moins éloignés l'un de l'autre s'ils étoient plus septentrionaux. M. *Cassini* remarque que cette même inégalité se trouve dans d'autres mesures d'un degré, faites en d'autres climats par d'habiles Mathématiciens, comme *Snellius* & le P. *Ric-*

---

(1) V. l'Hist. de 1700, p. 145 & suiv.
(2) P. 120.

cioli. Sur ce fondement on ſuppoſe, avec beaucoup de vraiſemblance, qu'il en eſt de même dans tout le reſte de l'étendue d'un méridien, ou plutôt d'un quart de méridien.

Il ſemble d'abord que puiſque les degrés de latitude terreſtre vont en diminuant de l'équateur vers le pole, un méridien terreſtre doit être plus petit que l'équateur, dont tous les degrés ſont égaux, car il eſt aſſez naturel de concevoir le premier degré de latitude terreſtre égal à un degré de l'équateur, & de-là il ſuit que la terre eſt un globe applati vers les poles. Mais c'eſt une erreur qui a été avancée dans l'endroit qu'on vient de citer. M. *Caſſini* démontre au contraire que de l'inégalité des degrés de latitude terreſtre, telle qu'on la poſe ici, il ſuit qu'un méridien terreſtre eſt plus grand que l'équateur, & que la terre eſt un ſphéroïde, dont le plus grand axe va d'un pole à l'autre, & le plus petit eſt le diametre de l'équateur.

Un méridien terreſtre eſt donc une ellipſe, & le premier degré d'un quart de ce méridien, à compter depuis l'équateur, eſt plus grand qu'un des degrés de l'équateur, tous égaux entr'eux. La raiſon eſſentielle en eſt, que l'ellipſe eſt moins courbe & plus approchante d'une ligne droite, lorſqu'elle eſt parallele à ſon grand axe, que lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire. Dans le point où le méridien elliptique coupe l'équateur, il eſt parallele à ſon grand axe; donc en ce point là & aux environs, de part & d'autre, il eſt moins courbe que vers les poles. S'il n'étoit qu'une ligne droite, ce qui emporteroit que la ſuperficie

de la terre fût plate, on s'éloigneroit de l'équateur à l'infini fur cette ligne, fans acquérir un degré de latitude; donc le méridien étant courbe, moins il l'eft, plus il faut en parcourir une grande portion, pour s'éloigner de l'équateur de la valeur d'un degré de latitude; donc le méridien elliptique peut être, & il eft en effet dans le cas préfent, de telle courbure, que ce qu'il en a vers l'équateur, étant moindre que la courbure toujours uniforme de l'équateur, qui eft un cercle, il faut que le premier degré de latitude fur ce méridien, foit plus grand qu'un degré de l'équateur. Les degrés fuivans du méridien font auffi plus grands que ceux de l'équateur, jufqu'à un certain point où ils deviennent égaux, après quoi ils font toujours plus petits jufqu'au pole, & par-là on voit que la fuite décroiffante des degrés du méridien, fait une plus grande fomme que la fuite toujours égale des degrés de l'équateur.

Une ellipfe quelconque étant fuppofée, M. *Caffini* donne une méthode géométrique de la divifer en degrés inégaux, de forte qu'on aura fur le méridien elliptique les lieux de la terre inégalement éloignés, qui différeront entr'eux d'un degré de latitude.

Il ne s'agit plus que de déterminer de quelle efpece eft l'ellipfe du méridien terreftre. Toute la nature d'une ellipfe dépend de la proportion du grand axe au petit, ou, ce qui revient au même, de la proportion du grand axe à la diftance des deux foyers, qui eft une partie de cet axe. Il faut prendre ces proportions telles qu'elles rendent les iné-

galités qu'on a trouvées par obſervation entre les degrés de latitude terreſtres.

On a vu en 1701, que feu M. *Caſſini* remarquoit, du moins dans l'étendue terreſtre qui a été meſurée, un certain rapport entre l'ellipſe de l'orbite de la lune & celle d'un méridien de la terre. M. *Caſſini* a cherché auſſi ſi l'ellipſe de l'orbite lunaire, où la diſtance des foyers eſt la vingt-troiſiéme partie du grand axe, pourroit être de la même eſpece qu'un méridien; mais cette hypothèſe s'éloigne trop des obſervations, & il faut pour les retrouver juſte, poſer que la diſtance des foyers dans l'ellipſe de la terre, eſt la moitié plus grande par rapport au grand axe, c'eſt-à-dire, qu'elle en eſt environ la onziéme partie. A ce compte l'ellipſe de la terre eſt beaucoup plus ellipſe, pour ainſi dire, & plus différente d'un cercle que celle de l'orbite de la lune.

Si l'on poſe le grand axe de la terre de 3000 lieues, ſa onziéme partie qui ſera un peu plus de 272 lieues, ſera la diſtance des foyers, ce qui donne pour le petit axe ou diametre de l'équateur 2986 lieues, c'eſt-à-dire, que ce petit axe ne ſera plus petit que le grand que de 14 lieues, différence aſſez légere, & qui n'empêche pas la terre d'être ſenſiblement ſphérique. Il faut cependant aller juſqu'à cette préciſion, pour connoître la cauſe de l'inégalité des degrés terreſtres de latitude. Si Jupiter eſt ovale, comme il l'a paru quelquefois à feu M. *Caſſini*, il faut qu'il le ſoit bien davantage pour le paroître de ſi loin.

M. *Caſſini* trouve en calculant ſon ellipſe,

ſelon ſa méthode, que vers l'équateur & vers le pole, la différence des degrés eſt ſi petite, qu'elle ne va qu'à deux ou trois pieds, & qu'au parallele de quarante-cinq degrés, elle eſt d'environ onze toiſes & demie, plus grande que par-tout ailleurs. Heureuſement la méridienne de la *France* a été tirée du cinquante au quarantiéme degré, & c'eſt ce qui a rendu ſenſible la différence des degrés. Le même ouvrage fait en d'autres pays, n'auroit pas produit cette connoiſſance.

On peut d'abord être étonné que la courbure de l'ellipſe aille toujours en croiſſant, ainſi que nous l'avons dit, de l'équateur juſqu'au pole, ce qui eſt néceſſaire, afin que les degrés diminuent, & que cependant les différences des degrés vers l'équateur & vers le pole ſoient fort petites & égales. Cela vient de ce que c'eſt l'augmentation perpétuelle de la courbure, qui fait la diminution perpétuelle des degrés, & la maniere dont la courbure augmente, qui fait auſſi la maniere dont les degrés diminuent. Depuis l'équateur juſqu'au quarante-cinquiéme parallele, la courbure augmente de plus en plus, & par conſéquent c'eſt vers l'équateur qu'elle augmente le moins, & que les degrés plus grands que par-tout ailleurs, approchent le plus d'être égaux entr'eux. Depuis le quarante-cinquiéme parallele la courbure augmente encore, mais de moins en moins, de ſorte que vers le pole les degrés plus petits que par-tout ailleurs, approchent plus de l'égalité. En un mot, la courbure croît toujours depuis l'équateur juſqu'au pole, mais la différence de la courbure

ne croît que depuis l'équateur jusqu'au quarante-cinquiéme parallele, & de-là jusqu'au pole elle décroît.

Dans l'ellipse de M. *Cassini*, les degrés décroissans d'un méridien terrestre, surpassent toujours les degrés égaux de l'équateur jusqu'au cinquante-quatriéme parallele, où le degré du méridien n'est pas plus grand qu'un degré de l'équateur. Après cela les degrés du méridien sont toujours plus petits que ceux de l'équateur.

Il n'est presque pas nécessaire de remarquer que dans l'hypothèse de la terre sphérique, toutes les lignes perpendiculaires à sa surface, comme sont toutes les directions des corps pesans, doivent concourir au centre de la terre, mais non pas dans l'hypothèse de la terre elliptique, parce que les lignes perpendiculaires à la circonférence d'une ellipse, ne concourent pas à son centre, mais seulement tombent toutes entre ses foyers. Comme la terre est peu elliptique, cette différence sera peu considérable, & pourra être négligée sans erreur. L'extrême précision n'a presque d'autre usage que de contenter l'esprit philosophique.



SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LES temps de l'apparition des taches du ſoleil ne ſont nullement réglés. Depuis 1695, par exemple, juſqu'en 1700, on n'en avoit point vu. Depuis 1700, nos Hiſtoires en ont été pleines juſqu'en 1710, où l'on n'en vit qu'une, il ſemble qu'elles tiraſſent à leur fin. En 1711 & 1712, on n'en a point obſervé, & il en a paru une ſeule en 1713, au mois de Mai. Elle n'a été obſervée que depuis le 19 juſqu'au 26. M. *Caſſini* l'ayant rapportée ſuivant ſa méthode ordinaire, ſur la figure qui repréſente le diſque du ſoleil avec ſon équateur, & les poles de ſa révolution de vingt-ſept jours & demi, il a trouvé qu'elle dût paſſer par le milieu du diſque apparent, le 25 Mai, ſur les cinq heures du ſoir, avec une latitude méridionale de quatorze à quinze degrés.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

LE 6 Décembre, à huit heures quarante minutes du matin, l'horiſon étant chargé de vapeurs épaiſſes, M. *Caſſini* apperçut autour du ſoleil un cercle lumineux, qui étoit inter-

rompu par quelques foibles nuages. Le soleil en étoit le centre, & deux parélies mal terminées étoient aux deux extrêmités du diametre horisontal, qui étoit environ de quarante-trois degrés. La lumiere de ce cercle diminua peu à peu, & le soleil s'étant élevé au-dessus des vapeurs, il n'en resta aucun vestige à neuf heures & demie.

Nous renvoyons entiérement aux Mémoires

(1) L'écrit de M. *Maraldi*, sur une étoile du cygne, qui paroît & disparoît.

(2) La description d'une machine à porter de grands verres, inventée par M. *Bianchini*.

(3) Et les observations de l'éclipse lunaire, du 2 Décembre, faites par MM. *de la Hire*, *Cassini* & *Maraldi*.

---

(1) V. les M. p. 61.
(2) V. les M. p. 400.
(3) V. les M. p. 425 & 429.



ACOUSTIQUE.

SUR LES CORDES SONORES, ET SUR *UNE NOUVELLE DÉTERMINATION DU SON FIXE.*

(1) DES cordes d'instrumens de musique étant supposées de même matiere, il n'y a que trois choses qui puissent faire varier leur son, ou, pour parler plus exactement, leur ton; la longueur, la grosseur & la tension. On sait par expérience, selon quel rapport chacune de ces trois choses fait varier le ton d'une corde sonore, & il n'y a plus sur cela de doute, ni entre les Musiciens, ni entre les Géometres. Il faut se souvenir que l'on entend par un son ou ton, le nombre de vibrations qu'une corde fait dans un temps déterminé, & par le rapport de deux sons ou tons, le rapport

(1) V. les M. p. 433.

des nombres de différentes vibrations faites en même temps.

Si deux cordes ne different qu'en longueur, leurs tons sont en raison renversée des longueurs.

Si deux cordes ne different qu'en grosseur, leurs tons sont en raison renversée de leurs diametres.

Quant à la tension des cordes, pour la mesurer réguliérement il faut les concevoir tendues ou tirées par des poids, & alors tout le reste étant égal, les tons de deux cordes sont en raison directe des racines quarrées des poids qui les tendent, c'est-à-dire, par exemple, que le ton d'une corde tendue par un poids quatre fois plus grand, est d'une octave au-dessus du ton de la corde tendue par le poids qui n'est qu'un.

Donc à rassembler tout, le nombre des vibrations d'une corde en un temps déterminé est d'autant plus grand, ou le son de la corde d'autant plus aigu, que la racine du poids qui la tend est plus grande, qu'elle est moins longue, & que son diametre est plus petit, & par conséquent l'expression algébrique générale du rapport de ces trois grandeurs, est celle du son d'une corde en général, & elle comprend toutes les variétés imaginables dont ce son est susceptible.

M. *Sauveur*, qui, comme on l'a vu dans plusieurs des volumes précédens, a entrepris de faire une nouvelle science d'acoustique, a cherché quelque ligne déterminée par géométrie, qui eût rapport au son exprimé, comme nous venons de dire, ce qui ne peut

manquer d'être fort utile dans toute cette théorie.

Pour cela, il a consideré qu'une corde horisontale attachée fixement par une de ses extrêmités, passant par-dessus une poulie, & tirée à son autre extrêmité par un poids, n'est jamais tirée par un si grand poids, qu'elle ne se courbe entre son extrêmité fixe, & la poulie. La raison en est, comme tout le monde sait, que son propre poids, quelque petit qu'il soit, a toujours quelque rapport au poids étranger qui la tire tant qu'il est fini; & par conséquent il la courbe toujours un peu, & pour cesser de la courber, & la laisser parfaitement en ligne droite, il devroit être infini. Il faut donc concevoir la corde entre son extrêmité fixe & la poulie, comme un arc de courbe, dont la soutendante est la droite tirée de l'extrêmité fixe à la poulie. M. *Sauveur* appelle *Fleche*, la ligne tirée du milieu de cet arc perpendiculairement à la soutendante.

Cela posé, une corde se courbe d'autant plus, ou ce qui est le même, la fleche de l'arc qu'elle forme est d'autant plus grande, 1°. que le poids qui tend la corde est plus petit; 2°. que la corde est plus pesante; 3°. qu'elle est plus longue. Les deux premieres conditions sont évidentes; pour la troisiéme il est aisé de s'en convaincre, en faisant réflexion, que quand deux cordes inégales en longueur seroient également pesantes, & tendues par des poids égaux, il seroit encore impossible, à cause de l'inégalité de leur longueur, que la fleche de la plus longue ne

fût la plus grande. Car ces deux cordes étant conçues comme deux arcs de courbes divisés en un nombre infini égal de côtés infiniment petits, les angles du premier & du dernier côté d'un arc avec sa soutendante, & ceux que feront entr'eux tous les autres côtés du même arc, seront égaux aux angles correspondans de l'autre arc, chacun à chacun, & cela à cause de l'égalité supposée des poids; mais les côtés du plus grand arc étant tous plus grands, le premier, par exemple, qui fera le même angle avec la soutendante que le premier de l'autre arc, descendra plus bas, parce qu'il sera plus grand, & ainsi des autres.

Une corde étant un cylindre, sa solidité ou son poids est le produit de sa longueur par sa base circulaire, ou, comme il ne s'agit ici que de rapports, & que les cercles sont comme les quarrés de leurs diametres, c'est le produit de la longueur par le quarré du diametre.

Donc une fleche est d'autant plus grande, 1°. que le poids qui tend la corde est plus petit; 2°. que la longueur de la corde & le quarré de son diametre sont plus grands; 3°. que la longueur de la corde est plus grande; & puisque la longueur entre deux fois dans cette expression de la fleche, elle est d'autant plus grande, que le poids qui tend la corde est plus petit, & que les quarrés de la longueur & du diametre de la corde sont plus grands.

Donc l'expression algébrique de la grandeur du son ou du nombre de vibrations d'une corde en un temps déterminé, & l'expression de la grandeur de la fleche ne contiennent que

les mêmes grandeurs, & ne different qu'en deux points. 1°. La grandeur du son & celle de la fleche, dépendent également de ce que certaines grandeurs sont plus grandes par rapport à d'autres plus petites, mais du son à la fleche cela se renverse, c'est-à-dire, que les grandeurs qui dans l'expression du son doivent être plus grandes, sont celles qui, dans l'expression de la fleche, doivent être plus petites, & réciproquement. 2°. L'expression du son ne prend que les racines quarrées des mêmes grandeurs, dont l'expression de la fleche prend les quarrés. De-là il suit que les sons ou les nombres des vibrations sont en raison renversée des racines quarrées des fleches. Et comme la grandeur de la fleche est composée de trois différentes grandeurs, qui peuvent se combiner d'une infinité de manieres, la longueur, la grosseur & la tension de la corde, quelque différentes que soient deux cordes en ces trois points, leurs tons sont égaux, pourvu que leurs fleches soient égales, de sorte que tout se réduit à la considération des fleches.

Quoique ce qui vient d'être dit puisse suffire pour établir cette importante proposition d'Acoustique, & même pour l'établir sur ses fondemens essentiels, M. *Sauveur* la démontre d'une maniere toute différente & plus géométrique. Comme il procede par des rapports de lignes, il a besoin de prendre quelquefois pour égales des lignes qui ne sont que très-peu différentes, mais il a soin de calculer exactement leur différence, & de faire voir qu'elle est nulle, non pas en géo-

métrie

métrie, mais en acoustique, c'est-à-dire, que des sons qui ne différeroient pas davantage, ne seroient jamais reconnus par l'oreille la plus fine pour être différens. La géométrie pure ne roule que sur des idées de l'esprit, qui n'est jamais obligé de s'arrêter, & de-là vient que la précision de la géométrie n'a point de limites, mais celle des mathématiques mixtes en a nécessairement, parce qu'elles roulent sur des effets bornés de la matière, ou dépendent des organes grossiers de nos sens.

Les sons étant en raison renversée des racines des fleches, M. *Sauveur* tire de ce théorême une maniere de déterminer combien un son quelconque fait de vibrations dans un certain temps.

Dans la corde qui sonne le *c-sol-ut* du bas du clavecin, c'est-à-dire, dans celle qui a le ton le plus bas du clavecin, & par conséquent la plus grande fleche, M. *Sauveur* a trouvé par expérience que la fleche étoit à la soutendante de la corde courbée, ou, ce qui est le même à très-peu près, à la corde comme 1 à 1600. Si l'on suppose que la corde courbée soit un arc de cercle, car une si petite courbure ne différera jamais sensiblement, ou *acoustiquement* d'une courbure circulaire, on trouvera par le rapport de la fleche, qui est un sinus verse à la moitié de la soutendante, qui est le sinus de l'arc, que l'arc est environ d'une demi-minute de degré. Cet arc fait ses vibrations autour de la soutendante. Il faut concevoir chaque point de l'arc comme un poids attaché à l'extrêmité d'une verge, qui est la ligne tirée de ce point de l'arc à la sou-

tendante, parallélement à la fleche. Voilà donc une infinité de petits pendules paralleles entr'eux, qui font leurs vibrations ensemble; & le plus grand de tous est la fleche. Les grands font leurs vibrations plus lentement, & les plus petits plus vîte, d'où il suit qu'étant tous attachés ensemble, ils se modifient les uns les autres, & que le tout, c'est-à-dire l'arc, prend une vitesse moyenne plus grande que celle d'un pendule simple qui seroit égal à la fleche, & plus petit aussi que celle des plus petits pendules simples conçus dans cet arc. De-là résulte un centre d'oscillation (1), ou, ce qui revient au même, il y a quelque pendule simple plus petit que la fleche, qui feroit ses vibrations dans le même temps que tout l'arc. M. *Sauveur* trouve par la théorie des centres d'oscillation, que ce pendule simple est égal aux $\frac{4}{5}$ de la fleche. C'est, selon les mêmes idées, que l'on a trouvé dans l'Histoire de 1711 (2), le centre de gravité d'un arc de cercle.

Il ne reste plus qu'à sçavoir de quelle grandeur est la fleche de la corde supposée qui sonne le *c-sol-ut* du bas du clavecin. M. *Sauveur* a trouvé par expérience qu'elle est de $\frac{15}{323}$ de pouce du pied de *Paris*. D'ailleurs on sait qu'un pendule simple de 36 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes, fait une vibration en une seconde; & comme les nombres des vibrations que font en même temps deux pendules simples, sont en raison renversée des racines quarrées de leurs lon-

(1) V. l'Hist. de 1703, p. 140 & suiv.
(2) P. 123 & suiv.

gueurs, il s'ensuit que si un pendule de 36 pouces 8 $\frac{1}{2}$ lignes, fait une vibration en une seconde, un pendule qui est les $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{123}$ de pouce, & par conséquent aussi l'arc de cercle dont il s'agit, fait près de 122 vibrations. Après cela, à quelque ton que soit une corde quelconque par rapport à la corde supposée, on sait par la nature de ce ton combien elle fait de vibrations, pendant que celle-ci en fait 122. Par exemple, elle en fait 244, si elle est à l'octave aigue, &c.

On a vu dans l'Histoire de 1700 (1), que M. *Sauveur* avoit trouvé par expérience, qu'un tuyau d'orgue de 5 pieds devoit faire 100 vibrations par seconde. Les mêmes expériences, répétées depuis avec beaucoup de soin, l'ont déterminé à prendre 102 vibrations, au lieu de 100 pour ce tuyau. Il est à l'unisson du *la* du bas du clavecin, & par conséquent ce *la* fait 102 vibrations par seconde. On sait le rapport du *la* à l'*ut*, qui est celui de 5 à 3 & si ce rapport donne 122 vibrations pour le *ut* du bas du clavecin, ce sera une confirmation parfaite de toutes les opérations & de tous les raisonnemens de M. *Sauveur*, qui sera arrivé au même point, en tenant deux routes aussi différentes, que celle de déterminer les vibrations des tuyaux d'orgues par leurs *battemens*, ainsi qu'on l'a vu en 1700, & celle de déterminer les vibrations des cordes d'instrumens par leurs fleches comparées à des pendules. Mais il est vrai que par la premiere voie, il trouve 61 vibrations pour le *ut* du bas

(1) P. 172 & suiv.

du clavecin, au lieu que par la seconde il en a trouvé 122.

Cette différence le surprit d'abord, mais il remarqua bien vîte que 61 est la moitié de 122, qu'il avoit trouvé 122 pour la corde, en la prenant pour un pendule; qu'en fait de pendules, on compte pour une vibration une *allée*; c'est-à-dire, l'arc entier qu'ils décrivent en un sens, & pour une seconde vibration le *retour*, c'est-à-dire, l'arc égal décrit en sens contraire; que quand il trouvoit 61 pour la même corde, c'étoit en la comparant à un tuyau d'orgue, qu'il avoit compté les vibrations des tuyaux d'orgues par leurs *battemens*, c'est-à-dire, par des coups plus sensibles à l'oreille, ainsi qu'on l'a expliqué, que par conséquent il n'avoit compté pour vibrations dans ces tuyaux, que celles que l'oreille appercevoit; que de deux vibrations comptées à la maniere des pendules, elle ne peut appercevoir que celle qui est *l'allée* ou qui vient à elle, & non celle qui est le *retour*, & qui va du sens opposé, & qu'enfin en comptant les vibrations par des tuyaux d'orgues, c'est-à-dire, en tant qu'elles sont senties par l'oreille, on en doit toujours trouver pour le même son la moitié moins, que quand on les compte à la maniere des pendules, où l'on a autant d'égard aux vibrations qui nous fuyent, qu'à celles qui viennent à nous. Ainsi non-seulement cette différence qui paroissoit renverser tout le systême de M. *Sauveur*, le confirment à souhait, mais elle produit encore cette nouvelle proposition, Que deux vibrations *géométriques*, si l'on veut appeller de ce nom celles des

pendules, ne valent qu'une vibration *acousti-que*.

Puisque le *ut* du bas du clavecin fait en une seconde 61 vibrations acoustiques, le *ut* du milieu, qui est de deux octaves plus haut, en fera 244. Ce nombre, parce qu'il est au milieu du clavecin, seroit commode pour être le son fixe, d'où l'on compteroit les octaves supérieures & inférieures. Mais il lui manque une commodité considérable. La suite des octaves procede toujours selon la progression double, 1, 2, 4, &c. ou, ce qui est la même chose, selon les puissances de 2, & il seroit à souhaiter que le nombre qui exprimeroit le son fixe, en fût une pour se trouver juste au commencement d'une octave. 244 n'est pas une puissance de 2, mais 256, peu éloigné de 244, en est une, & c'est la huitiéme. Par le rapport de 244 à 256, on sait de quel ton au-dessus de la corde de 244 vibrations, sera celle qui en fera 256. C'est celle-là que M. *Sauveur* prend maintenant pour la corde qui rend le son fixe, & il renonce à celle qui fait 100 vibrations, & qu'il avoit prise en 1700 pour le même usage. Les raisons de ce changement viennent d'être expliquées.

Le son qui fait 256 vibrations par seconde, étant donc établi pour son fixe & moyen, on trouve aisément par les rapports connus que tous les tons possibles ont entr'eux, quel nombre de vibrations font tous les sons qui sont au-dessus ou au-dessous du son fixe. M. *Sauveur* en a construit une table, dont la seule vûe instruira plus que tout ce que nous en pourrions dire. Chaque son y a son nom particulier,

ſelon la nouvelle langue que M. *Sauveur* a inventée pour la muſique (1). Par-là dès que l'on connoît le ton d'un corps ſonore, on ſait & quel nombre de vibrations il fait réellement en un temps déterminé, & on peut donner au ſon qu'il rend un nom qui le diſtingue de tout autre ſon. Par exemple, on éprouve aſſez communément qu'à l'occaſion de certains ſons forts, comme de tambours, de cloches, de baſſes de violon, des vitres ou des planches tremblent, & même on ſe ſent quelquefois les entrailles émues. Ces corps agités ſont apparemment alors à l'uniſſon des corps ſonores, & l'on ſaura quelle eſt la grandeur de leur agitation, & le nombre de vibrations qu'ils font en un certain temps. On verra par-là que ces nouvelles connoiſſances peuvent s'étendre juſqu'à la phyſique, & il n'y a pas lieu de s'en étonner ; la muſique principalement, lorſqu'elle eſt traitée par des Philoſophes, n'eſt que la phyſique des ſons.

MONSIEUR *de Réaumur* a donné la deſcription de l'Art du Tireur d'or.

Et M. *Parent*, une ſuite & une concluſion de ſa méchanique ſans frottement & avec frottement, dont il a été parlé dans l'Hiſtoire de 1704 (2), & dans celle de 1712 (3).

---

(1) V. l'Hiſt. de 1701. p. 133 & 134.
(2) P. 118 & ſuiv.
(3) P. 104.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE, EN M. DCC. XIII.

I.

UNE machine de M. *des Camus*, pour battre des pilotis. Toute la charpente qui la compose a paru d'une bonne construction, tant pour faire que le mouton aille frapper sur la tête du pilotis, que pour l'élever avec un vindas d'une construction particuliere, en quoi consiste la principale partie de l'invention. La disposition de toute la machine est telle, que les manœuvres peuvent continuer toujours à tourner le cable, pour relever le mouton sans perdre de temps, ce qu'on a trouvé fort commode, & bien exécuté.

II.

Un carrosse du même M. *des Camus*, suspendu par le milieu de son corps, & que l'auteur prétend par cette suspension rendre plus doux, & non sujet à verser, en cas qu'une des roues manque. Il n'a pas semblé qu'il dût être plus doux, mais on a cru que dans le cas proposé il ne verseroit point. Cependant on a trouvé quelques inconvéniens à cette suspension.

III.

Un traîneau de M. d'*Hermand*, Ingénieur, sur plusieurs rouleaux attachés ensemble, qui se succedent les uns aux autres, & épargnent la peine de transporter continuellement, comme on fait d'ordinaire, trois ou quatre rouleaux du derriere au devant du traîneau, à mesure qu'il avance. On a trouvé la machine ingénieusement inventée, mais on a cru que le traîneau ordinaire seroit plus commode, quand le chemin n'est pas droit, ou que les lieux ne sont pas fort unis.

IV.

Un pont flottant du même M. d'*Hermand*, composé de plusieurs pieces, & qui se place de lui-même de l'autre côté d'une riviere, quelque large qu'elle soit, sans que l'on soit obligé d'y faire passer personne. Il fut monté en 10 minutes 35 secondes sur la largeur du canal de *Versailles*, en présence du feu Roi, & les Gardes *Françoises* & *Suisses* défilerent dessus à quatre de hauteur.

M. *des Camus* prétendit être l'auteur de cette invention, & allégua qu'il y avoit quelques années qu'il avoit fait un pont de cette espece à *Bercy*, chez M. *Pajot d'Ozembray*, fort curieux de machines, & connoisseur. L'Académie envoya des Commissaires à *Bercy*, & ils vérifierent qu'en effet le pont de M. *des Camus* y étoit depuis 1710. M. d'*Hermand* ne disputa point à M. *des Camus* sa primauté; mais il assura simplement qu'il n'en avoit rien su.

Les deux ponts ont cela de commun, qu'ils sont composés de coffres d'une figure assez semblable, mais ils different par l'assemblage de ces coffres. Celui de M. *des Camus* dépend de vis, d'écroux & de crochets de fer, & est très-ingénieux. Celui de M. d'*Hermand* se fait par des mortoises, des tenons & des chevilles de bois, il est simple, d'exécution prompte & facile, & n'a point la rouille à craindre.

Depuis M. *des Camus* présenta à l'Académie un modele du même pont, avec un nouvel avantage. D'espace en espace quelques coffres étoient assemblés à charnieres par leur bord supérieur, ce qui donnoit la facilité de jetter le pont tout assemblé dans un fossé, dont le bord seroit escarpé, parce que le pont se plioit dans les endroits assemblés à charnieres. L'auteur avoit eu attention que les vis, les écroux & les crampons fussent de cuivre, pour être à couvert de la rouille.

ÉLOGE

DE M. BLONDIN.

PIERRE BLONDIN naquit le 18 Décembre 1682, de parens qui vivoient de leur patrimoine dans le *Vimeu* en *Picardie*. Après avoir fait ses humanités dans la ville d'*Eu*, il vint à *Paris* en 1700, & y demeura avec deux freres, ses aînés, qui étudioient alors pour être ce qu'ils sont présentement, l'un Avocat, l'autre Docteur de la Maison de Sor-

bonne. Pour lui, outre son cours de Philosophie qu'il faisoit, il prit différens traités de mathématique au Collége Royal; ensuite il alla aux écoles de Médecine, au théâtre de S. *Côme*, au jardin du Roi, mais il se sentit plus particuliérement attiré au jardin du Roi, & il y suivit avec une extrême assiduité les démonstrations des plantes qu'y faisoit feu M. *Tournefort*.

Bientôt le Maître distingua M. *Blondin* dans la foule de ses disciples, & s'il lui arrivoit quelquefois de ne se pas rappeller sur le champ le nom, ou la définition de quelque plante, c'étoit à lui qu'il avoit recours. Il le chargeoit même de remplir sa place, lorsqu'il étoit indisposé, honneur qu'il n'auroit osé faire à quelqu'un, à qui on auroit pu le contester légitimement.

Nous avons déja dit dans l'éloge de M. *Tournefort*, combien la Botanique est une science laborieuse & pénible pour le corps même. Il y a des peuples qui ne se sont point encore avisés de faire des provisions pour leur subsistance, & qui sont obligés d'aller la chercher tous les jours dans les campagnes & dans les bois. On pourroit dire que les Botanistes leur ressemblent. Ils n'ont point leurs provisions amassées dans leur cabinet, comme plusieurs autres especes de Savans, & il faut qu'ils aillent avec beaucoup de fatigues chercher au loin dans les bois & dans les campagnes les alimens de leur curiosité. M. *Blondin* n'épargna rien pour satisfaire la sienne, il herborisa dans toute la *Picardie*, dans la *Normandie*, dans l'*Isle de France*, rien ne lui

échappoit de ce qui pouvoit être ſoupçonné de cacher quelque plante, & les toits même des égliſes ne lui étoient pas inacceſſibles.

Auſſi trouva-t-il dans la *Picardie* ſeule environ 120 plantes, qui n'étoient pas au jardin Royal, & que même on n'y connoiſſoit pas, & il en découvrit en *France* pluſieurs eſpeces, que l'on croyoit particulieres à l'*Amérique*. Il faut que la Botanique ſoit bien vaſte, ſi après tant de recherches de tant d'habiles gens, on a pu prendre pour des productions d'un autre monde, ce que l'on fouloit ici ſous les pieds.

En 1712, M. *Blondin* entra dans l'Académie en qualité d'éleve de M. *Reneaume*. On n'a vu de lui qu'un ſeul écrit, où il changeoit à l'égard de quelques eſpeces de plantes, les genres ſous leſquels M. *Tournefort* les avoit rangées. Il lui marquoit tout le reſpect que ſon diſciple lui devoit, & que même tout autre Botaniſte lui auroit dû, & l'on peut bien combattre ces grands auteurs ſans leur manquer de reſpect, pourvu que l'on reconnoiſſe qu'eux-mêmes nous ont mis en état de les combattre. On prétend que ce n'étoit-là qu'une premiere tentative, que M. *Blondin* vouloit aller plus loin, & qu'enfin il méditoit un ſyſtême des plantes différent de celui de ſon Maître. Plus cette premiere tentative fut modeſte, plus on a lieu de croire que le deſſein n'étoit pas téméraire, & enfin quand il l'eût été, ce n'étoit pas une témérité d'un médiocre Botaniſte.

Son grand ſavoir dans la Botanique n'étoit pas ſtérile. Il compoſoit pluſieurs médicamens de plantes, dont les ſuccès lui avoient acquis dans ſa Province la réputation d'habile Mé-

decin. Il avoit été reçu Docteur à *Rheims* en 1708, & il alloit se mettre sur les bancs à *Paris*, où il étoit déja estimé des plus célebres de cette Faculté, mais il mourut d'une grosse fiévre, avec une oppression de poitrine, le 15 Avril 1713.

Il avoit toute la candeur que l'opinion publique a jamais attribuée à sa nation, & la vie d'un Botaniste qui connoît beaucoup plus les bois que les villes, & qui a plus de commerce avec les plantes qu'avec les hommes, ne devoit pas avoir endommagé cette précieuse vertu. Un semblable caractere renferme déja une partie de ce que demande la religion, & il eut le bonheur d'y joindre le reste.

Il a laissé des herbiers fort amples & fort exacts, de grands amas de graines, quantité de mémoires curieux, & en assez bon ordre, & on assure qu'il en coûteroit peu de travail pour mettre sa succession en état d'être recueillie par le Public.



MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES De l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCC. XIII.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES faites à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.

(1) VOICI les observations de la quantité d'eau de pluie & de neige fondue avec les changemens de temps marqués par le thermometre & le barometre pendant toute l'année derniere 1712. Toutes ces observations ont été faites comme les années précédentes, & dans le même lieu, & avec les mêmes instrumens. Il est tombé de hauteur d'eau

---

(1) 7 Janvier 1713.

	lignes		lignes
En Janvier . . .	$20\frac{1}{8}$	En Juillet . .	$36\frac{1}{2}$
Février . . .	$8\frac{1}{2}\frac{1}{4}$	Août. . . .	6
Mars	$6\frac{1}{4}$	Septembre .	$39\frac{4}{4}\frac{1}{8}$
Avril	$51\frac{1}{8}$	Octobre . .	$25\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
Mai.	$12\frac{1}{4}\frac{1}{8}$	Novembre .	$16\frac{1}{4}$
Juin	$23\frac{1}{8}$	Décembre .	$8\frac{1}{2}\frac{1}{8}$

Somme de la hauteur de l'eau de toute l'année 254 lignes $\frac{1}{4}$ ou 21 pouces deux lignes $\frac{1}{4}$ ce qui est plus que les années moyennes que nous avons déterminées à 19 pouces.

Mon thermometre a été au plus bas le dernier jour de l'année, & il marquoit 24 $\frac{3}{4}$ de ses parties à très-peu près comme le 8 Janvier, ce qui fait connoître que le froid n'a pas été grand ; car il descend assez souvent jusqu'à 14, & dans l'état moyen il est à 48 comme dans le fond des carrieres de l'observatoire, où il demeure toujours au même point.

Ce thermometre a été au plus haut à 64 parties le 16 Août ; mais comme c'étoit au lever du soleil, qui est le temps où je fais toujours toutes ces observations, & que dans la plus grande chaleur du jour qui est vers 2 heures après midi, il remonte par-dessus l'état du matin de 12 parties, il faudroit le considérer à 76 parties pour la plus grande chaleur, & par conséquent la différence marquée entre le plus grand froid & le plus grand chaud seroit de 52 parties, dont la moitié est 26, qui étant ajoutés à 24 feroient 50, ce qui n'est pas éloigné de 48, d'où l'on connoît que le

froid a été à très-peu près autant au-dessous de l'état moyen que la chaleur au-dessus.

Mon barometre ordinaire a été au plus haut à 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{3}$. Le 10 Février & les jours aux environs de celui-ci il étoit toujours fort haut, le ciel étoit alors assez serein & très-peu de vent vers le nord, & je remarque encore que toutes les fois que ce barometre a été plus haut que 28 pouces, ce qui est arrivé assez souvent pendant l'année, le vent a été vers le nord & vers l'est, & quelquefois avec des brouillards. J'ai un autre barometre où le mercure est toujours plus haut de 3 lignes que dans celui où j'observe ordinairement. Ce même barometre ordinaire a été au plus bas une seule fois le 6 Novembre à 26 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$, le ciel étant serein avec un vent médiocre à l'est; mais aussi-tôt le mercure remonta, & le vent passa vers l'ouest & le sud-ouest; la différence entre le plus haut & le plus bas de ce barometre a été d'un pouce 6 lignes, comme à l'ordinaire.

Il n'y a rien pour les vents de cette année qui mérite d'y faire attention; mais je remarque en général que dans ce pays-ci toutes les fois que le vent de sud-ouest & de ouest regne pendant quelque tems, le ciel est couvert vers le soir & au commencement de la nuit, & que vers le matin il est serein. Il me semble que la raison en est assez claire; car pendant l'après-midi le soleil donnant assez à plomb sur les mers qui sont à notre couchant, en éleve beaucoup de vapeurs qui nous sont apportées ensuite vers le commencement de la nuit, au contraire pendant la nuit il s'éleve peu de

vapeurs de ces mêmes mers, & le vent durant toujours le même, le ciel doit être assez serein vers le matin.

REMARQUE.

Il arrive presque toujours que ceux qui ont été blessés en quelque partie du corps, y sentent des douleurs toutes les fois que le temps se dispose à changer. Voici de quelle maniere j'ai pensé qu'on pouvoit l'expliquer. Le tissu des parties offensées doit être fort délicat, en sorte qu'on ne peut pas les toucher sans sentir de la douleur ; & dans les changemens de temps, l'air devenant ou plus léger ou plus pesant, fait une impression extraordinaire sur ces parties, ou en les comprimant, ou en les étendant comme si elles en étoient touchées, ce qui peut causer la douleur qu'on y ressent.

De la déclinaison de l'Aimant.

Nous avons trouvé la déclinaison de l'aiguille aimantée de 11 degrés 15 minutes, le 30 Décembre. Cette observation a été faite avec l'aiguille de 8 pouces de longueur dont nous nous servons ordinairement, & dans le même lieu que les années précédentes, qui est un gros pilier placé au bout de la terrasse de l'observatoire vers le midi. On applique le côté de la boîte de la boussole contre une des faces de ce pilier, & l'on a vérifié, il y a long-temps, que cette face étoit exactement tournée vers le couchant, en y mettant contre une grosse regle qui portoit deux pinnules à ses extrémités, pour voir si le rayon du soleil qui

passoit par les pinnules, convenoit avec le vrai midi marqué par les grandes horloges à pendules réglées sur le soleil, ce qui s'est trouvé fort juste, car ce bâtiment avoit été orienté avec beaucoup de soin & de précaution par feu M. *Picard.*

Nous avons observé aussi dans le même temps la déclinaison de l'aimant avec une autre aiguille de 4 pouces seulement, & nous l'avons trouvée la même qu'avec celle de 8 pouces.

OBSERVATIONS

Sur une espece d'enflure appellée Emphyseme.

Par M. LITTRE.

(1) UNE enflure de cette espece, d'une grandeur monstrueuse, & que j'ai examinée depuis peu avec soin, m'a engagé de parler de ces sortes d'enflures. Je le fais d'autant plus volontiers, que je ne sache point d'Auteur qui se soit donné la peine d'en expliquer les causes & la maniere dont elles se forment.

L'enflure nommée *emphyseme*, est une tumeur contre nature faite d'air.

Cette tumeur a son principal siége dans la graisse sous la peau qui recouvre la poitrine. Lorsqu'avec le doigt on la presse, on sent une espece de frétillement. Le doigt y fait aisément une impression ; mais presqu'aussi-tôt que la pression cesse, la partie enfoncée se

---

(1) 18 Janvier. 1713.

releve & le creux se remplit. Enfin cette tumeur accompagne quelques-unes des plaies qui pénetrent dans la capacité de la poitrine.

On divise les plaies qui pénetrent dans la capacité de la poitrine, en celles qui parviennent jusques dans la capacité, mais qui ne blessent aucune des parties qui y sont contenues, & que nous appellerons *plaies pénétrantes simples*; & en celles qui parviennent non-seulement dans la capacité, mais qui blessent les parties contenues, & que nous nommerons *plaies pénétrantes composées*. Les unes & les autres peuvent être suivies d'un emphyseme.

Les plaies pénétrantes simples sont suivies d'emphyseme, lorsqu'elles sont étroites; que leur direction se trouve tortueuse; & que par leur moyen il entre de l'air dans la capacité de la poitrine, dont il ne peut sortir par l'endroit, par où il y est entré.

Les plaies pénétrantes composées sont aussi suivies d'emphyseme comme les simples, lorsque leur diametre est petit, & qu'avec cela le poumon est blessé sans l'être pourtant considérablement. A quoi il faut ajouter, que les autres parties renfermées dans la capacité de la poitrine, ne doivent point avoir été blessées, ou l'avoir été légérement.

La raison de cela est, que lorsque la plaie est considérable dans ces parties, il s'épanche une si grande quantité de sang dans la capacité de la poitrine, que le blessé est étouffé, avant que l'air, qui s'y épanche aussi, puisse former un emphyseme. D'ailleurs quand la mort même n'arriveroit pas, le sang presse

trop le poumon & embarrasse trop l'air pour qu'il se puisse faire un emphyseme.

On n'a point d'emphyseme à craindre ni dans les plaies pénétrantes simples, ni dans les pénétrantes composées, lorsqu'elles sont larges, droites, & que l'air entré par ces plaies dans la capacité de la poitrine, en peut sortir librement par la même voie qu'il y est entré.

L'air peut parvenir dans la capacité de la poitrine par deux voies & de deux endroits différents. Dans les plaies pénétrantes simples, il est conduit du dehors du corps par la plaie; & outre ce premier passage, le poumon dans les pénétrantes composées y en fournit un second, par l'endroit où il a été blessé. On va voir dans ce qui suit la maniere dont tout cela se peut faire.

Notre respiration est composée de deux sortes de mouvemens, qui se succedent l'un à l'autre sans relâche pendant que nous vivons. On donne le nom d'inspiration à l'un de ces mouvemens, & celui d'expiration à l'autre.

Dans l'inspiration la poitrine est dilatée par des muscles destinés à cet usage. Par l'action de ces muscles les parois de la poitrine se trouvent disposées de maniere, que les côtes du côté droit s'écartent de celles du côté gauche, le sternon s'éloigne des vertebres du dos, & le diaphragme descend dans la cavité du ventre.

Lorsque la poitrine se dilate, d'un côté sa capacité s'élargit à proportion, & le poumon, qui y est contenu, en fait de même, il se moule à la capacité, l'occupe & la remplit

de sorte qu'il n'y reste aucun vuide ; de l'autre côté, ses parois, acquérant plus de volume, poussent de tous côtés l'air qui les environne, & le déterminent à s'engager dans le poumon, où il rencontre moins de résistance. Par la même raison il s'insinue de l'air entre les panneaux d'un soufflet, lorsqu'on les écarte l'un de l'autre. Le ressort de l'air & sa pesanteur concourent encore à le faire entrer dans le poumon pendant la dilatation de la poitrine.

La bouche & le nez donnent à l'air un passage pour arriver à la trachée-artere ; celle-ci se divise en plusieurs branches & en une infinité de rameaux, & ceux-ci se terminent en de petites vésicules.

L'inspiration finie, l'expiration commence, en voici la raison & la maniere.

Lorsque les muscles, qui servent à dilater la poitrine, se mettent en contraction, ils tirent & allongent ceux qui doivent la resserrer. A l'occasion du tiraillement & de l'allongement des muscles destinés à resserrer la poitrine, leurs nerfs, leurs veines & leurs arteres se trouvent pressés, leur diametre diminue, & il n'y coule presque plus ni esprits ni sang, jusqu'à ce que l'effort, que font les esprits & le sang arrêtés à l'entrée de ces muscles, pour y entrer, devienne supérieur à celui des esprits & du sang, qui tiennent les muscles antagonistes en contraction ; à quoi donne bientôt lieu la dissipation continuelle d'esprits, qui se fait dans les muscles qui sont en contraction, pendant qu'au contraire il se porte & s'accumule de plus en plus du sang & des esprits dans les vaisseaux des muscles

allongés & relâchés. Par cette méchanique les muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, ſe contractent à leur tour, & tirent & allongent ceux qui ſervent à la dilater. Et ces deux mouvemens une fois établis ſe produiſent l'un l'autre alternativement pendant la vie que l'inſpiration commence & que l'expiration finit.

Dans l'expiration la poitrine ſe reſſerre. En ſe reſſerrant elle preſſe le corps du poumon, & par cette preſſion elle détermine chacune des parties de ce viſcere à ſe reſſerrer auſſi par les fibres charnues, dont elles ſont munies. Par ces deux moyens l'air eſt chaſſé des véſicules & des bronches du poumon & pouſſé hors du corps par la bouche & par le nez.

Les muſcles du ventre, en ſe contractant en même-temps que ceux qui reſſerrent la poitrine, concourent à la même action. En effet, en pouſſant les parties enfermées dans la capacité contre le diaphragme, ils preſſent le poumon en le pouſſant de bas en haut, pendant que les côtes le preſſent par les côtés, & que le ſternon le preſſe pardevant.

L'inſpiration & l'expiration dans l'état naturel ſe font d'une maniere aiſée, douce, égale & réguliere, au lieu que dans l'état contre nature ces deux mouvemens ſe font difficilement, avec violence & d'une maniere précipitée & irréguliere. En effet lorſque la poitrine eſt bleſſée, ſur-tout ſi la plaie pénetre dans la capacité & encore davantage ſi elle intéreſſe le poumon, il ſe gliſſe de l'air & s'épanche du ſang par ces plaies dans la capacité, qui gênent & fatiguent ce viſcere.

& l'empêchent de se dilater à son ordinaire, parce que ces deux liquides épanchés occupent une partie de l'espace, que ce viscere devroit occuper seul.

Pour lors le blessé fait machinalement des respirations plus promptes, plus fréquentes & plus fortes, mais moins grandes : d'où il résulte, sans qu'il y pense, une espece de compensation, c'est-à-dire, qu'il reçoit plus d'air dans le poumon, & qu'il se trouve soulagé en quelque maniere.

Pendant ces deux mouvemens violens, surtout pendant celui de l'expiration, l'air épanché par la plaie dans la capacité de la poitrine, pressé & poussé fortement de tous côtés, fait effort pour s'échapper. Il s'échappe enfin dans les plaies pénétrantes simples par l'ouverture qui est dans la pleure, les muscles intercôtaux, &c. & dans les plaies pénétrantes composées il s'échappe & par l'ouverture de la pleure & peut-être par celle qui est dans le poumon.

Si l'air, qui s'échappe de la capacité de la poitrine par l'ouverture de la pleure ne trouve pas ouvert le reste de la route, qui lui a donné entrée dans cette capacité, parce qu'elle est bouchée & fermée en quelqu'endroit, soit par un arrangement nouveau des chairs coupées, soit par leur réunion ; pour lors cet air cherche à se faire d'autres voies à travers les premieres parties qui se présentent ; il force peu à peu, & les liens qui les attachent entr'elles, & ceux qui tiennent étroitement jointes ensemble les fibres, dont ces parties sont composées ; il sépare & écarte

les unes des autres, & les oblige à céder à son effort & à lui donner passage. De ces parties il passe à d'autres plus éloignées, soutenu par un autre air, qui le pousse sans cesse par derriere, celui-ci est poussé par un troisiéme, & ainsi de suite. Et d'interstices en interstices la plus grande partie de cet air parvient enfin jusqu'à la peau, où il est arrêté par la densité & l'épaisseur de cette membrane, pendant que l'autre demeure en chemin dans les intervalles des parties ou de leurs fibres.

L'air, qui parvient jusqu'à la peau, se loge principalement dans les cellules de la graisse qui est au-dessous, les étend, s'y accumule, souleve la peau & forme avec celui qui est arrêté dans les interstices des autres parties, la tumeur qu'on appelle emphyseme. D'où il paroît, que le poumon produit ici le même effet, que le soufflet que le boucher employe pour détacher plus facilement la peau d'un veau ou d'une autre bête.

L'air, qui dans les plaies pénétrantes composées s'insinue de la capacité de la poitrine dans le poumon par la plaie de ce viscere, peut gagner insensiblement les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques, se porter dans les rameaux, les branches & le tronc de la veine pulmonaire, & celui-ci au ventricule gauche du cœur. De ce ventricule cet air peut passer par le moyen des arteres jusqu'à la peau. Là il peut s'échapper par les glandes de la graisse dans ses cellules, où se mêlant avec l'air, qui y est porté par la premiere voie, concourt avec lui à la production du même emphyseme. L'expérience nous

apprend que dans les emphyſemes le pus contenu dans la capacité de la poitrine paſſe dans les poumons par les racines des veines, qu'il ſe porte dans les reins & ſort du corps avec les urines.

L'emphyſeme, dont ſont ſuivies les plaies pénétrantes ſimples, ne ſauroit être ni conſidérable ni dangereux, parce que l'air qui le produit, eſt en petite quantité; qu'il ſe diſſipe bientôt par la chaleur & le mouvement des parties voiſines; & qu'il ne ſauroit être réparé par un nouveau, la voie, par où ce nouvel air pourroit être porté du dehors du corps dans la capacité de la poitrine, &c. ſe fermant, après la formation de cet emphyſeme, en quelqu'endroit de ſon étendue.

Pour l'emphyſeme, qui ſurvient aux plaies pénétrantes compoſées, il eſt aiſé de concevoir, qu'il peut devenir bien plus conſidérable. Cet emphyſeme a non-ſeulement pour cauſe le même air que les plaies pénétrantes ſimples, mais encore celui qui s'échappe continuellement du poumon par la plaie de ce viſcere.

Cet emphyſeme peut durer autant que la vie du bleſſé, parce qu'il ne vit qu'autant qu'il reſpire; qu'il ne peut reſpirer, que ſon poumon ne ſe dilate & ne ſe reſſerre alternativement. Or, le poumon ne peut ſe dilater, que ſa plaie ne s'entr'ouvre, ni la plaie s'entr'ouvrir, qu'il ne s'échappe de nouvel air dans la capacité de la poitrine, & qu'il ne s'y en échappe autant qu'il en faut pour faire durer l'emphyſeme durant la vie du bleſſé, à moins que la plaie du poumon ne vienne à ſe guérir, ce qui eſt difficile, tant à cauſe du mou-

vement continuel de ce viſcere, qu'à cauſe que l'air enfermé dans la capacité de la poitrine, l'irrite continuellement. Dans l'expiration le poumon eſt preſſé par les parties qui l'environnent, & il ſe reſſerre par ſes propres fibres charnues, deux cauſes qui doivent donner lieu à l'air de s'échapper du poumon par ſes véſicules ouvertes, paſſer dans la capacité de la poitrine & fournir de quoi entretenir l'emphyſeme.

Voici à préſent mon obſervation.

Un homme âgé de trente ans d'une conſtitution fort ſanguine, très-charnue & d'une vigueur extréme, reçut un coup d'épée dans la poitrine, dont il mourut cinq jours après. On l'auroit peut-être ſauvé, s'il avoit voulu ſouffrir l'opération de l'emphyſeme.

Durant ſa maladie il lui ſurvint un emphyſeme d'une grandeur monſtrueuſe. On le ſaigna ſix à ſept fois, parce qu'il crachoit du ſang & qu'il ne pouvoit reſpirer, qu'en faiſant des efforts de la derniere violence & ſur-tout pendant les derniers jours.

Le bleſſé étant mort, j'ouvris ſon cadavre, j'en examinai principalement trois choſes; 1°. l'emphyſeme; 2°. les yeux, & 3°. la poitrine avec ſa plaie.

L'emphyſeme, qui d'ordinaire n'a que deux à trois pouces d'épaiſſeur, & qui n'occupe qu'une partie de l'habitude de la poitrine, étoit dans ce cadavre épais de onze pouces & occupoit toute l'habitude du corps, excepté la plante des pieds, le dedans des mains & la partie ſupérieure de la tête.

Il étoit plus épais ſur la poitrine qu'au reſte du corps; du côté de la plaie, que du côté

opposé; & par devant que par derriere. Il avoit onze pouces d'épaisseur sur la poitrine, neuf sur le ventre, six au col & quatre dans les autres parties du corps. La plus grande partie de l'air, qui produisoit l'emphyseme, étoit contenu dans les cellules de la graisse située sous la peau.

Cet emphyseme étoit plus épais à la poitrine qu'au reste du corps, parce que l'air qui pouvoit produire l'emphyseme, devoit sortir de la capacité de la poitrine par sa plaie, par conséquent cet air avoit eu plus d'occasion de se répandre sur la poitrine que sur les autres parties du corps.

Le même emphyseme avoit plus d'épaisseur à la partie antérieure de la poitrine & du ventre qu'à la postérieure, parce qu'il y a naturellement beaucoup plus de graisse sous la peau qu'à la postérieure, par conséquent plus de cellules, où est le siége principal de l'emphyseme. Outre que les cellules y sont plus nombreuses, elles y sont encore plus grandes. D'ailleurs la peau aussi bien que les membranes, qui forment les cellules de la graisse, sont plus minces & d'un tissu plus lâche à la partie antérieure, par conséquent elles s'étendent plus facilement. Ainsi la peau & les cellules ont dû moins résister aux efforts de l'air, se laisser étendre davantage; en recevoir une plus grande quantité & produire une tumeur plus grosse qu'à la partie postérieure.

Il ne s'est point formé d'emphyseme à la plante des pieds, au-dedans des mains, ni à la partie supérieure de la tête. La peau en ces trois endroits-là, y tient plus fortement aux parties voisines, & elle y est d'un tissu

plus épais & plus ferré. D'ailleurs les membranes, qui y compofent des cellules, font auffi plus denfes & plus épaiffes; outre cela il y a moins de graiffe, & cette graiffe y eft plus groffiere & plus ferme. Enfin le grand éloignement, qu'il y a de ces trois parties à l'origine de l'emphyfeme, y doit entrer pour quelque chofe; car il faut que l'air, avant qu'il arrive aux parties éloignées, ait paffé a travers un grand nombre d'autres, foit par les interftices des parties, foit par la voie des vaiffeaux, par-conféquent qu'il ait perdu beaucoup de fa force en parcourant ce chemin. Cet air n'a donc pu y parvenir ou y conferver affez de force pour y dilater les cellules de la graiffe, élever la peau & former un emphyfeme.

On peut attribuer la grandeur monftrueufe de cet emphyfeme, principalement à trois chofes.

1°. A la vigueur extrême du bleffé qui étoit à la fleur de fon âge, & d'une conftitution fort fanguine & très-charnue.

2°. Aux efforts violens qu'il a faits pendant plufieurs jours pour refpirer dans fa maladie; efforts, qui par leur durée & par leur violence ont dû fuffire pour faire paffer affez d'air de la capacité de la poitrine à toute l'habitude du corps, & y produire un tel emphyfeme.

3°. A la plaie, en ce qu'elle intéreffoit le poumon; & qu'elle y étoit affez longue pour qu'il y eût dans ce vifcere affez de véficules ouvertes, & qu'il s'en échappât dans la capacité de la poitrine affez d'air pour produire un emphyfeme de cette grandeur.

Les yeux dans ce cadavre étoient si gros, qu'ils sortoient en partie de leurs orbites. J'en détachai un d'abord, ayant eu soin d'en lier à nœud coulant les vaisseaux avant que de les couper. Cet œil avoit 16 lignes de diametre. Il étoit léger & tendu comme un balon. Puis je fis promptement lâcher les vaisseaux liés, & je pressai ce globe en même-temps entre mes doigts. Il en sortit d'abord de l'air avec impétuosité, & sur la fin à force de le presser il en sortit quelques petites gouttes de sang qui étoit fort vermeil. Ce globe diminua de plus de la moitié de son volume durant la pression. Mais il en reprit une partie peu de temps après, apparemment par la réfraction de l'air qui y étoit resté.

Ensuite j'ouvris le même globe. J'y trouvai peu de sang. L'humeur vitrée étoit à demi-fondue, & l'aqueuse étoit plus fluide qu'elle n'a accoutumé d'être. Je remarquai de petites bulles d'air dans l'une & l'autre de ces humeurs, principalement dans la vitrée, où vraisemblablement il avoit été arrêté par la viscosité qui lui restoit encore.

Je procédai de la même maniere à l'égard de l'autre globe, où je fis à peu près les mêmes remarques que dans le premier.

Après avoir examiné les yeux, je passai à l'examen de la poitrine & de sa plaie.

Avant que d'ouvrir la poitrine, j'y fis un trou entre deux côtes vers leur milieu, faisant presser en même-temps la poitrine & le ventre. Il sortit par ce trou en forme de vapeur de l'air en assez grande quantité, qui étoit fort puant.

Je fis ensuite l'ouverture de la poitrine. J'ob-

ſervai qu'il y avoit dans la cavité droite environ deux poëlettes de ſang épanché qui étoit purulent ; que la plaie pénétroit non-ſeulement dans la capacité, mais qu'elle pénétroit auſſi dans un des trois lobes du poumon droit ; que les deux lobes, où le coup n'avoit pas porté, étoient tendus & un peu enflammés ; que le lobe bleſſé étoit dur & noirâtre ; que la plaie étoit encore ouverte dans ce lobe ; qu'elle avoit ſept à huit lignes de longueur ſur une & demie de largeur & une de profondeur. Enfin la plaie étoit auſſi ouverte à l'endroit de la pleure & des muſcles intercôtaux : mais elle étoit fermée depuis ces muſcles juſqu'à la peau, où il paroiſſoit une eſpece de cicatrice d'environ deux lignes de longueur.

RÉFLEXIONS

Sur des nouvelles Obſervation du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Port de Breſt *dans l'année 1712.*

Par M. CASSINI.

(1) DEPUIS que l'Académie Royale des Sciences a entrepris d'examiner les phénomenes du flux & du reflux de la mer, elle a reçu un grand nombre d'obſervations faites en divers ports de *France*, qui ont ſervi à trouver de nouvelles regles, tant pour établir le temps des marées

(1) 1 Février 1712.

dans chacun de ces ports, que pour déterminer leurs différentes hauteurs. La plupart de ces observations semblent prouver qu'il y a un grand rapport entre les mouvemens de la lune & ceux des marées, puisque non-seulement les retours des grandes & des petites marées suivent assez exactement les diverses phases de la lune, mais même les différentes hauteurs qu'on y observe sont proportionnées aux diverses distances de la lune à la terre.

Mais comme on pourroit soupçonner que ces divers effets auroient été produits par quelque cause inconnue qui eût concouru en même temps avec les mouvemens de la lune par une espece de hasard; il étoit important de s'en assurer par un plus grand nombre d'observations. Nous avons eu occasion de le faire par un nouveau Journal d'observations du flux & du reflux de la mer, faites à *Brest*, qui commence au premier Février de l'année 1712, où le précédent avoit fini, & a été continué jusqu'au 12 Juillet de la même année.

Dans cet intervalle de temps il y a eu six nouvelles & cinq pleines lunes, dont les marées ont été observées. Celle qui est arrivée le plutôt a été observée le 6 Février au matin à 3^h $9'$ & celle qui est arrivée le plus tard a été observée le 6 Avril au soir à 4^h $12''\frac{1}{2}$ avec une différence de l'une à l'autre d'une heure & trois minutes. Si l'on suppose cependant le temps moyen de la haute mer à *Brest* dans les nouvelles & pleines lunes de 3^h $45'$ de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & qu'on y employe l'équation ordinaire de deux minutes pour cha-

que heure que le temps moyen de la haute mer anticipe ou retarde, à l'égard de celui de la nouvelle ou pleine lune, on trouvera que la haute mer a dû arriver le six Février, jour de la plus grande accélération à $3^h\ 7'\ \frac{1}{2}$ du matin à une minute & demie près de celle qui a été observée, & que le 6 Avril, jour du plus grand retardement, la haute mer a dû arriver à 4^h $15'$ à deux minutes & demie près de celle qui a été observée.

Les autres observations qui sont au nombre de 15, s'accordent pour la plupart au calcul à quelques minutes près, & les plus éloignées ne s'en écartent que de 14 minutes, ce qui est une précision, à laquelle on n'auroit osé espérer de parvenir, si l'on considere qu'il est souvent difficile de s'assurer du temps de la haute mer à un quart-d'heure & même à une demi-heure près.

A l'égard du tems de la basse mer observé dans les mêmes phases de la lune, nous trouvons qu'il s'accorde aussi assez exactement au calcul, avec la seule différence que la mer employe quelques minutes plus de tems à descendre qu'à monter, comme nous l'avons déja remarqué. Cette différence peut monter à *Brest* environ à un quart-d'heure dans les nouvelles & pleines lunes, & à une demi-heure dans les quadratures, & cette regle s'observe si généralement, que de toutes les observations que nous avons examinées pendant l'espace de plus d'une année, il n'y en a que quatre ou cinq qui n'y soient pas conformes.

Pour ce qui est du temps de la haute mer observé dans les quadratures, il est sujet à plus

d'irrégularités que dans les nouvelles & pleines lunes.

La haute mer qui eſt arrivée le plutôt a été obſervée le 29 Mars, à 8^h $8'$ du matin, & celle qui eſt arrivée le plus tard a été obſervée le 28 Avril à 10^h $11'$ du ſoir, avec une différence de l'une à l'autre de 2^h $3'$. Mais ces différences ſont corrigées en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la haute mer à *Breſt* dans les quadratures à 8^h $57'$, de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & employant l'équation ordinaire de deux minutes $\frac{1}{2}$ pour chaque heure que le temps moyen de la haute mer anticipe ou retarde à l'égard du temps des quadratures. Car on trouvera que la haute mer a dû arriver le 29 Mars, jour de la plus grande accélération à 8^h $34'$ du matin, à 26 minutes près de celui qui a été obſervé, & que le 28 Avril, jour du plus grand retardement, la haute mer a dû arriver à 9^h $46'$ du ſoir à 25 minutes près de l'obſervation.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédens que le retardement des marées eſt plus grand vers les quadratures que vers les nouvelles & pleines lunes. Cela eſt conforme à nos obſervations, & paroît ſurprenant lorſqu'on conſidere que dans les nouvelles & pleines lunes la mer s'éleve quelquefois à *Breſt* à la hauteur de 21 pieds, au lieu que dans les quadratures elle ne s'éleve quelquefois qu'à la hauteur de 4 à 5 pieds, & monte rarement à celle de 11 pieds.

Cependant ſi l'on ſuppoſe que le mouvement des marées ſe fait par une eſpece d'im-

pulsion comme on a tout sujet de le conjecturer ; on trouve que l'expérience peut s'accorder au raisonnement ; car la pression de l'air sur la mer, peut être telle que non-seulement elle fasse monter la mer à un plus grand degré de hauteur dans les nouvelles & pleines lunes que dans les quadratures, mais même qu'elle arrive à cette plus grande hauteur avec plus vitesse.

A l'égard du temps des plus grandes marées dans chaque lunaison, nous trouvons qu'elles arrivent à *Brest* le plus souvent un jour après la nouvelle ou pleine lune ; de même que les plus petites marées arrivent aussi un jour après les quadratures. Nous avions observé à *Dunkerque* & au *Havre de Grâce* que les grandes & petites marées y arrivoient, pour l'ordinaire, deux jours après ces phases de la lune, de sorte qu'il paroît que la pression qui se fait sur la mer dans les nouvelles & pleines lunes, & dans les quadratures, se communique plus promptement à *Brest* qu'à *Dunkerque* & au *Havre*, ce qui paroît conforme au raisonnement, l'extrémité occidentale de la *Bretagne* où est située *Brest*, étant beaucoup plus avancée vers l'océan où se fait la pression, que les ports de *Dunkerque* & du *Havre* qui sont tous les deux dans la *Manche*.

Nous avons déja remarqué que les diverses hauteurs que l'on observe dans les marées suivent assez exactement les diverses distances de la lune à la terre ; que lorsque la lune dans le temps qu'elle est nouvelle ou pleine se trouve près de son périgée, la marée est plus grande que dans la sizygie suivante où elle est près

de son apogée. Cela se trouve confirmé par ces dernieres observations ; car le 4 Juin 1712, jour de la nouvelle lune, cette planete étoit près de son apogée, sa distanc e à la terre étant de 1064 parties dont la moyenne est 1000. Aussi l'on observa ce jour-là, qui fut celui de la plus grande marée, la hauteur de la pleine mer de 16 pieds 2 pouces, au-dessus d'un point fixe qu'on a pris pour le terme des mesures, & celle de la basse mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne la quantité de l'élévation de la marée de 14 pieds 2 pouces. Le 19 Juin suivant, jour de la pleine lune, cette planete étoit près de son périgée, sa distance à la terre étant de 935 parties, dont la moyenne est 1000. Aussi l'on observa le 21 Juin, jour de la plus grande marée, la hauteur de la pleine mer de 18 pieds 4 pouces au-dessus du point fixe, & la hauteur de la basse mer 10 pouces au-dessous de ce point, ce qui donne l'élévation de la marée de 19 pieds 2 pouces plus grande de 5 pieds que dans l'observation précédente, où la lune étoit près de son apogée.

Quoique toutes ces observations s'accordent à prouver que les diverses distances de la lune à la terre contribuent beaucoup aux diverses élévations que l'on observe dans les marées ; on ne prétend point qu'elles soient seules la cause de toutes les variations que l'on y remarque, & il paroît même qu'il y a d'autres causes qui peuvent concourir à faire augmenter & diminuer la hauteur des marées. On ne parle point ici de ces causes accidentelles dont il seroit difficile de donner des regles,

comme, par exemple, de la force & de la situation des vents, de la direction différente des côtes de la mer, qui non-seulement peuvent faire accélérer ou retarder le temps des marées, mais même y causer des élévations différentes. Mais on entreprend seulement de déterminer celles qui ont quelque période réglée.

Or, en examinant toutes les observations qui ont été faites depuis le 6 Février 1712, jusqu'au 12 Juillet de la même année, on trouve que la plus haute marée est arrivée le 24 Mars au soir, & le 25 au matin où la mer est montée à la hauteur de 19 pieds 1 pouce. La basse mer fut observée le 24 au matin, 1 pied 6 pouces au-dessous du point fixe, de sorte que l'élévation de la mer fut le 24 Mars de 20 pieds 7 pouces. La lune étoit alors plus près de son périgée que de son apogée, sa distance à la terre étant de 977 parties, dont la moyenne est de 1000, mais on ne peut pas attribuer toute cette élévation de la marée à la proximité de la lune, à l'égard de la terre, puisque la hauteur de la marée fut observée le 24 Mars plus grande d'un pied 5 pouces, que le 21 Juin, temps auquel la lune étoit beaucoup plus près de son périgée; il paroît donc qu'il y a eu au mois de Mars quelqu'autre cause qui a contribué à l'élévation de la marée, & comme cette observation a été faite près de l'équinoxe du printemps qui est arrivé le 20 à 11^h 19$'$ du soir, & celle du 21 Juin près du solstice d'été qui est arrivé à 11^h 17$'$ du matin; cela nous a donné lieu de conjecturer que toutes choses égales, les marées sont plus

grandes dans les équinoxes que dans les solstices.

Dans la nouvelle lune suivante qui arriva le 6 Avril, la lune étoit plus près de son apogée que de son périgée, sa distance à la terre étant de 1032, dont la moyenne est 1000, & l'on observa le 7 Avril au matin la hauteur de la pleine mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la basse mer de 0 pied 5 pouces; ce qui donne l'élévation de la mer pour ce jour-là de 17 pieds 7 pouces, plus petite de 3 pieds que le 24 Mars. Aussi le devoit-elle être par deux causes, dont l'une que la lune étoit plus éloignée de la terre le 7 Avril que le 24 Mars, & l'autre qu'elle étoit plus éloignée de l'équinoxial.

Ces observations se trouvent confirmées par celles qui furent faites à *Brest* l'année précédente. Car le 30 Juin 1711, la distance de la lune à la terre étant de 960, l'élévation de la maré fut observée le 1 Juillet de 18 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 10 pouces, que le 14 Septembre près de l'équinoxe où elle fut observée de 20 pieds 11 pouces, la distance de la lune à la terre étant le 12 Septembre jour de la nouvelle lune de 969, c'est-à-dire, peu différente de celle du 30 Juin.

Il paroît donc par ces observations que les différentes hauteurs qu'on observe dans les marées dépendent de deux causes, dont la principale & qui jusqu'à présent se trouve le plus confirmée par nos observations, est la diverse distance de la lune à la terre; la seconde est sa proximité ou son éloignement de l'équinoxial, & que la combinaison de ces

ces deux causes produit les principaux phénomenes qu'on observe dans la hauteur des marées.

Il suit de-là, 1°. que lorsque la nouvelle ou pleine lune se rencontre dans son périgée, & en même temps dans les équinoxes, alors la marée qui suit immédiatement, est la plus haute qui soit possible.

2°. Que lorsque la nouvelle ou pleine lune se rencontre dans les équinoxes vers les moyennes distances, alors la hauteur de la marée est plus grande que dans les nouvelles ou pleines lunes, qui arrivent vers les moyennes distances & près des solstices.

3°. Que lorsque la nouvelle ou pleine lune se rencontre dans son apogée, & en même temps dans les solstices, alors la haute mer est la plus petite qui soit possible. Les deux premieres regles s'accordent à ce que nous avons remarqué ci-dessus, & la derniere se trouve confirmée par l'observation du 4 Juin 1712. Car alors la lune étant près de son apogée & du solstice d'été, la hauteur de la pleine mer fut observée de 16 pieds 2 pouces, & celle de la basse mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne l'élévation de la marée de 14 pieds 2 pouces, qui est la plus petite que l'on ait observée aux nouvelles & pleines lunes dans l'intervalle de plus d'une année. Le 5 Juillet suivant, le soleil étoit à égale distance du solstice, mais la distance de la lune à la terre étoit de 1601, un peu plus petite que le 4 Juin, ce qui a dû causer dans la marée une élévation un peu plus grande, comme on l'a observé en effet. Car le 5 Juillet au matin, la hauteur de

la pleine mer fut obſervée de 16 pieds 3 pouces, & celle de la baſſe mer de 1 pied 8 pouces, ce qui donne l'élévation de la marée de 14 pieds 7 pouces plus grande de 5 pouces que le 4 Juin.

A l'égard des petites marées qui ſuivent les quadratures, on remarque de même que nous l'avons fait dans les mémoires précédens, que leurs diverſes élévations dépendent en partie de la diverſe diſtance de la lune à la terre. Par exemple, le 14 Février 1712, jour du premier quartier, la lune étant près de ſon apogée, & ſa diſtance à la terre de 1602, la hauteur de la pleine mer fut obſervée le 15 Février au ſoir de 10 pieds 9 pouces 6', & la hauteur de la baſſe mer de 5 pieds 2 pouces, de ſorte que l'élévation de la mer n'a été ce jour-là que de 5 pieds 7 pouces 6'. Le 29 Février ſuivant, jour du troiſiéme quartier, la lune étant près de ſon périgée, & ſa diſtance à la terre de 975, on obſerva le 2 Mars au matin la hauteur de la pleine mer de 11 pieds 9 pouces plus grande de 11 pouces 6 lignes que le 15 Février.

Le 15 Mars, jour du premier quartier, la lune étant près de ſon apogée, & ſa diſtance à la terre de 1063, la hauteur de la pleine mer fut obſervée le 16 Mars au matin de 10 pieds 10 pouces, & la hauteur de la baſſe mer de 6 pieds 4 pouces, de ſorte que l'élévation de la mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces un peu moindre que le 15 Février, ce qui devoit arriver, la lune étant alors un peu plus près de la terre que dans l'obſervation du mois précédent.

Dans les quadratures qui sont arrivées lorsque la lune étoit à-peu-près à égale distance de la terre, on a observé à-peu-près une même hauteur dans l'élévation des marées. Car le 12 Juin, jour du premier quartier, la distance de la lune à la terre étant de 1020, on observa le 12 au matin, qui fut le jour de la plus petite marée, la hauteur de la pleine mer de 12 pieds 9 pouces, & celle de la basse mer de 3 pieds 5 pouces, de sorte que l'élévation de la mer a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces.

Le 25 Juin suivant, jour du dernier quartier, la distance de la lune à la terre étant de 1028, on observa le 28 au matin la hauteur de la pleine mer de 12 pieds 5 pouces 8', & celle de la basse mer de 3 pieds 11 pouces 4', de sorte que l'élévation de la mer a été ce jour-là de 8 pieds 6 pouces 4', un peu plus petite que celle du 28 Juin, comme on a dû l'observer, la distance de la lune à la terre étant plus petite le 13 Juin que le 28. Ces deux observations ayant été faites près du solstice d'été, nous les avons comparées avec celles qui ont été faites près des équinoxes, & nous avons trouvé que toutes choses égale[s] les petites marées qui suivent les quadra[tures] sont plus grandes vers les solstices qu[e vers les] équinoxes. Car la hauteur de la p[lus pe-] tite marée, de 10 pieds 10 [pouces, a] été observée le 16 Mars, jour [...]és, la lune étant près de son apogée, [&] le 31 Mars de 13 pieds 2 pouces, la lune étant près de son périgée. Prenant un[e] [...] on aura la hauteur moyenne des ma[rées d]ans les équinoxes à *Brest* de 12 pieds [...] petite de 7 à 8 pouces, que

la hauteur moyenne tirée des obſervations du 15 & du 28 Juin, faites dans les ſolſtices.

Quoique cet effet paroiſſe contraire à celui que nous avons obſervé dans les nouvelles & pleines lunes, dont les marées ſont plus grandes vers les équinoxes que vers les ſolſtices ; on voit cependant qu'il peut dépendre de la même cauſe. Car la lune étant dans un de ſes quartiers dans le temps de l'équinoxe, parcourt par ſon mouvement journalier un cercle parallele peu éloigné des tropiques, & la preſſion qu'elle cauſe ſur la mer, ſe faiſant par un petit cercle, doit s'y faire moins reſſentir. Au contraire, la lune étant dans un de ſes quartiers au temps du ſolſtice, parcourt par ſon mouvement journalier l'équinoxial, ou un parallele qui en eſt fort peu éloigné, & par conſéquent ſa preſſion ſur les eaux de la mer qui ſe fait ſuivant un grand cercle de la terre, doit être plus grande que lorſqu'elle parcourt un des tropiques.

Il paroît par-là que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les marées des équinoxes & des ſolſtices, ne doivent point ſe régler préciſément ſur les temps des équinoxes & des ſolſtices, mais ſur la plus grande ou plus petite déclinaiſon de la lune à l'égard de l'équinoxial. Car le ſoleil étant dans l'équinoxe du printems, & la lune dans ſon dernier quartier, c'eſt-à-dire, dans les ſignes méridionaux, la hauteur de la marée doit être beaucoup plus petite, lorſque la latitude de la lune eſt méridionale, que lorſqu'elle eſt ſeptentrionale ; & par la même raiſon, le ſoleil étant dans le ſolſtice d'été dans le temps de la nouvelle lune,

la hauteur de la marée doit être plus petite, lorſque la latitude de la lune eſt ſeptentrionale, que lorſqu'elle eſt méridionale.

On peut donc tirer de ces obſervations ces deux regles générales.

1°. Que toutes choſes égales, les marées doivent être plus petites, lorſque la lune étant dans ſon apogée & dans les ſignes méridionaux, ſa latitude eſt en même temps méridionale, ou bien lorſque la lune étant dans ſon apogée & dans les ſignes ſeptentrionaux, ſa latitude eſt auſſi ſeptentrionale.

2°. Qu'au contraire les marées doivent être plus grandes, lorſque la lune étant dans ſon périgée, parcourt l'équinoxial ſans aucune déclinaiſon.

Il eſt difficile de trouver des obſervations qui ayent été faites préciſément dans ces différentes circonſtances. Il nous ſuffira de remarquer que le 16 Juin 1711, jour de la nouvelle lune, la diſtance de la lune à la terre étant de 1048, c'eſt-à-dire, que la lune étant près de ſon apogée avec une déclinaiſon méridionale de 26d 36′, qui eſt la plus grande qu'on ait trouvée dans l'eſpace de plus d'une année, la hauteur de la pleine mer fut obſervée le 17, de 16 pieds 2 pouces 6′, qui eſt une des plus petites qu'on ait remarquée. Le 4 Juin de l'année ſuivante, jour de la nouvelle lune, la diſtance de la lune à la terre étant de 1064, & la déclinaiſon ſeptentrionale de la lune de 25d 10′; la hauteur de la plus grande marée fut obſervée ce jour-là de 16 pieds 2 pouces, qui eſt la plus petite que nous avons trouvée à *Breſt*, dans les

obſervations des nouvelles & pleines lunes.

On remarque le même effet dans les quadratures. Car le 5 Septembre 1711, jour du dernier quartier, la diſtance de la lune à la terre étant de 1061, & la déclinaiſon ſeptentrionale de la lune de 26d 31′, qui eſt une des plus grandes qui ſoit arrivée depuis le 23 Juin 1711, juſqu'au 11 Juillet 1712. La hauteur de la plus petite marée fut obſervée le 6 Septembre de 10 pieds 3 pouces, qui eſt la plus baſſe qu'on ait remarquée dans l'eſpace de plus d'une année. La hauteur de la baſſe mer fut obſervée le ſoir de 5 pieds 11 pouces, de ſorte que l'élévation de la mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 4 pouces.

Le 15 Mars de l'année ſuivante 1712, jour du dernier quartier, la diſtance de la lune à la terrre étant de 1063, à-peu-près de même que le 5 Septembre, & la déclinaiſon ſeptentrionale de la lune de 25d 45′, un peu plus petite que dans l'obſervation de l'année précédente, la hauteur de la plus petite marée fut obſervée le 16 Mars, de 10 pieds 10 pouces, un peu plus grande que le 5 Septembre 1711, mais une des plus baſſes que l'on ait remarquée, l'élévation de la mer n'ayant été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces.

A l'égard des plus grandes marées qui doivent arriver lorſque la lune eſt dans ſon périgée & parcourt l'équinoxial, nous n'avons point d'obſervations à *Breſt* qui ayent été faites dans ces circonſtances, & il ſuffira de remarquer que le 12 Septembre 1711, la diſtance de la lune à la terre étant de 969, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'équinoxial de 2d 39′,

qui est la plus petite qui soit arrivée dans les nouvelles & pleines lunes, depuis le 16 Juin 1711, jusqu'au 11 Juillet 1712, la hauteur de la pleine mer fut observée le 14 Septembre de 18 pieds 11 pouces, & celle de la basse mer de 2 pieds au-dessous du point fixe, ce qui donne l'élévation de la marée pour ce jour-là de 20 pieds 11 pouces, qui est une des plus grandes qui soit arrivée à *Brest* dans cet intervalle de temps.

On peut remarquer ici que la différence entre les cercles de déclinaison d'un degré à l'autre va toujours en augmentant, en s'éloignant de l'équateur & s'approchant du pole, & que par conséquent la variation de la déclinaison de la lune doit produire un effet moins sensible sur les marées près de l'équinoxial, que vers les tropiques.

Les observations que nous avons rapportées ci-dessus, semblent prouver suffisamment que les différentes déclinaisons de la lune, à l'égard de l'équinoxial, contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des marées, aussi bien que les diverses distances de la lune à la terre. Ces deux causes étant pour l'ordinaire compliquées ensemble, il est nécessaire pour les distinguer d'avoir un grand nombre d'observations faites en différentes situations de la lune, tant à l'égard de la terre, qu'à l'égard de l'équinoxial; c'est pourquoi nous avons cru en devoir examiner quelques-unes qui avoient été faites à *Brest* en 1692.

Le Journal de ces observations commence au 6 Juin de l'année 1692, & finit au dernier Octobre de la même année. On y a marqué

jour par jour la hauteur de la pleine mer, à l'égard d'un rocher nommé *la Rose*, qui est à l'entrée & au-dedans du port, & on y a ajouté la température de l'air & la situation & la force du vent.

Par l'examen que nous avons fait de toutes ces observations, nous avons trouvé que dans cet intervalle de temps la plus grande marée est arrivée le 12 Septembre 1692, deux jours après la nouvelle lune, la mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 28 pieds 7 pouces. Ayant calculé la situation de la lune pour le temps de la nouvelle lune précédente, qui est arrivée le 10 Septembre à 6^{h} 12' du soir, nous avons trouvé que cette planete étoit fort près de son périgée, sa distance à la terre étant de 936 parties, dont la moyenne est 1000. La lune étoit aussi fort près de l'équinoxial, sa déclinaison méridionale n'étant que de 3^{d} 11', qui peuvent causer très-peu de variation dans la hauteur de la mer.

Dans les autres observations des marées faites aux nouvelles ou pleines lunes, cette planete étoit non-seulement plus éloignée de la terre que le 10 Septembre, mais même sa déclinaison, à l'égard de l'équinoxial, étoit plus grande, ainsi toutes les marées ont dû être plus petites que le 12 Septembre, ce qui est conforme aux observations.

Dans la pleine lune suivante, qui est arrivée le 25 Septembre à 10^{h} 54' du matin, la lune étoit dans son apogée, sa distance à la terre étoit de 1065, & sa déclinaison septentrionale de 4^{d} 59'. Aussi l'on observa le 25 la hauteur de la mer de 25 pieds 5 pouces,

plus baſſe de 3 pieds 2 pouces que le 12 du même mois.

Le 14 Juin de la même année, jour de la nouvelle lune, la diſtance de la lune à la terre étant de 993, dont la moyenne eſt 1000, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 27^{d} 10′, qui eſt la plus grande qui ſoit arrivée, on obſerva le 16 la hauteur de la mer de 25 pieds 7 pouces, plus baſſe d'un pied 5 pouces que la hauteur moyenne des marées, tirée des obſervations faites au mois de Septembre, lorſque la lune étoit près de l'équateur.

A l'égard des petites marées obſervées à *Breſt* dans les quadratures, on trouve que la plus grande eſt arrivée le 23 Juin, deux jours après le premier quartier, la mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 21 pieds 4 pouces. La lune étoit alors près de ſon périgée, ſa diſtance à la terre étant de 977. Elle étoit auſſi fort près de l'équinoxial, ſa déclinaiſon ſeptentrionale n'étant que de 3^{d} 42′.

Le 8 Juin précédent, la hauteur de la mer fut trouvée de 19 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 3 pouces que le 23 Juin, comme on a dû l'obſerver, la lune étant le 6 Juin, jour du dernier quartier, dans ſon apogée, & ſa diſtance à la terre de 1064.

On voit donc par les obſervations faites à *Breſt* en 1692, de même que par celles qu'on a faites les années dernieres dans le même port, que la diſtance de la lune à la terre & ſa déclinaiſon, à l'égard de l'équateur, contribuent beaucoup à l'augmentation & à la diminution qu'on obſerve dans la hauteur des marées.

Sur ces principes nous avons dreſſé des tables pour trouver à *Breſt* la hauteur des marées, tant dans les nouvelles & pleines lunes, que dans les quadratures.

Nous ſuppoſons pour cela qu'à *Breſt*, dans les grandes marées qui ſuivent les nouvelles ou pleines lunes, lorſque cette planete eſt dans ſon périgée, & qu'elle parcourt en même temps l'équinoxial, la hauteur de la pleine mer eſt de 20 pieds 0 pouce; que lorſque la lune eſt dans ſon apogée & ſur l'équinoxial, la hauteur de la pleine mer eſt de 17 pieds 0 pouce; & que lorſqu'elle eſt dans ſon apogée, & que ſa déclinaiſon à l'égard de l'équinoxial eſt de $28^d\ 50'$, qui eſt la plus grande qu'elle puiſſe avoir, la hauteur de la pleine mer eſt de 15 pieds 6 pouces. Nous ſuppoſons auſſi que dans les petites marées qui ſuivent les quadratures, lorſque la lune eſt dans ſon périgée & qu'elle parcourt l'équinoxial, la hauteur de la pleine mer eſt de $14^d\ 0'$; que lorſque cette planete eſt dans ſon apogée & ſur l'équinoxial, la hauteur de la pleine mer eſt de 12 pieds 0', & que lorſqu'elle eſt dans ſon apogée, & que ſa déclinaiſon eſt de $28^d\ 50'$, la hauteur de la pleine mer eſt de $10^d\ 6'$.

Suivant ces regles, la différence de la hauteur de la pleine mer cauſée par les diverſes diſtances de la lune à la terre dans les nouvelles & pleines lunes, eſt de 3 pieds 0 pouce, plus grande du double que celle qui eſt produite par la déclinaiſon de la lune à l'égard de l'équinoxial.

Mais comme la différence entre la diſtance

de la lune à la terre dans ſon apogée & dans ſon périgée, eſt plus petite d'un tiers dans les quadratures, que dans les nouvelles & pleines lunes, l'on a ſuppoſé que la différence de la hauteur de la pleine mer cauſée par les diverſes diſtances de la lune à la terre dans les quadratures, n'eſt que de 2 pieds, conformément aux obſervations.

Dans les autres ſituations de la lune à l'égard de la terre, la hauteur de la pleine mer eſt proportionnée aux diverſes diſtances de la lune à la terre. Pour trouver les variations cauſées par la déclinaiſon de la lune à l'égard de l'équinoxial, nous avons pris des déclinaiſons, dont les ſinus des complémens ſont en proportion arithmétique, afin de pouvoir diſtribuer également la hauteur des marées.

On trouvera par le moyen de ces tables & des regles ſuivantes, la hauteur des grandes & des petites marées à *Breſt*, tant dans les nouvelles & pleines lunes, que dans les quadratures.

REGLE I.

Trouver à *Breſt* la hauteur de la plus grande marée, qui doit arriver dans une nouvelle ou pleine lune donnée :

Cherchez par les tables aſtronomiques la diſtance de la lune à la terre, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'équinoxial. Prenez au haut de la premiere table la diſtance de la lune à la terre, & à côté ſa déclinaiſon, & vous trouverez vis-à-vis la hauteur de la plus grande marée.

Regle II.

Trouver à *Brest* la hauteur de la plus petite marée, qui doit ſuivre une des quadratures :

Cherchez par les tables aſtronomiques la diſtance de la lune à la terre, & ſa déclinaiſon. Prenez au haut de la ſeconde table la diſtance de la lune à la terre & à côté ſa déclinaiſon, la hauteur de la marée qui répond à ces deux chiffres, ſera la hauteur de la plus petite marée qui ſuit la quadrature donnée.

Exemple I.

On cherche la hauteur de la plus grande marée, qui eſt arrivée dans la nouvelle lune d'Octobre 1711.

On trouvera que le 12 Octobre à 6^h $0'$ du matin, temps de la nouvelle lune, la diſtance de cette planete à la terre étoit de 947, & ſa déclinaiſon méridionale de 12^d $13'$. Prenez dans la premiere table vis-à-vis de 95, & de $12d$ $0'$, la hauteur de la plus grande marée, qu'on trouvera de 19, 6, préciſément de même qu'on l'a obſervée.

Exemple II.

On cherche la hauteur de la plus grande marée, qui eſt arrivée dans la nouvelle lune de Juin 1712.

On trouvera que le 4 Juin à 7^h $25'$ du matin, temps de la nouvelle lune, la décli-

naiſon ſeptentrionale de cette planete étoit de 25d 10′, & ſa diſtance à la terre de 1064. Prenez dans la premiere table vis-à-vis de 106, & de $25^d\ 33'$, la hauteur de la plus grande marée, qu'on trouvera de 15 pieds 10 pouces, plus petite ſeulement de 4 pouces que celle que l'on a obſervée.

EXEMPLE III.

On cherche la hauteur de la plus petite marée, qui ſuit le premier quartier de la lune du 23 Juin 1712.

On trouvera que le 25 Juin à $8^h\ 18'$ du ſoir, la déclinaiſon ſeptentrionale de la lune étoit de $6^d\ 30'$, & ſa diſtance à la terre de 987. Prenez dans la ſeconde table vis-à-vis de 99, & de $6^d\ 56'$, la hauteur de la plus petite marée qu'on trouvera de 13 pieds 8 pouces 0′, à 4 lignes près de celle qui a été obſervée.

EXEMPLE IV.

On cherche la hauteur de la plus petite marée, qui ſuit le premier quartier de la lune du 5 Septembre 1712.

On trouvera pour ce temps la diſtance de la lune à la terre de 1061, & ſa déclinaiſon ſeptentrionale de $26^d\ 28'$. Prenez dans la ſeconde table vis-à-vis de 106, & de $26^d\ 22'$, la hauteur de la plus petite marée, qu'on trouvera de $10^d\ 9'\ 0''$ plus grande ſeulement de 6 pouces que celle qu'on a obſervée.

On pourra dreſſer des regles ſemblables pour trouver la hauteur des marées dans les

autres ports de l'Océan, pourvu qu'on ait diverſes obſervations de la pleine mer, faites en différentes ſituations de la lune, & principalement lorſqu'elle eſt près de ſon apogée & de ſon périgée ; qu'elle parcourt l'équinoxial, ou qu'elle eſt vers ſa plus grande déclinaiſon.

la Terre.

01	102		103		104		105		106	
	s Nouvelles & Pleines Lunes.									
3	18	0	17	9	17	6	17	3	17	0
2	17	11	17	8	17	5	17	2	16	11
1	17	10	17	7	17	4	17	1	16	10
0	17	9	17	6	17	3	17	0	16	9
11	17	8	17	5	17	2	16	11	16	8
10	17	7	17	4	17	1	16	10	16	7
9	17	6	17	3	17	0	16	9	16	6
8	17	5	17	2	16	11	16	8	16	5
7	17	4	17	1	16	10	16	7	16	4
6	17	3	17	0	16	9	16	6	16	3
5	17	2	16	11	16	8	16	5	16	2
4	17	1	16	10	16	7	16	4	16	1
3	17	0	16	9	16	6	16	3	16	0
2	16	11	16	8	16	5	16	2	15	11
1	16	10	16	7	16	4	16	1	15	10
0	16	9	16	6	16	3	16	0	15	9
11	16	8	16	5	16	2	15	11	15	8
10	16	7	16	4	16	1	15	10	15	7
9	16	6	16	3	16	0	15	9	15	6

	105		106	

Quadratures.

5	12	3	12	0
5	12	2	11	11
4	12	1	11	10
3	12	0	11	9
2	11	11	11	8
1	11	10	11	7
0	11	9	11	6
1	11	8	11	5
0	11	7	11	4
9	11	6	11	3
3	11	5	11	2
7	11	4	11	1
5	11	3	11	0
5	11	2	10	11
4	11	1	10	10
3	11	0	10	9
2	10	11	10	8
1	10	10	10	7
0	10	9	10	6

EXAMEN

EXAMEN

De la maniere dont le fer opere sur les liqueurs de notre corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement dans la Pratique de la Médecine.

Par M. LEMERY le Fils.

(1) IL n'y a guère de partie de la Physique plus capable que la Chimie, d'amuser la curiosité par des phénomenes nouveaux. Pour peu qu'on travaille dans cette science avec une certaine sagacité, & si j'ose m'exprimer ainsi, avec un esprit de découverte, on se trouve arrêté presqu'à chaque pas par l'agrément de la nouveauté; mais cet agrément ne doit pas faire le but principal de notre étude. C'est l'utilité médicinale qui doit nous occuper particuliérement, & quand on rapporte tout à ce point de vue, il y a peu d'expériences chimiques dont on ne puisse tirer des conséquences & des lumieres, par rapport à la théorie ou à la pratique de la Médecine.

Suivant donc ce dessein, j'ai tâché de faire usage de plusieurs expériences que j'avois faites sur le fer, & dont je me servirai dans ce Mémoire; 1°. Pour donner une idée sensible de la maniere dont il opere sur nos liqueurs; 2°. Pour prouver manifestement l'abus de certaines

(1) 4 Février 1713.

préparations, dans lesquelles il semble qu'on ait pris à tâche de détruire la vertu de ce métal, & enfin pour faire sentir à l'Artiste ce qu'il doit scrupuleusement observer dans les différentes préparations du fer; j'en proposerai à cette occasion quelques-unes que j'ai faites selon la même méthode, & qui m'ont parfaitement réussi dans la pratique.

Il n'y a presque point de liqueur dans la nature qui, par elle-même, & sans le secours du feu, ne soit capable d'entamer le fer, & de s'en charger, comme je le prouverai une autre fois, en donnant quelques remarques assez curieuses sur les dissolutions de ce métal; c'est-là ce qui contribue d'abord à son action si efficace & si spécifique, dans ce qu'on appelle communément les *pâles couleurs*, & dans plusieurs autres maladies: & en effet si le fer eût été absolument indissoluble, ou qu'il n'eût été dissoluble que par certains esprits corrosifs; les sucs de l'estomac n'y auroient jamais ou presque jamais eu d'action; car rarement se trouve-t-il dans cette partie, des acides assez développés & d'un certain caractere propre à produire l'effet dont il s'agit. Les sucs digestifs ne recevant donc point d'impression de la part de ce métal qui leur seroit inaccessible, ils n'en pourroient point être altérés, & ils ne lui serviroient point de véhicule pour le porter dans le sang; il seroit donc par-là absolument inutile à cette derniere liqueur, quelque propriété qu'il pût avoir, & restant dans les premieres voies comme il y seroit entré, il ne seroit capable que d'y causer un poids & un embarras, comme il

le produit en effet, quand il a passé par certaines opérations mal entendues, dont il sera parlé dans la suite.

La nature & la grandeur des pores du fer étant donc telles, qu'ils peuvent aisément admettre & retenir non-seulement des acides dévelopés, mais encore toute sorte de sels grossiers; il suit évidemment de cette observation, que le fer peut être donné comme un excellent absorbant, & qu'il agit effectivement d'abord de cette maniere, c'est-à-dire, en se chargeant des parties salines qui se trouvent dans l'estomac, & en adoucissant toutes les liqueurs qui s'y sont unies; je m'en suis servi avec succès dans cette vûe, pour amortir des aigres scorbutiques placés dans l'estomac, qui fatiguoient horriblement le malade, & qui n'avoient pu céder à tous nos absorbans terreux, & à plusieurs autres remedes.

Mais ce n'est pas-là la seule maniere dont le fer opere chez nous; il n'y a pour s'en convaincre, qu'à examiner la nature particuliere de ce métal, & les différentes parties dont l est composé.

J'ai fait voir dans un Mémoire donné en 1706, qu'il étoit aisé de découvrir dans le er eux sortes de parties, savoir une substance sulphureuse très-active & très-pénétrante, qui, en s'exhalant de la partie fixe du fer, l onne des indices incontestables de sa nature inflammable; & ce qui acheve la démonstration de cette matiere existante dans le fer, c'est que M. *Homberg*, avec sa sagacité ordinaire, a trouvé le secret de la séparer sans la perdre, & de la rendre palpable en cet état.

bre de ſels dans nos liqueurs, & il s'y diſſout réellement; par conſéquent il y doit répandre d'autant plus facilement & abondamment ſa matiere bitumineuſe, que cette matiere en ſe gonflant par la chaleur, a déja commencé à ſe détacher des parois des pores auxquels elle étoit colée, & qu'en y laiſſant un vuide moins conſidérable à cauſe de ſon gonflement, les ſels qui font effort pour s'y inſinuer, rencontrent en leur chemin plus de matiere qui leur fait obſtacle; ils doivent donc alors pour ſe placer, en chaſſer une plus grande quantité, que ſi la matiere eût demeuré dans ſa condenſation naturelle, & qu'elle eût laiſſé par-là un paſſage plus libre à ces ſels.

Mais, me dira-t-on, le fer ſaoulé d'acides, comme il l'eſt dans le vitriol, & dans les eaux minérales ferrugineuſes, qui ne ſont qu'un vitriol diſſous; ce fer, dis-je, ne peut plus admettre dans ſes pores de nouveaux ſels; comment donc étant pris intérieurement, communiquera-t-il à nos liqueurs une portion de ſa matiere ſulphureuſe? Enfin comment le vitriol & le fer en ſubſtance, peuvent-ils produire les mêmes effets dans certaines maladies?

Je réponds que les pores du fer étant fort grands, & remplis de beaucoup de matiere bitumineuſe; les acides qui ont ſervi à réduire ce métal en vitriol, n'en ont pas chaſſé, en s'y inſérant, tout le bitume qu'ils y ont trouvé; ils n'en ont fait ſortir que la quantité qui n'auroit pu y être contenue avec le volume des acides, & ils ſe ſont tellement

lement unis au reſte de la matiere ſulphureuſe qui n'a point été déplacée, que quand on les dégage enſuite de leurs gaînes ferrugineuſes, ils entraînent toujours avec eux cette matiere, comme je l'ai prouvé clairement dans les Mémoires de 1706, par des expériences ſenſibles.

Cela étant, quoique le fer ſoit chargé d'acides & réduit en vitriol, il ſe trouve encore en état de fournir à nos liqueurs une portion de ſa matiere bitumineuſe; elles n'ont pour lui enlever & s'approprier cette matiere, qu'à déraciner les acides qui y tiennent, & l'expérience nous prouve clairement qu'elles ſont capables de cet effet. Car j'ai fait voir en parlant de la formation des encres faites avec le vitriol, que les corps abſorbans & ſulphureux comme la noix de galle, dépouilloient le vitriol de ſes acides, & que la couleur noire ne réſultoit de ce mélange que par la révivification ſubite du fer qui fait la baſe de ce minéral. Or, il eſt certain que toutes nos liqueurs ſont pleines de matieres alkalines & ſulphureuſes; auſſi quand on a pris intérieurement du vitriol, les ſelles deviennent-elles ſouvent toutes noires, parce que ce minéral a trouvé dès les premieres voies, une eſpece de noix de galle propre à lui dérober ſes acides.

Mais ce qui mérite quelqu'attention, c'eſt que la même liqueur, par exemple la décoction de noix de galle, qui agit en qualité d'abſorbant ſur le fer revêtu d'acides, agit comme diſſolvant ſur la limaille de fer ou d'acier, & ainſi on ne doit point être étonné, ſi les mêmes liqueurs de notre corps qui

ſont propres à priver le vitriol de ſes acides, peuvent auſſi diſſoudre & diſſolvent effectivement le fer pur & ſans mêlange; car comme il a en cet état des pores ouverts à toute ſorte de ſels, & qu'il peut être touché immédiatement par les ſucs qu'il rencontre dans nos corps, on conçoit aiſément qu'il n'y peut alors réſiſter; mais quand il eſt hériſſé partout d'acides, ce n'eſt plus lui, ce ſont ces acides qui s'offrent aux parties de nos liqueurs, & ce ſont auſſi ſur eux qu'elles portent leur action.

Enfin comme l'action de la noix de galle ſur les acides du vitriol, n'empêche pas la partie ferrugineuſe de ce minéral de recevoir encore de nouveaux acides en place de ceux qu'elle a perdus, & de reprendre par-là ſa premiere forme vitriolique; de même auſſi peut-on conjecturer avec aſſez de vraiſemblance que quand les parties abſorbantes de nos liqueurs ont enlevé les acides du vitriol, il devient alors en état d'abſorber les nouveaux ſels qui ſe préſentent à ſon paſſage, & par-là il communique pluſieurs fois à nos liqueurs ſa matiere ſulphureuſe; ſavoir, par les acides qu'il y perd, & par les ſels qu'il y recouvre.

A l'égard des eaux minérales vitrioliques, elles n'agiſſent pas ſeulement par le ſoufre contenu dans leur vitriol, & qui s'en ſépare de la maniere que nous venons de l'expliquer, elles agiſſent encore par un ſoufre tout développé qui nage immédiatement dans l'eau, & qui s'évapore promptement à cauſe de ſa grande volatilité qui n'eſt arrêtée par rien d'aſſez puiſſant pour le retenir long-temps dans

le liquide dont il eſt environné. Cette matiere ſulphureuſe telle qu'on la ſuppoſe, peut venir de pluſieurs cauſes, & entr'autres de ce que dans les mines de fer où ſe forme le vitriol, & par où les eaux minérales ont paſſé, il regne toujours une vapeur ſulphureuſe que les acides vitrioliques qui s'engagent dans les pores du fer, en font élever; de même qu'il arrive dans la formation du vitriol artificiel, qui ne differe en rien du naturel. Cette vapeur peut encore être augmentée par quelque chaleur ſouterreine, comme nous l'augmentons auſſi quand on fait l'opération du vitriol ſur un petit feu; car alors la vapeur ſulphureuſe qui s'exhale du fer eſt aſſez abondante pour pouvoir s'enflammer, ce qui produit un phénomene chimique très-curieux qui a été découvert & publié par mon pere en 1701.

Il n'eſt donc pas étonnant que les eaux qui traverſent les mines vitrioliques, & qui y deviennent minérales par le vitriol qu'elles y diſſolvent, entraînent encore avec elles la vapeur ſulphureuſe dont il s'agit; c'eſt par rapport à cette vapeur qui ſe dégage bientôt de l'eau quand elle a été expoſée quelque temps à l'air, que les eaux minérales qui ſortent nouvellement de leur fontaine, ont plus de goût, d'odeur & de vertu, que quand elles ont été gardées; c'eſt encore par le moyen de ce ſoufre tout développé & fort actif, qu'elles portent à la tête, & qu'elles produiſent même quelquefois une eſpece d'yvreſſe, ce qu'elles ne font point ou très-peu quand ce ſoufre a eu le temps de s'échapper. C'eſt par la même circonſtance que certains eſſais

chimiques font découvrir dans les mêmes eaux, des différences ſenſibles, ſuivant qu'elles ſont un peu plus ou un peu moins nouvelles. Enfin, c'eſt par la même raiſon que quand on a fait fondre dans une pinte d'eau, autant de vitriol qu'on a retiré de matiere vitriolique d'une pinte d'eau minérale, comme celle de *Paſſi*; ſi l'on compare enſuite l'eau minérale récemment tirée de ſa fontaine, avec la ſolution de vitriol, on y découvre une différence ſenſible par le goût & par les effets; & cela parce que les eſprits ſulphureux qui ſe trouvent naturellement dans l'eau minérale, n'ont point été inſérés dans la ſolution; mais cette différence s'évanouit bientôt par le dégagement & la fuite de ces eſprits; car alors il ne reſte plus à l'eau minérale qu'une matiere vitriolique ſemblable en nature au vitriol de la ſolution, & dont on retire de même par le feu, un eſprit acide, & des parties ferrugineuſes.

Pour revenir préſentement à la maniere dont le fer opere ſur nos liqueurs, on a vû par ce qui a été dit, que la partie ſulphureuſe & volatile qui s'en détache, a une grande part à cette action; & on le reconnoîtra de plus en plus, ſi l'on conſidere que quand on a fait prendre de la limaille d'acier dans certaines maladies, quelque temps après le poux s'éleve & devient plus fort, la chaleur augmente & ſe répand par-tout; le viſage qui étoit pâle & ſouvent plombé, & verdâtre, reprend ſa couleur naturelle, & qu'il ſurvient quelquefois des hémorragies conſidérables; enfin tous les changemens qui arri-

vent pour lors, paroiſſent autant de marques d'une matiere ſpiritueuſe qui s'eſt inſinuée dans les pores du ſang, qui le rarefie & qui l'anime ; c'eſt auſſi par-là que le fer réuſſit ſi bien dans les pâles couleurs, où il s'agit de rectifier un ſang preſqu'inanimé, qui par la lenteur & la groſſiereté de ſes parties, ſurchage les ſolides, & réſiſte puiſſamment à l'effort qu'ils font pour le faire circuler, d'où naiſſent les palpitations de cœur, les étouffemens, l'abattement & la langueur univerſelle, & pluſieurs autres ſymptomes qui accompagnent cette maladie.

Mais, me dira-t-on, comment une vapeur ſulphureuſe peut-elle faire évanouir tous ces accidens ? C'eſt ce que je vais faire voir en peu de mots.

La vapeur ſulphureuſe qui s'échappe des pores du fer, & qui ſe va rendre dans ceux de la maſſe du ſang, doit être regardée comme une eſpece de levain ſpiritueux qui réveille la fermentation de cette liqueur, & qui donne lieu par-là au développement de ſes principes ſpiritueux, & à la précipitation des parties groſſieres qui faiſoient ſa lenteur & ſa tenacité ; car le ſang n'acquiert la conſiſtance qui lui convient, qu'autant qu'il a été ſuffiſamment dépuré ; & cette dépuration ne ſe fait qu'autant que la fermentation du ſang eſt portée juſqu'à un certain point ; de même que le vin ne devient ſpiritueux, & ne ſe dépouille de ſes parties tartareuſes que par un certain degré de fermentation, qu'on eſt quelquefois obligé d'exciter & de renouveller après coup par des matieres ſulphureuſes & fermentatives qui font alors ſur le vin, ce que la partie ſulphureuſe

du fer fait sur le sang dans la maladie dont il s'agit.

Mais ce qui contribue encore beaucoup à achever la dépuration du sang dans cette maladie, c'est la partie fixe du fer, qui s'étant unie aux parties grossieres de la liqueur, les entraîne par son propre poids, & les en sépare; de même qu'il arrive quand on éclaircit du vin qui est demeuré trouble à cause d'un reste de parties tartareuses qui y tiennent encore; car alors on se sert de la colle de poisson, ou du blanc-d'œuf, ou de plusieurs matieres terreuses & absorbantes qui agissent toutes en arrachant à la liqueur ce qui troubloit sa limpidité.

Il suit de ce qui a été dit, que le fer opere dans nos corps de deux manieres; savoir, par sa seule partie sulphureuse ou par toute sa substance, c'est-à-dire, par sa partie fixe & par sa partie volatile unies ensemble, comme elles le sont dans l'état naturel; mais comme la partie fixe & métallique du fer est absolument indissoluble, & par conséquent incapable d'agir, quand elle est privée jusqu'à un certain point de la matiere sulphureuse; & qu'au contraire la substance sulphureuse peut bien agir sans le secours de l'autre; il est clair que c'est particuliérement dans la substance sulphureuse du fer que consiste sa vertu médicinale; par conséquent dans les différentes préparations du fer, il faut se faire une loi de conserver autant qu'il est possible, cette substance sulphureuse, & il y faut apporter une attention d'autant plus grande qu'elle s'échappe facilement, & qu'à mesure qu'elle quitte le fer, les propriétés médicinales de ce métal diminuent.

Que devons-nous donc penſer de ces préparations de fer appellées communément *Crocus de Mars*, où l'on ne fait autre choſe que d'enlever au métal la plus grande partie de ſes ſoufres par une calcination qu'on continue juſqu'à ce qu'il ait été réduit en une poudre rouge? Cependant ces préparations qui, à proprement parler, ne ſont qu'une tête morte du fer, ſe trouvent vantées extraordinairement par un grand nombre d'Auteurs, & elles tiennent leur place dans les boutiques des Apotiquaires & dans la pratique de la Médecine; parce que, dit-on, c'eſt un fer bien plus ouvert, & plus propre à recevoir l'impreſſion de nos liqueurs, que ne l'eſt le fer ordinaire. Mais pour être convaincu de la fauſſeté du principe ſur lequel on raiſonne, il n'y a qu'à conſidérer que le fer qui, dans ſon état naturel, eſt facilement diſſoluble par les liqueurs les plus foibles, devient preſque tout à fait inacceſſible aux eſprits acides les plus forts, quand il a paſſé par ces ſortes d'opérations. Comment donc alors ſe diſſoudra-t-il dans l'eſtomac? comment ſe diſtribuera-t-il delà dans d'autres parties? & portera-t-il ſon action ſur le ſang? & ne paroît-il pas au contraire bien plus propre en cet état à s'arrêter dans les premieres voies, & à y produire des peſanteurs & des embarras? C'eſt auſſi ce que l'expérience nous fait parfaitement connoître: & ſans la prévention ridicule qu'on a pour ces ſortes de préparations, le peu de ſuccès qu'on en retire, & les mauvais effets qui en réſultent, leur auroient déja donné une entiere excluſion, & leur auroient fait ſubſtituer

la ſimple limaille d'acier ; mais cette prévention va ſi loin, qu'on ne fait pas difficulté d'aſſurer que ſi les crocus ont des inconvéniens, il faut s'en prendre à la nature particuliere du fer, qui ſans préparation en auroit encore bien davantage ; & par-là on rend en quelque ſorte le fer reſponſable des mauvais effets qu'il ne produit, que parce qu'on ne le reçoit pas immédiatement des mains de la nature, & qu'il paſſe auparavant par celles de la Chimie.

Il ſeroit à ſouhaiter que ce fût-là le ſeul remede ſur lequel la Chimie s'exerce mal à propos ; on ne détruiroit pas, comme l'on fait, la vertu naturelle de pluſieurs drogues qui ne demandent, pour agir avec efficacité, que d'être placées à propos. Mais pour ce qui regarde le fer qui fait à préſent notre objet, quoique mon autorité ne ſoit pas déciſive dans la pratique de la Médecine, je ne laiſſerai pas de remarquer, que la ſimple limaille d'acier m'a toujours paru agir en bien moins de temps, & avec infiniment moins d'inconvéniens que tous les crocus imaginables ; ce qui s'accorde parfaitement avec nos obſervations chimiques ; car comme elle eſt infiniment plus diſſoluble que ces crocus, elle doit bien moins ſéjourner dans l'eſtomac, & paſſer bien plus promptement dans le ſang ; par conſéquent les premieres voies doivent être d'autant moins fatiguées par ſon poids, que le ſang en reçoit plutôt l'altération ſalutaire dont il a beſoin pour ſe rétablir. Dans le *Languedoc* où les pâles couleurs ſont fort communes, les malades n'ont

recours qu'à la limaille d'acier dans laquelle elles trouvent une guérison aussi sûre qu'elle est prompte ; enfin *Sydenham*, illustre Médecin *Anglois* & grand praticien, confirme parfaitement dans une dissertation épistolaire, la préférence que je donne à la limaille de fer ou d'acier sur tous les crocus ; car il assure n'avoir jamais observé, ni même entendu dire, que le fer pris en substance ait eu des suites fâcheuses ; & il ajoute qu'une longue suite d'observations l'ont convaincu, que le fer en cet état agissoit bien plus vite & plus heureusement, que de quelqu'autre maniere qu'il eût été préparé.

Le fer rouillé, soit à la rosée, soit à la pluie, soit d'une autre maniere, est encore une espece de crocus, à qui les Auteurs donnent de grands éloges ; à la vérité comme on n'a point employé le feu pour la préparation de ces sortes crocus, ils ont fait une moindre perte de leurs parties sulphureuses : mais quoi qu'il en soit, j'ai remarqué par un grand nombre d'expériences qui appartiennent à un autre Mémoire, que plusieurs liqueurs qui dissolvent très-promptement le fer, ne font rien de sensible sur la rouille, & que celles qui operent sur la rouille, le font bien plus vite & plus parfaitement sur le fer ; ainsi la limaille de fer est encore préférable à la rouille pour l'usage médicinal, & les malades ne s'en trouveront que mieux quand on se voudra bien dispenser du travail de cette préparation.

Une des meilleures préparations de fer, à mon avis, c'est sa teinture ; j'ai fait voir,

en parlant des encres vitrioliques, que cette teinture ne consistoit qu'en une poudre de fer très-subtilisée, & suspendue dans un liquide par le moyen des parties gluantes qui s'y trouvent naturellement; & comme cette poudre, malgré sa division & sa suspension, ne perd point sa couleur naturelle, & qu'elle admet encore très-facilement les acides qu'on lui présente, on peut regarder la teinture dont il s'agit, comme une espece de fer liquide qui dans l'état où il est, sauve aux sucs de l'estomac la peine de l'y réduire; en un mot, le fer dans cette préparation conserve toutes ses bonnes qualités, & n'en devient que plus propre à passer promptement dans le sang. Mais il faut pour cela que cette teinture ait été faite autrement que celle dont on se sert ordinairement dans la pratique, & pour laquelle on employe le tartre cru bouilli avec la limaille de fer ou d'acier pendant douze ou quinze heures; car il n'est pas possible qu'on n'énerve le fer, & qu'on ne lui enleve beaucoup de sa vertu pendant cette longue ébullition qui occasionne toujours une dissipation de ses parties volatiles, assez disposées déja par elles-mêmes à s'envoler.

D'ailleurs comme on a soin de réduire ensuite la liqueur par l'évaporation en consistance de syrop, on la rend par-là si visqueuse & si colante, qu'en s'attachant à l'estomac elle le fatigue plus par son poids que ne pourroit faire la limaille de fer ou d'acier prise en substance. Je ne vois donc pas pourquoi on se donne tant d'embarras & de peine à préparer une liqueur qui ne demande ni

feu, ni presqu'aucun apprêt, & qu'on peut faire en assez peu de temps & à froid avec un grand nombre de sucs végétaux, & de décoctions de drogues séches qui, joignant leurs propriétés particulieres à celles du fer, font souvent un composé très-salutaire dans certains cas. Par exemple, la vertu du quinquina, jointe à celle du fer, m'a quelquefois parfaitement réussi, & chaque Médecin peut, suivant ses indications, imaginer de semblables composés qui seront bientôt exécutés de la même maniere : enfin, j'ai toujours observé que les teintures étoient d'autant plus efficaces, & sujettes à d'autant moins d'inconvéniens, qu'elles étoient faites avec plus de simplicité, & sans le secours du feu.

Le temps ne me permet pas présentement de faire un détail de toutes les matieres avec lesquelles j'ai tiré plus ou moins facilement la teinture du fer. Je dirai seulement que j'ai fait en peu de temps des teintures très-fortes & très-excellentes avec les sucs de verjus, de citron, d'oranges douces & ameres, avec les décoctions d'écorce de grenade, de balaustes, de sumach, de noix de galle, de rhubarbe, de mirabolans & de plusieurs autres matieres de même nature. Le sel végétal fondu dans l'eau & laissé quelque temps sur la limaille de fer ou d'acier, en tire encore une teinture assez forte qui ne cede point en vertu à toutes celles dont on vient de parler.

Pour ce qui regarde présentement le fer réduit en sel, ou en vitriol par le secours d'acides propres à cet effet, on a vu par ce

qui a été dit, de quelle maniere il opéroit sur nos liqueurs; je remarquerai encore que de toutes les préparations de fer, il n'y en a point de plus propre à pénétrer promptement dans les recoins de quelque viscere particulier où il s'est formé un embarras, la raison en est évidente; ce n'est plus alors sous la forme d'un métal grossier & pesant qu'il se présente à nos liqueurs, c'est au contraire comme un sel très-actif & très-dissoluble dans lequel la matiere ferrugineuse se trouve infiniment divisée par le grand nombre d'acides qui l'accompagnent : delà vient que le fer réduit en vitriol n'a besoin que d'un liquide aqueux pour passer en peu de temps de l'estomac dans le sang, & des gros vaisseaux dans les plus petits, où la grande subtilité de ses parties lui fait alors trouver un passage bien plus ouvert que quand il n'a eu pour dissolvant que des sels grossiers, tels que ceux qui le réduisent en teinture, ou qui dissolvent dans l'estomac la pure limaille de fer ou d'acier.

Mais si nous sommes redevables de certains effets du vitriol au grand nombre d'acides qui sont entrés dans sa composition, ces mêmes acides le rendent aussi si caustique & si picotant, qu'il ne peut être pris à chaque fois qu'en très-petite dose, & encore doit-on l'empâter, ou le noyer dans beaucoup d'eau, si l'on veut ménager l'estomac qui en ressent toujours quelque picotement. Or, en supposant que cette petite dose soit par exemple de quatre grains, on n'avale guère alors qu'un grain de fer, le reste consistant en acides, & en phlegme. Il seroit donc à

souhaiter qu'on pût détruire la causticité du vitriol, sans lui enlever les acides qui lui servent de véhicule, & qui contiennent sa partie ferrugineuse dans la division dont il a été parlé, car alors on pourroit donner sans crainte une dose bien plus grande de ce vitriol, & comme le fer en fait la partie principale, il en entreroit par ce moyen à chaque fois une plus grande quantité dans le sang, & il s'ensuivroit un effet plus considérable. Je crois avoir trouvé une préparation vitriolique qui a tous ces avantages, & dans laquelle la matiere ferrugineuse a encore plus d'action qu'elle n'en a dans le vitriol ordinaire.

J'ai donné dans les Mémoires de 1706 & 1707, une végétation chimique de fer, où je n'envisageai d'abord d'autre avantage que celui d'exciter la curiosité; mais en réfléchissant depuis sur la composition de la matiere qui avoit végété, & sur la méchanique de la végétation, qui suppose nécessairement une raréfaction & un développement considérable dans la partie sulphureuse du fer, comme je l'ai suffisamment prouvé dans son lieu; je jugeai d'abord qu'un soufre aussi développé, n'en pouvoit être que beaucoup plus propre à se séparer abondamment du métal, & à se mêler intimement aux sucs de notre corps. D'ailleurs le fer dans cette opération se trouve parfaitement divisé par les acides de l'esprit de nitre, qui venant ensuite à s'unir encore au sel de tartre qu'on leur présente, forment par-là un véritable salpêtre qui ne differe du commun que par les parties ferrugineuses, dont il est chargé, & dont les soufres exaltés donnent

elle se trouva à peine de la sixiéme grandeur vers la fin de 1661. Ensuite elle disparut entiérement suivant les observations de *Hevelius*, & après avoir été invisible presque durant quatre ans, elle recommença de paroître vers la fin de 1665, comme une des plus petites étoiles. Elle a paru augmenter dans la suite, comme le remarque *Hevelius*; mais elle n'a jamais été plus grande que les étoiles de la cinquiéme ou sixiéme grandeur, ainsi que nous l'avons observée souvent depuis plusieurs années, & comme elle paroît encore présentement.

La seconde étoile de la même constellation qui a été sujette à divers changemens, est celle qui est au-dessous du bec du cygne; elle fut apperçue comme une étoile de la troisiéme grandeur, par le Pere Don *Anthelme*, Chartreux de *Dijon*, à la fin de Juin de l'année 1670, lorsqu'il cherchoit celle de la poitrine. Elle fut observée ensuite par M. *Cassini* & par M. *Picard*, qui s'apperçurent en peu de temps qu'elle diminuoit, & que le 11 de Juillet elle étoit à peine de la quatriéme grandeur. Un mois après elle n'étoit plus que de la cinquiéme, & au milieu d'Octobre elle étoit entiérement disparue. Après avoir été invisible pendant six mois, le P. Don *Anthelme* la vit de nouveau le 17 de Mars 1671, comme les étoiles de la quatriéme grandeur. M. *Cassini* la vit augmenter jusqu'à surpasser les étoiles de la troisiéme grandeur: après avoir un peu diminué, elle retourna à la grandeur qu'elle avoit eue auparavant; de sorte que dans un mois de temps elle parut deux fois égale aux étoiles de la troisiéme grandeur; la pre-

miere fois au commencement d'Avril, & la ſeconde au commencement de Mai; enſuite elle diminua toujours juſqu'à la fin de Juillet de la même année qu'elle fut entiérement inviſible. Depuis ce temps l'on n'a point apperçu aucun veſtige de cette étoile, quoiqu'elle ait été cherchée pluſieurs fois par divers Aſtronomes, & que nous y ayons fait attention depuis pluſieurs années.

Outre ces deux étoiles, dont les apparences ont été fort irrégulieres, il y en a une troiſiéme dans le col du cygne qui augmente & diminue tous les ans de grandeur apparente avec des périodes à peu près réglées, qui eſt viſible pendant quelques mois, & diſparoît le reſte de l'année. Il n'eſt point fait mention de cette étoile par les anciens Aſtronomes, & *Bayer*, qui eſt le premier qui l'ait marquée de la cinquiéme grandeur dans ſes cartes céleſtes qui furent publiées l'an 1603, la conſidéra comme une de ces étoiles ordinaires qui avoient été omiſes en divers endroits du ciel.

M. *Hevelius*, qui fit une deſcription exacte des étoiles de la conſtellation du cygne l'an 1670, à l'occaſion de la nouvelle qui parut en ce temps-là, ne marqua point cette étoile, n'étant peut-être pas viſible dans le temps qu'il fit la deſcription de ces étoiles. Au mois de Juillet de l'année 1686, lorſque M. *Kirchius* comparoît les étoiles de la conſtellation du cygne avec les cartes de *Bayer* pour chercher l'étoile qui avoit paru deux fois proche du bec, il s'apperçut que celle qui eſt marquée par *Bayer* dans le col, n'étoit pas viſible dans le ciel, ce qui le rendit attentif pour

voir ce qui en arriveroit ; l'ayant donc cherchée de nouveau au mois d'Octobre de la même année, il la vit comme les étoiles de la cinquiéme grandeur. Il en continua les observations tant à la vue simple qu'avec la lunette, & par la suite de ses observations il a découvert qu'elle augmente & diminue de grandeur apparente, qu'elle est visible pendant quelques mois, & entiérement invisible le reste de l'année, & que la période de toutes ces variations se fait en treize mois.

Nous sommes attentifs depuis 20 ans à observer les changemens qui arrivent à cette étoile, & ayant comparé nos dernieres observations avec les plus anciennes de M. *Kirchius*, pour avoir par un plus grand intervalle de temps la période de ses révolutions avec plus d'exactitude, nous l'avons trouvée de 405 jours, à un demi-jour près de celle qui a été déterminée par M. *Kirchius*, ce qui est une différence qui ne se peut connoître que par une longue suite d'observations. Ayant donc supposé cette révolution de 405 jours, & l'ayant comparée à l'année commune de 365 jours, on aura pour différence 40 jours, dont les phases d'une année retardent à l'égard de celles de l'année précédente ; & parce qu'après 9 révolutions, ce retardement fait presque une année entiere, il en résulte qu'en dix années les mêmes phases de l'étoile retourneront dans les mêmes mois, après que l'étoile aura fait neuf de ces révolutions avec une anticipation de six jours, ou quelquefois sept, suivant le nombre des années bissextiles comprises en neuf années.

Cette anticipation de 7 jours en 10 années, dans l'intervalle de 60 ans, est presque égale au retardement qui arrive d'une année à l'autre aux phases de l'étoile ; ainsi, après 61 ans, qui comprennent 55 révolutions, la même phase arrivera à fort peu près dans les mêmes jours du mois où elle arrivoit du commencement. On aura donc deux périodes, une de 10 années qui servira à trouver dans les petits intervalles le temps de l'année que l'étoile doit être visible après une époque donnée ; l'autre période sera de 61 années, qui servira à trouver les mêmes apparences dans de grands intervalles.

Il n'est pas aisé d'avoir une époque exacte, parce qu'on ne peut pas déterminer avec précision le temps que l'étoile commence de paroître ; car elle n'arrive pas tout d'un coup à un degré de lumiere sensible ; mais elle augmente peu à peu, & elle est visible avec la lunette long-temps avant qu'on la puisse appercevoir à la vue. Par la même raison, il est difficile de déterminer le temps qu'elle cesse de paroître à cause qu'elle se perd insensiblement, auparavant à la vue simple, ensuite à la lunette.

On ne peut pas non plus déterminer avec exactitude le temps qu'elle arrive à sa plus grande clarté, parce qu'elle reste quelque temps dans ce degré de lumiere, sans changer sensiblement, mais on détermine le temps de cette phase, si l'on compare ses divers degrés de lumiere avec les étoiles voisines, tant en augmentant qu'en diminuant, & qu'on prenne le milieu entre les phases égales.

On peut prendre pour époque de cette plus grande phaſe les obſervations que nous fîmes l'an 1695, qui la donnent le premier jour de Septembre ; & pour ſeconde époque de la même phaſe, le 20 d'Avril de l'année 1712.

Par le moyen de ces époques & des périodes déterminées ci-deſſus, il ſera aiſé de trouver pour le paſſé & pour les années à venir le temps de cette même phaſe. On pourra auſſi être attentif un mois avant le temps de cette grande phaſe trouvé par les périodes pour avoir le commencement de ſon apparition, & un mois après la même grande phaſe, pour déterminer le temps qu'elle ceſſe de paroître ; ce qui ſervira à trouver ſes périodes avec plus de préciſion, & à connoître s'il y a quelque regle dans les variations que nous avons remarquées tant à l'égard de la durée, qu'à l'égard de ſa grandeur apparente ; car par les obſervations que nous avons faites juſqu'à préſent, elle ne met pas toujours un égal intervalle de temps depuis une apparition juſqu'à l'autre ; quelquefois cet intervalle eſt treize mois, & quelquefois il eſt quatorze mois. Dans une de ces révolutions, le plus ſouvent elle eſt viſible pendant deux mois, quelquefois elle ne l'a été qu'un mois, & depuis que nous l'obſervons, elle n'a été viſible plus long-temps que deux mois & demi, de ſorte que ſa plus grande durée n'a jamais été la cinquiéme partie de toute la révolution de l'étoile que nous ſuppoſons être de 13 mois & un tiers. Il y a des années qu'elle n'a preſque point paru dans le temps

même qu'elle devoit être dans sa plus grande lumiere, ce qui est arrivé aux années 1700 & 1701. M. *Kirchius* remarque qu'il a observé la même chose vers la fin de l'année 1688 & au commencement de 1689.

Cette étoile est aussi sujette à varier de grandeur apparente d'une année à l'autre; nous l'avons vue souvent dans son plus grand éclat, comme les étoiles de la quatriéme grandeur; quelquefois sa plus grande lumiere n'est pas arrivée à égaler les étoiles de la cinquiéme & même de la sixiéme grandeur.

Nonobstant toutes ces variations, cette étoile a ses révolutions assez régulieres, autant qu'on en peut juger par les observations de 26 ans que nous en ayons, car le temps de son apparition répond assez bien à celui qui est marqué par le période. Cette même régularité ne s'observe pas à l'égard des révolutions de l'étoile changeante de la baleine, & encore moins à l'égard des révolutions de l'étoile que nous avons découverte dans l'hydre; car il y a de grandes inégalités dans ses périodes.

Ce n'est pas seulement dans plusieurs étoiles fixes que l'on remarque ces vicissitudes d'apparitions & d'occulations, & ces changemens de grandeur apparente, on les observe aussi dans quelques satellites de Saturne & de Jupiter. L'on sait que par la découverte de M. *Cassini*, le cinquiéme satellite de Saturne se perd presque toujours de vue pendant la moitié de chacune de ces révolutions autour de Saturne qui est de 80 jours, lorsqu'après avoir passé sa conjonction supé-

rieure avec cet aſtre, il commence à s'approcher de la terre, & que par raiſon d'optique il devroit paroître plus grand. M. *Caſſini* a obſervé pluſieurs fois que les ſatellites de Jupiter augmentent & diminuent de grandeur apparente, & principalement le troiſiéme & le quatriéme; ce que nous avons auſſi remarqué plus d'une fois. On a même vu diſparoître pendant plus d'une heure ce dernier ſatellite, ſuivant une obſervation rare & curieuſe que fit M. *Bianchini* par un temps clair & ſerein le 12 Août de l'année 1711, & que nous avons communiquée à l'Académie. Toutes ces apparences ſe peuvent expliquer par la même hypothèſe qui a été propoſée par divers Aſtronomes, après le P. *Riccioli* qui l'a rapportée le premier dans le ſecond tome de ſon *Almageſte*.



OBSERVATIONS

Des différens degrés de chaleur que l'Esprit de Vin communique à l'Eau par son mélange.

Par M. GEOFFROY, le jeune.

(1) IL y a long-temps qu'on a observé qu'il se fait une effervescence & même une espece de fermentation, lorsqu'on mêle de l'esprit de vin avec de l'eau dans une certaine proportion. Car alors ce mêlange blanchit un peu : & en même-temps que cette blancheur se dissipe, il s'éleve une infinité de petites bulles d'air qui viennent crever à la superficie où elles forment une légere écume.

J'ai donc été bien aise d'observer avec quelque précision à quel point & selon quelle dose le mêlange de l'eau avec l'esprit de vin augmente sa chaleur. Pour cela le 16 Janvier, qui étoit le dernier jour de la forte gelée, je pris le thermometre de M. *Amontons*, que j'exposai à l'air. La liqueur s'en trouva à 7 heures du soir à 52 degrés $\frac{1}{12}$ en commençant de bas en haut ; je mis en même-temps dans une tasse, deux onces d'eau de riviere bien claire, & dans une autre autant d'esprit de vin rectifié. Je marquai avec un fil l'endroit où étoit la liqueur du thermometre, &

(1) 21 Janvier 1713.

l'ayant plongé dans l'eau jufqu'à ce qu'elle commença un peu à fe geler, je l'en retirai; & après l'avoir effuyé, je le plongeai fur le champ dans l'efprit de vin. Je connus par-là que ces deux liqueurs étoient au même degré de froid que l'air, puifque ni l'un ni l'autre ne firent point varier la liqueur du thermometre. Après cela je verfai fubitement l'efprit de vin dans l'eau, afin que les deux liqueurs fe mêlaffent mieux & j'y plongeai le thermometre, en forte que la boule étoit entiérement couverte, comme j'ai toujours coutume de faire dans ces fortes d'expériences. Tous les effets qui doivent fuivre de ce mêlange parurent, & de plus je vis remonter fenfiblement la liqueur du thermometre de $\frac{12}{12}$ qui font un pouce.

J'ai répété la même expérience le 19 Janvier, où le froid étoit bien diminué, le thermometre étoit à l'air à 52 $\frac{10}{12}$; plongé dans l'eau, il eft defcendu à 52 $\frac{7}{12}$; plongé dans l'efprit de vin, il s'eft tenu à la même hauteur; plongé dans le mêlange des deux liqueurs, il eft monté à 53 $\frac{7}{12}$ où il eft refté tant que l'effervefcence a duré.

Me voilà inftruit du point où ce mêlange porte la chaleur de l'efprit de vin, il me reftoit encore d'être fûr de la dofe. Ainfi immédiatement après je la variai. Je pris deux onces d'eau & quatre onces d'efprit de vin, & les ayant mêlés, j'y plongeai le thermometre; la chaleur me parut moins vive que dans les expériences précédentes, & en effet la liqueur du thermometre ne remonta que de $\frac{9}{12}$ ce qui fait un quart de diminution.

Je

Je mêlai ensuite deux onces d'esprit de vin avec quatre onces d'eau, le thermometre plongé dans ce mêlange remonta promptement de $\frac{11}{12}$ $\frac{1}{2}$.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

Par M. DE LA HIRE.

(1) SOIT le cercle *TNI* l'un des grands cercles de la terre dont le centre est *C*, & que la rencontre du plan (2) de ce cercle avec la superficie de l'atmosphere que je suppose sphérique, soit le cercle *ZPA* dont le centre est aussi en *C*. L'horison sensible d'un point *T* de la superficie de la terre soit *TL*, lequel sera perpendiculaire à la ligne verticale *ZTC* de ce même point *T*.

Nous connoissons par les observations, qu'un rayon de lumiere qui vient d'un astre, & qui fait avec l'horison *TL* par-dessous un angle de 32′ comme *PM*, après avoir traversé l'atmosphere, vient à l'œil en *T* où il paroît dans l'horison *TL*, & ce rayon doit décrire dans l'atmosphere une courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Académie, laquelle sera touchée au point *T* par l'horison *LT*. Car le rayon *MP* rencontrant obliquement la superficie de l'atmosphere en *P*, s'approche vers la perpendiculaire *CP* en s'avançant vers *T* & tournant sa conca-

(1) 25 Février 1713. (2) FIG. I.

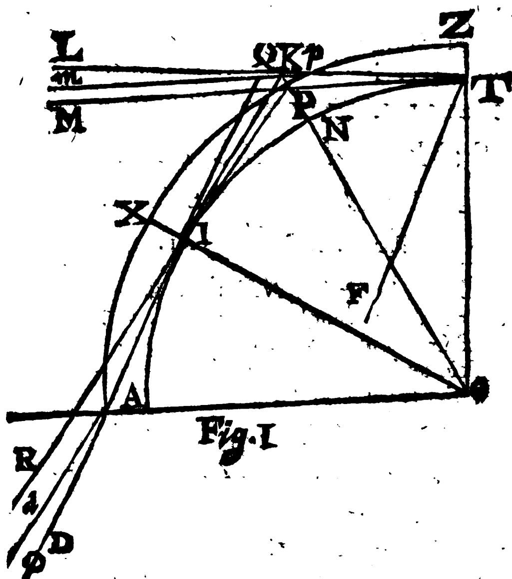


Fig. I

vité vers la terre, à cause que l'atmosphere est un corps qui augmente toujours de densité en s'approchant de la terre. Cet angle de 32′ est ce que nous appellons la réfraction horisontale.

Il s'ensuit delà que tous les points lumineux qui seroient sur la courbe *PT* au-dedans de l'atmosphere paroîtroient dans l'horison *TL*, & ceux qui seroient au-dessous ne paroîtroient pas du point *T*. Et si l'on vouloit considérer l'atmosphere d'une matiere par-tout homogene comme de l'eau, & comme plusieurs Astronomes

ont fait, il est évident qu'il s'ensuivroit toujours la même chose; car alors un rayon *mp* qui feroit avec *TL* un angle *mpL* de 32′ en rencontrant l'atmosphere en *p*, s'y détourneroit par la ligne droite horisontale *pT*; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons ici de la courbe *PT*.

Si par le point *P* on mene donc le rayon de la terre *CNPK* qui rencontre sa surface en *N* & l'horison *TL* & *K*, & qu'on prenne un arc *NI* égal à l'arc *NT*, il est évident que *IK* seroit perpendiculaire au demi-diametre de la terre *CI*, & que l'œil étant posé en *I* verroit tous les points lumineux qui seroient au-dedans de l'atmosphere & dans une courbe *IP* semblable à *TP*, dans la ligne *IK* qui seroit l'horisontale du point *I* comme *TK* l'est du point *T*.

Mais de plus si l'on imagine encore au-delà de *I* une autre courbe *IA* au-dedans de l'atmosphere & qui soit égale & semblable à *IP* ou à *TP*, il s'ensuit qu'un rayon de lumiere comme *DA* qui rencontreroit l'atmosphere en *A* & qui feroit avec *KI* prolongée un angle de 32′, traverseroit l'atmosphere par la courbe *AI* en touchant la circonférence du cercle de la terre *TNI* en *I* & poursuivroit son chemin par l'autre courbe *IP*, & sortiroit de l'atmosphere en *P*, en faisant avec *IK* un angle de 32′.

Voyons maintenant l'effet des rayons du soleil dans l'atmosphere.

Tous les Astronomes demeurent d'accord que lorsque le centre du soleil est au-dessous de l'horison de 18 degrés, on voit le commencement ou la fin du crépuscule, & ceux qui ont observé

le crépuscule dans un temps serein & froid, remarquent que sa lumiere est assez distincte vers l'horison pour en faire une détermination exacte; & par conséquent si l'on mene la ligne *TF* qui fasse avec *TL* un angle de 18 degrés, cette ligne *TF* tendra au centre du soleil sans avoir égard à la réfraction; & si *DA* étoit un rayon qui vînt du centre du soleil, & qu'il rencontrât sans réfraction *TL* en *Q*, l'angle *DQL* seroit de 18 degrés.

Mais le commencement du crépuscule qui peut paroître à l'œil placé en *T*, est produit par les premiers rayons qui viennent du bord du soleil, & qui peuvent rencontrer la superficie de l'atmosphere en *P* sur la courbe *TP*, & ces rayons feroient avec l'horison *TL* un angle comme *dQL* de 18′ moins le demi-diametre du soleil; car ceux qui feroient un angle plus grand que *dQL* ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'atmosphere dans la courbe *TP*, & ceux qui feroient l'angle moindre que *dQL*, comme lorsque le centre du soleil est plus près de l'horison que 18 degrés iroient rencontrer l'arc de l'atmosphere entre *Z* & *P*, & alors la lumiere du crépuscule seroit déja élevée sur l'horison. Quoique nous considérions ici les rayons du bord du soleil pour la formation du crépuscule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé son commencement lorsque le centre du soleil est encore à 18 degrés au-dessous de l'horison.

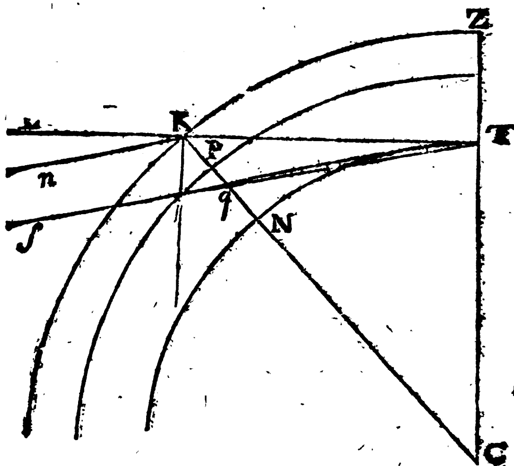
Mais si *dQ* est le premier rayon du soleil qui peut rencontrer l'atmosphere en *P* pour faire appercevoir à l'œil en *T* le commencement du crépuscule, il doit venir de son

limbe supérieur, lequel est éloigné de son centre dans les moyennes distances de 16′; c'est pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16′, & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32′ qui est la réfraction horisontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16′ & de 32′ pour avoir l'angle de 17° 12′ qui est celui que nous considérons seulement ici & dont nous avons besoin pour notre dessein.

Supposons donc pour éviter la confusion des lignes, que le rayon *dA* qui rencontre l'atmosphere en *A* où il entre, étant prolongé jusqu'à *TL* en *Q*, fait l'angle *dQL* de 18 degrés moins 16′, mais qu'en rencontrant l'atmosphere en *A*, il s'y détourne & va toucher la superficie de la terre en *I*, & qu'ensuite il poursuit son chemin par la ligne courbe *IP* semblable à *IA*, laquelle est aussi semblable à *TP*, & si par le point *I* on mene la touchante *RIK* à l'arc de la terre *TI*, laquelle rencontre *TL* en *K*, on aura l'angle *IKL* de 17° 12′ qui doit être égal à l'angle *TCI* ou *ACK*, & *CK* divisera cet angle en deux également, donc l'angle *TCK* ou *ICK* sera de 8 degrés 36′ qui est la moitié de 17° 12′, lorsque les premiers rayons du soleil rencontreront la superficie de l'atmosphere en *P* qui est le point où l'on commence à voir le crépuscule du point *T* posé sur la superficie de la terre.

Maintenant si l'on suppose que (1) l'arc de l'atmosphere passe en *K*, il faudroit que le rayon comme *nK* qui feroit avec *LK* un

(1) *Fig. II.*



angle de 32′, se rompît dans l'atmosphere par la ligne droite *KT* pour aller en *T*, ce qui ne peut pas être comme nous avons dit, à cause de l'inégale densité de l'atmosphere, donc nécessairement l'atmosphere passe au-dessous de *K* vers *N*.

Mais si par le point *T* on mene une ligne *Tqʃ* qui fasse avec *LT* l'angle *KTʃ* de 32′, je dis que l'atmosphere ne peut pas passer en *q*, car alors il faudroit que la courbure du rayon *ʃq* se fît au-dessus de *ʃqT* pour aller en *T* où elle doit toucher *KT*, à cause que cette courbure doit avoir sa concavité tournée vers la terre, & ce rayon rompu *qT* étant courbe, s'écarteroit du rayon direct *ʃq* en s'éloignant de la perpen-

dicULaire Cq menée à la superficie de l'atmosphere, au lieu qu'il doit s'en approcher; elle passera donc au-dessus de q vers K.

Voyons maintenant par le moyen des angles donnés & par la grandeur du rayon ou demi-diametre de la terre, lequel est connu, quelles sont les grandeurs des lignes NK & Nq.

Nous avons dans le triangle CTK rectangle en T, l'angle TCK de 8° 36′, donc son complément CTK sera de 81° 24′, & nous connoissons le demi-diametre de la terre CT de 3269297 toises, nous trouverons donc CK de 3306520 toises, desquelles ôtant CN ou CT, il restera NK de 37223 toises.

De même dans le triangle CTq nous avons l'angle TCq connu comme ci-dessus 8° 36′; mais l'angle CqT est moindre qu'un droit de 36′, puisque KTq est posé de 36′, donc CTq sera de 89° 24′, & enfin l'angle CTq sera de 82° 0′, & CT est la même que dans l'autre; nous trouverons donc Cq de 3301244 toises, dont ôtant la valeur de CN, il restera pour Nq 31947 toises.

Il s'ensuit donc de ceci que la hauteur de l'atmosphere est plus petite que 37223 toises & plus grande que Nq qui est 31947 toises, & si nous prenons le milieu qui ne peut pas être éloigné de la vérité, nous aurons la hauteur de l'atmosphere NP de 34585 toises.

M. *Mariotte* dans son Essai de la nature de l'air, conclut la hauteur de l'atmosphere un peu plus petite que celle-ci par son principe de la condensation de l'air dans ses

différentes hauteurs & sur des expériences ; mais ces sortes de calculs ne peuvent jamais avoir beaucoup de justesse, parce qu'ils sont déduits de quelques pesanteurs de l'air proche de la terre, & de plus nous ne pouvons pas savoir par nos expériences jusqu'à quelle hauteur les particules à ressort de l'air peuvent se dilater dans l'éther, ni la progression de leur dilatation, & c'est beaucoup seulement d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans son Epitome astronomique détermine la hauteur de l'atmosphere par les crépuscules suivant l'idée des anciens, qui ne considéroient que des rayons directs qui rencontroient l'atmosphere, après avoir touché la terre, sans avoir égard à la réfraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10 milles germaniques qui valent chacun environ 3800 de nos toises, & la hauteur de l'atmosphere seroit donc de 38000 toises qui est plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'estimoit sa juste hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui seroit à peu près 2000 toises. Il y a grande apparence qu'une différence si considérable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crépuscule, en y employant des réflexions au-dedans de l'atmosphere qu'il ajoute à la réfraction, & par une matiere qu'il imagine autour du soleil & qui en est éclairée, & il insiste fort sur cette pensée, car il rapporte plusieurs raisons pour la soutenir, dont une des principales est la figure courbe du crépuscule qu'on observe dans les nuits froides

& ſereines ; il ajoute que cette figure apparente eſt un ſegment de cercle qui ſe termine à l'horiſon, mais je vais démontrer que ce n'eſt point une portion de cercle ; mais une hyperbole qui eſt un peu altérée par la réfraction, & qu'il n'eſt pas néceſſaire pour expliquer cette figure courbe du crépuſcule, de recourir à une matiere qui environne le ſoleil, & que ce n'eſt que l'atmoſphere qui la doit produire ; car une ſemblable matiere troubleroit beaucoup les phénomenes céleſtes.

Soit comme ci-devant la ligne verticale CT qui paſſant par un point T de la ſurface de la terre, rencontre la ſurface de l'at-

mosphere *ZX* au point *Z*, & que *TL* soit l'horison du point *T* qui est perpendiculaire à la verticale *CT*, & que la superficie de l'atmosphere *ZX* soit éclairée en *P* par les rayons du limbe du soleil qui est encore sous l'horison, & comme nous posons ce point *P* élevé sur l'horison *TL*, il paroîtra une partie de l'arc du crépuscule au-dessus de l'horison. Si l'on mene donc le rayon de la terre *CP* qui rencontre sa superficie en *N* & qu'on prenne l'arc *NI* de 8° 36′, on aura le point *I* sur la circonférence de la terre où les rayons du limbe supérieur du soleil, après s'être rompus dans l'atmosphere en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonférence & delà se détourneront vers *P* où ils rencontreront l'extrêmité de l'atmosphere, comme on a vu dans le commencement de ce Mémoire.

Mais comme il arrive la même chose tout autour de la terre qu'au rayon *IP* dans l'atmosphere qui l'environne si l'on tire le rayon de la terre *CI*, & par le point *P* la ligne *PV* parallele à *CI*, cette ligne *PV* représentera le cercle de la superficie de l'atmosphere qui est éclairée par les rayons du bord du soleil; ce sera donc ce cercle *PV* qui doit représenter l'arc de l'extrêmité du crépuscule par au-dessus de l'horison du point *T* dont le point *P* sera la partie la plus élevée.

Considérons maintenant le cercle *PV* pour la base d'un cône qui a son sommet en *T* où est placé l'œil, le triangle *TPV* sera le triangle par l'axe de ce cône, lequel est perpendiculaire à sa base & sa surface détermine

l'extrémité du crépuscule par rapport au sommet T; il ne s'agit donc plus que de la figure de la section de cette surface cônique sur un plan.

Lorsqu'on est assez éloigné d'un plan sur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoissance de la distance de l'œil aux extrêmités de la figure, on imagine toujours que cette figure est dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé sur un plan, & que ce plan fût fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle, & d'ailleurs le plan n'étant point visible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toujours que la figure est elliptique; car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

Il en est ici de même de la section du cône TPV dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au-dessus de l'horison TL; & comme on estime que le crépuscule est dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horisontale TL & au triangle par l'axe du cône, on doit juger que sa figure est sur ce plan, & que c'est une hyperbole puisque le plan parallele au plan où est la section & qui passe par le sommet T du cône est au-dedans. L'œil étant placé en T doit donc juger que la figure de l'arc du crépuscule est hyperbolique. Mais de plus la courbure d'un arc hyperbolique étant plus platte aux deux côtés de son sommet que la courbure d'un arc de cercle, paroîtra encore plus applatie vers l'horison où la réfraction élevera cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui fera encore la différence plus grande

entre la courbure du crépuſcule & un arc de cercle.

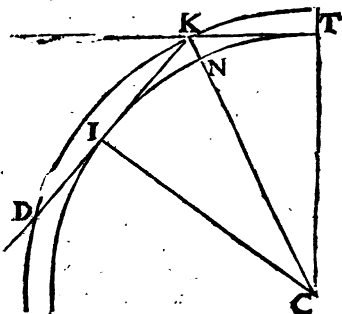
On voit par cette explication qu'à meſure que la partie ſupérieure de l'arc du crépuſcule s'éleve vers le zénith Z, ce qui ſe fait en fort peu de temps, puiſqu'elle doit parcourir un quart de cercle pendant que le ſoleil s'éleve ſeulement vers l'horiſon de 8° 36' comme du point I vers N dans la premiere Figure, c'eſt-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crépuſcule, & alors la partie de l'horiſon qui eſt occupée par le crépuſcule eſt plus grande qu'un demi-cercle, puiſqu'elle doit être déterminée par le petit cercle Zv qui ſera avec CZ un angle égal à CPV qui coupe l'horiſon en t au-delà de T où ſa lumiere empêche l'œil qui eſt dans ce point T, de diſcerner le terme de l'arc du crépuſcule qui s'évanouit fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du ſoleil.

Il me reſte encore à expliquer comment *Kepler* a trouvé la hauteur de l'atmoſphere par les crépuſcules de 10 milles germaniques ſuivant les anciens, ſans avoir égard à la réfraction.

Soit (1) la ſurface de la terre IT, ſon centre C & l'horiſon TK du point de ſa ſuperficie T, ſi l'on prend l'arc TI de ſa circonférence de 18 degrés, & qu'on mene la touchante DI juſqu'à l'horiſon TK en K, on aura le point K où l'on doit commencer à voir le crépuſcule du point T, car le point K doit être celui où les rayons du ſoleil ren-

(1) *Fig. IV.*

contrent l'atmoſphere. Il s'enſuit donc que ſi l'on tire CK qui doit couper en deux également en N l'arc TI, l'angle TCI ou ICK ſera de 9 degrés & le triangle ICK ſera rectangle en I, &



poſant le rayon de la terre CI de 904 milles germaniques, il trouve CK de 914 milles, dont ôtant CN de 904, il lui reſte NK de 10 milles pour la hauteur de l'atmoſphere.

Il ajoute que cette démonſtration néglige toutes les cauſes hormis le ſoleil comme la réfraction, la réflexion des rayons au-dedans de l'atmoſphere & la matiere éthérée qu'il imagine autour du ſoleil : voici comme il raiſonne de ces cauſes ſans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'atmoſphere d'un demi-mille & un peu plus qu'il eſtime être ſa juſte valeur.

Il dit que la matiere de l'atmoſphere eſt homogene, & que ſa ſurface eſt auſſi bien terminée que celle de l'océan : il eſt certain que la réfraction des rayons du ſoleil en entrant dans l'atmoſphere doit être conſidérée comme j'ai fait, mais il ajoute que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en pourſuivant leur chemin au-dedans de l'atmoſphere, ren-

contrent sa surface en sortant comme ils y étoient entrés, hormis quelques-uns qui se réfléchissent au-dedans vers la terre & qui ne produisent qu'une lumiere très-foible, & ces derniers qui sont réfléchis en rencontrant encore la surface de l'atmosphere, en sortent aussi hormis quelques-uns qui se réfléchissant encore au-dedans de l'atmosphere, vont rencontrer sa surface en un endroit qui pourra être vu de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crépuscule. Il est facile à juger que ce peu de rayons qui toucheroient l'atmosphere après plusieurs réflexions, & qui seroient presque tous sortis de l'atmosphere, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impression sur la vue, & principalement ne rencontrant que la surface de l'air qui est un corps fort rare quoiqu'il le suppose homogene comme l'eau.

Il s'étend ensuite assez au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la nécessité de la matiere qu'il a imaginée autour du soleil qui doit produire la courbe du crépuscule, mais tout cela ne sert de rien & est entiérement inutile pour ce phénomene, comme je l'ai démontré ci-devant.

J'ai déja expliqué pourquoi on ne peut pas distinguer exactement le terme du crépuscule lorsqu'il est assez élevé sur l'horison; & même quand il est encore vers l'horison il arrive fort souvent qu'on ne peut pas non plus le voir bien terminé; car si les premiers rayons du soleil qui le forment comme *d I* dans la premiere Figure, passent par des nuages ou des vapeurs épaisses qui soient sur la surface de la terre vers *I*, ils en seront détournés d'un côté & d'autre, & ne seront pas en *P* une lumiere assez forte pour y

voir distinctement le terme du crépuscule, & c'est ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le soleil commençant à éclairer successivement la surface de la terre, y éleve beaucoup de vapeurs, & vers le soir celles qui s'étoient élevées pendant le jour, y retombent par l'absence du soleil qui les abandonne; ce ne sera pas la même chose si l'air est bien froid & sans nuages, c'est aussi ce temps-là seulement où le crépuscule est bien terminé dans son commencement ou dans sa fin. Il faut encore ajouter à cela que vers le commencement du crépuscule l'œil qui est en *T* voit les particules de l'air qui sont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cause une apparence de lumiere bien plus vive que lorsqu'il est élevé sur l'horison, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées que fort séparées, qui ne peuvent pas frapper l'œil assez fortement pour distinguer le terme du crépuscule, & bien moins lorsque ces particules éclairées sont vers le zénith *Z*.

Enfin si l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crépuscule part lorsque le soleil est encore sous l'horison de 18°, & que ce fût à 17° ou à 19°, il faudroit seulement augmenter ou diminuer la hauteur de l'atmosphere telle que je viens de la trouver de 2000 toises environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'atmosphere que j'ai posée, doive être la même par toute la terre comme vers l'équateur ou vers les poles, mais cela dépend des observations qu'on en pourroit faire dans ces pays-là; & je suis même persuadé que dans les pays vers

les pôles, la hauteur de l'atmoſphere eſt beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'équateur; mais vers les poles les obſervations en pourront être très-bien déterminées à cauſe du grand froid & de la ſérénité de l'air qui y regne en hiver.

Voici une obſervation qui pourra ſervir à confirmer la hauteur de l'atmoſphere que je viens de déterminer. En 1676, il parut en quelques endroits d'*Italie* un météore qui étoit auſſi clair que la lune dans ſon plein. M. *Montanari*, Profeſſeur à *Bologne*, en fit des obſervations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce météore de 15 lieues moyennes de *France*, ce qu'il fit imprimer dans un petit Ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou météores ne ſoient formés par des exhalaiſons ſulphureuſes qui ſortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, peſent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place; mais quelque légeres qu'elles ſoient, elles ne laiſſent pas pour cela d'être plus peſantes que l'éther que nous conſidérons ſans aucune peſanteur. C'eſt pourquoi elles doivent s'élever juſques ſur la ſurface de l'atmoſphere où elles nagent tant qu'elles durent; ainſi la hauteur de ces feux doit être la même que celle de l'atmoſphere, & par conſéquent les 15 lieues de la hauteur obſervée de celui-ci, ce qui revient à 35000 toiſes, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'atmoſphere.

OBSERVATION

Sur une séparation de l'Or d'avec l'Argent par la Fonte.

Par M. HOMBERG.

(1) TOUS les métaux & même quelques minéraux, quoiqu'ils soient fort différens entr'eux, ne laissent pas de se ressembler parfaitement quand ils sont mis dans une forte fusion, & on peut alors facilement les mêler ensemble, & de deux ou trois métaux simples en faire des composés, dont l'usage en certaines rencontres est plus commode & plus utile que si on les avoit employés purs & sans mélange. On peut, par exemple, de quelque métal pur que ce soit, faire des miroirs ardents, qui n'auront pas l'éclat, ni ne seront, à beaucoup près, si bons que si on en mêle deux ou trois ensemble, parce que tout métal pur & simple ne consiste qu'en des parties homogenes, qui se lient parfaitement ensemble, & qui composent un corps pliant & mol, auquel on ne sauroit donner un beau poli, qui est cependant une des principales bontés d'un miroir; mais dans le mélange de deux ou de trois différens métaux, leurs parties de différentes figures, ne pouvant pas se lier parfaitement, composent un corps, à la vérité fort

(1) 28 Juin 1713.

cassant, mais assez dur pour recevoir un poli qu'on le souhaite pour un miroir. L'or & l'argent fins ne sont pas propres pour en faire des ouvrages qui puissent résister au service, parce qu'ils sont trop mols, mais étant alliés ensemble ou avec le cuivre, les ouvrages qu'on en fait résistent à la fatigue de l'usage; le cuivre pur n'est pas si bon en ouvrage, particuliérement d'horlogerie & d'instrumens de Mathématique, que le latton, qui est un mêlange de cuivre avec du zink.

Il est aisé de faire ces mêlanges de différens métaux, mais il est difficile de les séparer, particuliérement lorsque dans les moindres métaux on veut conserver l'un & l'autre de ceux qui s'étoient mêlés, il est croyable que le peu de perte qu'il y a dans la destruction des moindres métaux mêlés, est la cause qu'on a négligé les moyens de les conserver, comme au contraire on a recherché ces moyens dans le mêlange de l'or & de l'argent, que l'on sépare parfaitement par le moyen du départ, mais non sans peine & sans dépense, même considérable.

Cette maniere de séparer l'or d'avec l'argent est l'unique dont on se sert présentement, & dont vraisemblablement on s'est servi de tout temps, parce qu'il n'y a point d'auteur, que je sache, qui ait fait mention d'aucune autre; cependant il n'est pas impossible d'en avoir de plus faciles & de moindre dépense. Le hasard m'en a montré une depuis peu en travaillant sur ces deux métaux, laquelle pourroit servir, non-seulement à séparer l'or d'avec l'argent, mais aussi à séparer l'or & l'argent d'avec les moindres métaux, en conservant le moindre métal,

comme je l'ai déja éprouvé, & que je donnerai une autre fois.

J'avois fondu parties égales d'or & d'argent ensemble, j'avois mis ce mélange en grenailles très-fines, dont je m'étois servi en plusieurs opérations chimiques, & voulant enfin remettre cette grenaille en une masse, je l'ai mis dans un creuset, au fond duquel j'avois mis auparavant du salpêtre brut & du sel décrépité, à peu près parties égales, j'ai placé le creuset, au fourneau de fonte, dans un feu médiocre, que je croyois pourtant assez fort pour fondre ce qui étoit dans le creuset; après environ un quart-d'heure de feu j'ai retiré mon creuset, & je l'ai laissé refroidir, puis je l'ai cassé, & j'ai trouvé mon or au fond du creuset en un culot, & l'argent en deux morceaux & en quelques grenailles au-dessus de l'or, & enveloppés dans les sels qui n'avoient pas été tout à fait fondus.

J'ai été fort étonné de cet accident: j'ai touché l'un & l'autre sur la pierre, l'argent étoit très-pur & sans or, mais l'or n'étoit que de vingt karats, de sorte que l'or avoit retenu un sixiéme de l'argent, mais l'argent avoit rendu tout l'or avec qui il étoit mêlé. J'ai réitéré cette opération plusieurs fois avec différentes combinaisons d'or & d'argent, je n'ai réussi que deux fois, ou l'or s'est trouvé plus pur que l'argent, toutes les autres fois l'argent s'est trouvé pur, & l'or avoit entraîné un peu d'argent.

J'ai observé dans ces opérations; 1°. Qu'il faut que dans le mêlange il y ait autant d'or que d'argent, ou approchant, pour y réussir. 2°. Qu'il ne faut pas donner trop de feu, ou le tout se mêle ensemble. 3°. Que les sels, quand ils ne

ſont pas encore en une parfaite fuſion, ſoutiennent le métal qui commence à ſe fondre & lui ſervent de crible, qui laiſſe paſſer la partie la plus peſante & la plus fondue de ce métal, qui eſt l'or, & qui retient l'argent qui eſt plus léger, & qui dans ce cas n'eſt pas ſi bien fondu que l'or; ſi dans ce moment on retire le creuſet du feu, l'argent ſe durcit ou ſe congele promptement, parce qu'il eſt devenu fin par la ſéparation de l'or, & qu'il ne ſauroit être remis en fonte que par un très-grand feu; & les ſels qui ſoutiennent l'argent, ne pouvant pas achever de ſe fondre, empêchent l'argent de couler au fond du creuſet & de ſe mêler de nouveau avec l'or.

On pourroit s'étonner ici pourquoi l'argent ne paſſe pas au travers les ſels en même temps avec l'or, tous deux étant également fondus; car l'or ne ſauroit ſe débarraſſer de l'argent avec qui il étoit intimement mêlé par pluſieurs fontes précédentes, à moins qu'il ne fût en fonte auſſi bien que l'or : mais quand on examinera la nature du ſel qui ſoutenoit le mélange de nos deux métaux, qui eſt le ſel marin, on verra qu'il eſt le diſſolvant de l'or, c'eſt-à-dire, une matiere qui non-ſeulement diſſout l'or maſſif en une liqueur aqueuſe, mais qui acheve auſſi de le fondre quand il le peut atteindre dans une chaleur du feu, d'ailleurs incapable de fondre de l'or, & qui au contraire congele & durcit l'argent en toutes les occaſions où il le peut atteindre ; ce qui ſe voit dans la précipitation prompte de l'argent diſſous par l'eau forte lorſqu'on y mêle du ſel commun : cette même congélation s'obſerve auſſi à l'argent tout prêt

à se fondre dans le feu par l'attouchement de ce même sel, & l'argent pour lors ne s'y fond que par une grande violence de feu.

Il arrive donc dans notre opération que les vapeurs du sel commun, qui est au fond du creuset & qui est agité par le grand feu, pénetrent le mélange d'or & d'argent à demi fondu & couché sur ce sel, ces vapeurs y produisent leurs effets ordinaires, c'est-à-dire, qu'ils hâtent la fonte de l'or, & le font couler au fond du creuset, & en même temps ils resserrent & durcissent l'argent, & en empêchent la parfaite fusion, jusqu'à ce que le feu s'augmentant à un certain degré, il agit plus violemment que les vapeurs du sel commun, & refait une nouvelle masse de deux métaux, en fondant tout ce qui est dans le creuset, aussi bien les deux métaux, que les sels qui agissoient sur eux; c'est dans cet intervalle de temps, où l'action des sels est plus forte que celle du grand feu, qu'il faut retirer le creuset. Toute la réussite de l'opération ne consiste que dans l'attention qu'il faut avoir pour ce moment, ce qui n'est pas difficile à attrapper, quand on veut s'y appliquer un peu.



BOLETUS RAMOSUS CORALOIDES FŒTIDUS,

Morille branchue de figure & de couleur de corail, & très-puante.

Par M. DE REAUMUR.

(1) C'EST une moindre merveille pour ceux qui ne sont pas instruits des progrès de la Botanique d'entendre parler d'une plante nouvelle, que d'entendre dire qu'il en est peu qui ayent échappé aux yeux des Botanistes. En effet il est fort surprenant que la prodigieuse variété des plantes qui ornent la surface de la terre ait des bornes presque connues. Le bel ordre où elles ont été distribuées, sur-tout par M. *de Tournefort*, n'est guère moins admirable. Cet ordre nous met en état, sans être botanistes, de voir si une plante a été inconnue aux Botanistes. Elles sont disposées sous certaines classes, les classes sont divisées en genres, & les genres sous-divisés en especes. On découvre sans peine de quelle classe est la plante sur laquelle on cherche à s'instruire ; & avec un peu d'examen on apperçoit duquel des genres de cette classe elle a le caractere. Si l'on trouve son genre,

(1) 21 Juin 1713.

Il ne reste plus qu'à rechercher si elle est parmi les especes décrites. Malgré ces facilités, je n'aurois garde de proposer comme nouvelle la plante dont je vais parler, si auparavant je ne l'eusse soumise à l'examen de nos plus habiles Botanistes.

Je la nomme, *Boletus ramosus, coraloïdes fœtidus*; morille branchue de figure & de couleur de (1) corail, & très-puante. Par la description que nous en allons donner on verra ce qui nous a déterminés à la placer parmi les morilles, & à la distinguer des autres especes de ce genre par les épithetes, que nous venons de rapporter.

Il y a environ deux ans que je trouvai cette plante en *bas Poitou* dans un mur du parc de la maison Seigneuriale de *Reaumur*. Dans ce mur il y en avoit cinq à six de la méme espece éloignées de quelques pieds les unes des autres. Elles étoient à différentes distances de la surface de la terre, les plus proches en étoient à un pied. Le mur étoit exposé à l'orient, mais environné de petits arbrisseaux, & de quantité de grands arbres qui le mettoient presqu'entiérement à l'ombre. Il étoit fait d'une pierre grise & d'une terre rougeâtre.

Chaque plante (2) étoit composée de huit ou neuf branches, qui sortoient du mur par un trou dont le diametre horisontal étoit d'environ un pouce & demi. Les plus longues branches avoient sept pouces. La plupart de ces branches jettoient trois ou quatre autres petites branches (3) longues seule-

(1) *Planche* 1. (2) *Fig.* 1. BB, *&c.* (3) *Fig.* b b, *&c.*

ment de deux pouces ou deux pouces & demi.

Elles tapissoient toutes ensemble le mur comme les branches des arbres en espalier les tapissent, avec pourtant cette différence remarquable, qu'elles avoient une direction contraire à celle des tiges & des branches des autres plantes. Elles tendoient en bas aussi réguliérement que les autres plantes tendent en haut. Je ne crois pas pourtant que cela doive engager à faire un systême particulier sur la nature du suc dont se nourrit cette plante, ni sur la maniere dont elle s'en nourrit.

Ses branches sont d'une substance molle, & trop foibles pour soutenir leur propre poids. C'est-là probablement la seule cause qui les fait descendre. Ce qui en est une bonne preuve, c'est que la plupart des branches courtes, (1) que jettent les branches principales, se redressent. La figure de chaque branche est assez irréguliere; il y en a d'aussi grosses, & même plus grosses près de leur extrêmité, que près de leur origine. D'autres sont beaucoup plus petites à leur extrêmité. Dans les endroits où elles sont le plus grosses, elles ont six à sept lignes de largeur, & seulement deux ou trois lignes d'épaisseur vers le milieu de leur largeur; je dis vers le milieu, parce que la circonférence de chaque endroit approche de celle d'un ovale applati. C'est la largeur des branches qui est parallele au mur.

Lorsque nous avons dit que la circonférence de ces branches approche de celle d'un

(1) *Figure 1, bb, &c.*

ovale,

ovale, nous n'avons voulu en donner qu'une idée groſſiere : il s'y trouve une infinité de découpures irrégulieres, d'inégalités diſpoſées bizarrement qui dérangent fort cette figure ; leur extrêmité ſe termine ordinairement par deux ou trois découpures.

Ces branches ſont d'une matiere fongueuſe ; elles ne ſont ni feuilletées, ni fiſtuleuſes. Leur ſurface paroît remplie d'une infinité de ſinuoſités, d'enfoncemens, de trous d'une figure très-irréguliere, & diſpoſés fort irréguliérement. Il y a des endroits où l'on ne voit que de ſimples ſinuoſités ; ailleurs on voit des endroits plus creux, entourés de tous côtés par des eſpeces de petites cloiſons. Enfin on y obſerve beaucoup de trous (1) qui pénetrent dans le milieu de la plante ; on ne peut pourtant ſuivre leur route lorſqu'on ſe contente de regarder la plante extérieurement. Mais ſi l'on en coupe de petits morceaux, ſoit horiſontalement (2) ſoit verticalement, on apperçoit diſtinctement que ces trous pénetrent dans le milieu de la plante, qu'ils y arrivent en ſerpentant, & que delà ils vont aboutir à quelque ouverture placée plus bas ſur la ſurface de la plante. Quelquefois divers de ces trous ſe croiſent chemin faiſant. Si l'on regarde attentivement ces trous dans l'intérieur de la plante, on y découvre divers filamens, qui quelquefois les traverſent, & qui quelquefois ſont placés comme de petits poils. Ces poils auroient-ils quelque choſe de commun avec les piſtiles des graines ? C'eſt ce que j'oſerois au plus ſoupçonner.

(1) *Fig.* 2, *OOO*, &c. (2) *Fig.* 2, *HH*.

Je fis ôter les pierres du mur dans l'endroit d'où les branches de ces plantes sortoient. Je vis qu'elles tiroient toutes leur origine du fond d'une enveloppe commune (1). Cette enveloppe est une espece de bourse formée par une membrane dont la substance, le tissu, la couleur & l'odeur sont fort semblables à celles de la peau qui recouvre le chapiteau des champignons ordinaires. Ses parois, dans les plantes déja grandes, ou prêtes à périr, n'ont qu'une demi-ligne d'épaisseur. Elles en ont beaucoup davantage lorsque la plante est plus jeune. C'est au fond de la surface intérieure de cette espece de bourse que sont attachées toutes les branches.

Vis-à-vis le même endroit, sur la surface extérieure de l'enveloppe, est attachée la racine de la plante (2). Elle est ronde, elle a environ une ligne de diametre à son origine, elle se termine par une pointe très-fine (3), sa longueur est de neuf ou dix pouces; elle serpente dans le mur. La même racine jette trois ou quatre autres filets plus déliés (4), qui à quatre à cinq pouces de leur origine se terminent aussi en pointe.

Je cherchai dans le mur, & je trouvai de ces enveloppes qui donnent la naissance aux branches, dont les branches n'étoient pas encore sorties. (5) Ces enveloppes étoient alors fermées de tous côtés, fort semblables à ces champignons appellés vesses de loup, à cela près qu'elles étoient applaties, & que les inégalités des pierres & de la terre s'y

---

(1) *Fig.* 1, *CCCC.* (2) *Fig.* 1, *Rrrs.* (3) *S.* (4) *rr.* (5) *Fig.* 3, *DDDEER.*

étoient gravées en divers endroits. Elles avoient alors la racine dont je viens de parler. Ayant ouvert une de ces enveloppes, je la trouvai remplie d'une ſubſtance molle, d'une couleur aſſez approchante de celle de la chair des amandes vertes qui n'ont pas encore acquis de conſiſtance. Entre cette matiere on diſtinguoit diverſes ramifications d'une autre matiere grisâtre, qui partoient du fond de l'enveloppe, & qui probablement étoient les branches naiſſantes.

Il eſt naturel que l'enveloppe, & les jeunes branches par conſéquent, s'étendent plus aiſément du côté où le mur a une ouverture, que de tout autre côté; & cela par la même loi de méchanique, qui fait que les arbres en eſpalier ne pouſſent point de branches du côté du mur, & que les plantes que l'on fait germer dans une cave, prennent leur direction vers le ſoupirail de la cave : par cette même loi, dis-je, l'enveloppe doit s'étendre vers l'endroit où le mur a quelque trou (1). Les branches s'étendant plus aiſément du côté où l'enveloppe cede le plus, elles doivent prendre leur direction vers le même côté. C'eſt donc de ce côté-là qu'elles doivent briſer leur enveloppe lorſqu'elles ſont devenues aſſez fortes, & que l'enveloppe eſt devenue aſſez mince. Car elle devient mince, comme nous l'avons dit, à meſure que la plante croît.

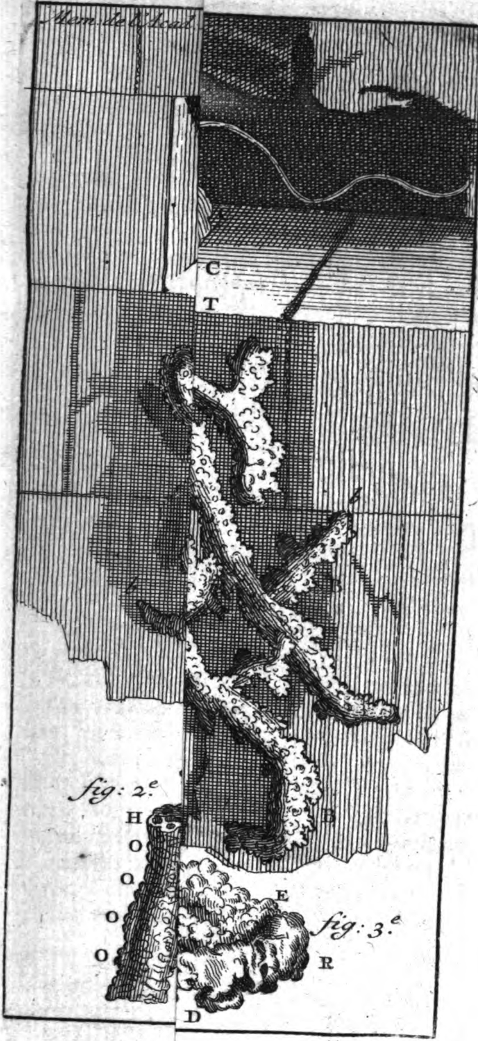
Lorſque ces branches ſont ſorties de leur enveloppe, & du mur, leur couleur blanchâtre ſe change en une couleur d'un fort beau rouge, aſſez approchant de celui du

(1) *Fig.* 3, *DDD*.

corail. L'air produit ſur elles un effet ſemblable à celui qu'il produit ſur la liqueur des *Buccinum*, & ſur la liqueur des œufs de pourpre, dont nous avons parlé ailleurs. Quoique l'air pénetre dans l'intérieur de l'enveloppe, lorſqu'elle a été briſée, ſon mouvement y eſt moins fort qu'autour des branches qui ſont dehors du mur, il s'y renouvelle plus rarement; auſſi les branches y ſont-elles beaucoup moins colorées. Ce qui s'accorde fort avec ce que nous avons fait voir dans les Mémoires de 1711, pag. 228; ſavoir que ce n'eſt pas ſimplement l'air, mais l'air agité qui donne la couleur rouge à certaines liqueurs, ou à certains corps. Intérieurement les branches ſont plus rouges, autour des parois des trous, que dans l'épaiſſeur des parois. Tout cela dépend de la même cauſe.

Quand cette plante a acquis une certaine grandeur, elle devient d'une odeur inſupportable, & approchante de celle de la plus puante charogne. Elle ſent d'autant plus mauvais, qu'elle eſt plus prête à paſſer. J'en fis deſſiner une fort grande par M. *Aubriet*, dont quelques bouts de branches commençoient déja à tomber; ſon odeur étoit ſi déſagréable, que j'étois ſurpris qu'il pût la ſouffrir proche de lui pendant qu'il en prenoit le trait.

Au reſte quand elle eſt parvenue à une certaine grandeur; elle ſe paſſe fort vîte, ſes bouts ſe ſechent ou pourriſſent les premiers, ſelon que le temps eſt ſec ou humide. Et en pourriſſant, ou en ſéchant ils prennent une couleur d'un rouge noirâtre



Mem. de l'Acad.
C
T
b
b
B
fig: 2.e
H
O
O
O
O
B
E
fig: 3.e
R
D

ſemblable à celle du ſang qui commence à ſécher.

Quoique je ne puſſe prendre pour un ſimple jeu de la nature, une plante dont j'en trouvois cinq à ſix ſemblables en même temps, je m'informai ſi on ne ſe ſouvenoit point d'y en avoir vu de pareilles les années précédentes. On m'aſſura que dans le même mur, & dans le même endroit, on y avoit toujours vu depuis long-temps de ces ſortes de champignons.

DE L'INCOMMENSURABILITÉ DE POLYGONES, INSCRITS ET CIRCONSCRITS AU CERCLE.

Par M. SAULMON.

(1) COMME la queſtion que je traite a une liaiſon néceſſaire avec la diviſibilité de la matiere, je me crois obligé d'en dire quelque choſe.

Ce que je découvre d'abord en ſon idée eſt que je n'apperçois aucunes bornes ni limites au nombre des parties qu'elle peut fournir ſelon certaines diviſions déterminées, & que de toutes celles qui en réſultent, il n'y en a aucune que je puiſſe regarder comme ſi elle étoit vraiment la derniere. Pour le

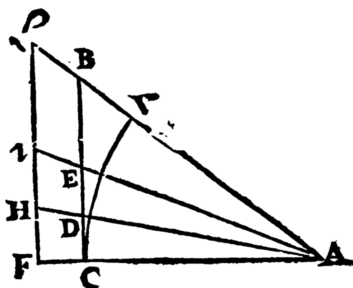
(1) 21 Juin 1713.

démontrer, je conçois deux cubes inégaux, leurs bases posées sur un plan horisontal, & les hauteurs entr'elles comme le côté & la diagonale d'un même quarré, & par conséquent incommensurables. Je conçois encore qu'ils sont divisés l'un & l'autre en deux parties égales, chacun par un plan parallele à l'horison, & que chacune de celles-ci l'est encore en deux autres égales semblablement, & ainsi de suite à l'infini. Il est clair qu'après les mêmes divisions, le nombre des parties en un cube sera continuellement égal au nombre des parties en l'autre, & que ce même nombre sera continuellement l'un des termes de la progression double géométrique 2, 4, 8, &c. continuée à l'infini. Chacun de ces termes sera continuellement un nombre entier & pair, car les premiers sont des nombres entiers par l'hypothèse, & le double de l'antérieur est toujours égal au postérieur, par l'hypothèse aussi, autrement il ne seroit pas formé selon la teneur de la formule qu'on suppose, ce qui seroit contre l'hypothèse. L'épaisseur de chaque tranche en l'un des cubes sera aussi continuellement incommensurable avec l'épaisseur de chaque tranche correspondante en l'autre cube, & il n'y aura jamais de dernier terme de cette suite, tandis qu'elle persévere en la même hypothèse. Car si quelqu'un vouloit qu'il y eût à la fin une derniere tranche en l'un des cubes, l'épaisseur de la tranche du grand seroit plus grande que l'épaisser de la tranche du petit, car comme le nombre des tranches en chaque cube est égal par la formation, l'épaisseur d'une tranche en l'un, est à l'épaisseur d'une

tranche en l'autre, comme la hauteur du premier cube est à la hauteur du second, c'est-à-dire, que ces épaisseurs sont continuellement entr'elles comme la diagonale, & le côté d'un même quarré; la moindre épaisseur pourra donc être retranchée de la plus grande; ainsi l'épaisseur de la grande tranche seroit encore divisible au moins en deux parties inégales; mais toute grandeur divisible en deux parties inégales, est divisible aussi en deux parties égales; la grande tranche étoit donc encore divisible en deux parties égales. Or, chacune de ces deux nouvelles parties auroit une épaisseur moindre que celle de la derniere tranche du petit cube, la moindre épaisseur pourroit donc être retranchée de la plus grande; ainsi l'épaisseur de la derniere tranche du petit cube seroit encore divisible au moins en deux parties inégales, & par conséquent elle le seroit aussi en deux égales. Les tranches qu'on avoit donc regardées comme les dernieres dans les cubes, ne l'étoient pas, mais elles l'étoient néanmoins par l'hypothèse, l'hypothèse étoit donc impossible, autrement une même chose seroit & ne seroit pas, en même temps; ce qui renferme une contradiction manifeste.

(1) Soit l'angle *AFL* droit, *FL* égale à la hauteur du grand cube, & *CB* égale à celle du petit & parallele à *FL*, par les points *L*, *B*, je tire la droite *LB*, qui rencontre le prolongement de *FC* en un point *A*. Que les points *H*, *i*, &c. désignent les divisions

(1) *Figure I.*



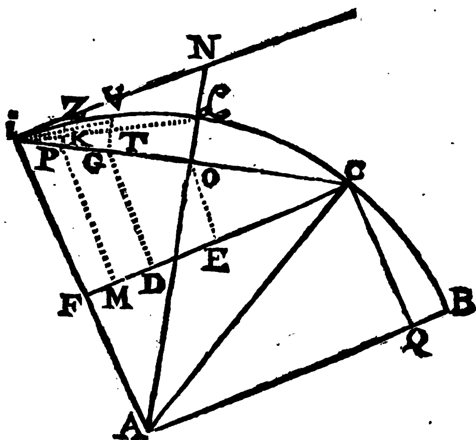
des tranches du grand cube, les points, *D*, *E*, &c. déſigneront les diviſions proportionnelles des tranches du petit. Mais on vient de démontrer que les côtés *Hi*, *DE*, ſont continuellement diviſibles, & qu'il n'y a point de dernieres limites en la diviſion dont ils ſont ſuſceptibles, donc il n'y en a point non plus en celle de l'angle *HAi*, ou *DAE*; par la même raiſon il n'y en a pas non plus dans aucun des autres angles *FAH* ou *CAD*; *LAi*, ou *BAE*, &c. donc la diviſion de l'angle eſt inépuiſable, & il n'y a point de dernieres limites.

DÉFINITION.

L'angle qui ſe forme après une certaine multitude de diviſions des plus grandes que j'apperçoive d'une ſimple vue, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du premier genre. Je conçois encore une ſuite d'autres angles qui ſoient continuellement entr'eux comme l'angle fini *CAV* eſt à l'angle infiniment petit du premier genre, le troiſiéme terme proportionnel, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du ſecond genre; le

(1) *Figure I.*

quatriéme, un angle infiniment petit du troisiéme genre, & ainsi de suite à l'infini; par exemple un sinus infiniment petit du premier genre forme un sinus verse infiniment petit du second genre; & celui-ci étant appliqué en la circonférence du même cercle, & perpendiculaire au rayon devient un sinus du second genre qui forme un sinus verse du troisiéme, & si l'on continue ainsi, l'on aura une suite infinie de sinus de divers genres.



(1) Pour faire une application de la divisibilité de la matiere en raison sous-double, aux sinus d'un angle divisé aussi en raison sous-double, soit *CF* sinus de l'angle *CAi* primitif donné. Je divise cette ligne *CF* en deux

(1) *Fig. II.*

parties égales au point *E*; & *EF* en deux autres égales au point *D*, & *DF* en deux égales au point *M*, & ainſi à l'infini; du point *E* je tire *Eo* parallele à *Fi*, juſqu'à la droite *Ci* chorde de l'angle $CAi = p$, elle détermine le ſinus $oi = Y\,1^{er}$ de la moitié $\frac{p}{b}$ l'angle *CAi* en ſuppoſant $b = 2$.

Du point *D* de la deuxiéme diviſion, je tire *DG* parallele à *Fi* juſqu'en *Ci*, & *GT* parallele à *ol*; il eſt clair que *Li* eſt diviſée en deux parties égales au point *T*, & que *Ti* eſt le ſinus de l'angle $\frac{p}{b2}$ de la deuxiéme diviſion, & $= Y2^{me}$. Du centre *A* par le point *T* je tire la droite *TV*.

Du point *M* je tire *MP* parallele à *Fi*; & *PK* parallele à *GT*; puis *KZ* parallele à *TV*, qui coupe la chorde, *Vi*, en deux parties égales au point *Z*, il eſt clair que *Zi* ſera $= Y3^{me}$; & qu'il correſpondra à la troiſiéme diviſion de l'angle *CAi*; ſi l'on appelle $D1^{er}$ la moitié de *CF*, $D2^{me}$, la moitié de cette moitié, & ainſi de ſuite, les *D* & les *Y* ſeront du même ordre. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit que le nombre des ſinus en la diviſion ſous-double continue de l'angle primitif eſt continué à l'indéfini, leur nombre ſera égal au nombre des parties de *CF* diviſée auſſi en raiſon ſous-double, & les ſinus correſpondront aux parties de *CF* priſes ſelon le même ordre, $EF = D1^{er}$ perpendiculaire aux paralleles *Eo*, *Fi*, eſt moindre que l'oblique *oi* compriſe entre les mêmes paralleles, & qui eſt $= Y1^{er}$. $FD = D2^{me}$ eſt moindre que *iG* qui eſt encore

moindre que iT hypothénuſe de l'angle droit iGT, & $= Y 2^{me}$. De même $FM = D 3^{me}$ eſt moindre que ip, qui eſt moindre que iK, & iK eſt moindre que iZ, hypothénuſe de l'angle droit iKz, & $= Y 3^{me}$. L'on trouvera toujours par la même méthode que les Y ſont continuellement plus grands que les D correſpondans. Mais il a été démontré en la diviſibilité de la matiere, que le nombre des D étoit inépuiſable, & que c'étoit un impoſſible qu'il y eût aucun D qui fût vraiment le dernier : donc à plus forte raiſon le nombre des Y iſſus de la diviſion ſous-double continue de l'angle donné CAi, ſera auſſi inépuiſable, & c'eſt un impoſſible qu'il y en ait aucun qui ſoit vraiment le dernier.

Corol. Il eſt évident que le nombre des parties de la ligne CF iſſu de la diviſion continue eſt inépuiſable, & que nulle de ces parties ne peut devenir vraiment un des points qu'on appelle indiviſibles ou géométriques ; ou que l'on puiſſe repréſenter par une unité indiviſible.

LEMME I.

Le ſinus total $Ai = a$; & le ſinus $CF = R$, d'un arc quelconque CLi de cercle, étant donnés, trouver le ſinus $CO = Y$, de la moitié du même arc CLi.

Je joins les points A & C, & je tire AL perpendiculaire à iC ; elle la diviſe en deux parties égales au point O ; or $\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2 = \overline{AF}^2$; & $AF = \sqrt{aa - RR} = CQ$ ſinus du

complément de l'angle donné. $Fi = Ai - AF = a - \sqrt{aa - RR}$; $\overline{iC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{Fi}^2 = 2aa - 2a\sqrt{aa-RR}$; & $\frac{iC}{2} = CO = \sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-RR}} = Y$, ſinus de la moitié de l'arc propoſé; & cette formule eſt générale pour trouver le ſinus de la moitié d'un arc quelconque.

Corol. 1. Soit $b = 2$. $n =$ à un terme quelconque de la progreſſion double continue, 2, 4, 8, &c. ou b, b^2, b^3, &c continuée à l'indéfini; & ſoit p, égal à un angle CAi d'un ſecteur quelconque CAi de cercle, qui n'excede pas un angle droit. Cela poſé, je conçois que cet angle eſt diviſé en deux autres égaux, & que chacun de ceux-ci l'eſt auſſi en deux autres égaux, & ainſi à l'indéfini. Chaque angle de la premiere diviſion ſera exprimé par $\frac{p}{b}$; ceux de la deuxiéme le ſeront par $\frac{p}{b^2}$; la troiſiéme, par $\frac{p}{b^3}$; & ainſi à l'indéfini, & en général ils ſeront chacun exprimés par $\frac{p}{n}$. J'appelle, a, le ſinus de l'angle propoſé p ou CAi; & A, B, C, D, &c. les ſinus qui correſpondent à chacun des autres angles de la ſuite indéfinie. J'en ſubſtitue ſucceſſivement les quarrés à la place de RR en la formule du lemme, & je forme la ſuite indéfinie.

Angles.	*sinus des Angles.*
$\frac{p}{1}$	$= a = R1^{er}$
$\frac{p}{b}$ . . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-aa}}}{2} = A = Y1^{er} = R2^{me}$
$\frac{p}{b2}$ . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-AA}}}{2} = B = Y2^{me} = R3^{me}$
$\frac{p}{b3}$ . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-BB}}}{2} = C = Y3^{me} = R4^{me}$
$\frac{p}{b4}$ . .	$\frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-CC}}}{2} = D = Y4^{me} = R5^{me}$

Et ainsi à l'indéfini où l'on suppose que *R* représente un sinus quelconque supérieur, & *Y* l'inférieur.

Corol. 2. Le sinus *R* d'un angle quelconque étant donné, le sinus de son complément sera $\sqrt{aa-RR}$; & il est par conséquent donné.

Corol. 3. Si quelque $aa-RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, c'est-à-dire, si du quarré aa du rayon l'on retranche le quarré RR d'un sinus quelconque R pris à discrétion, par exemple B, dans la suite infinie des sinus, & que l'excès $aa-BB$ ne soit pas un quarré parfait, commensurable avec aa; le quarré de chaque sinus de la suite infinie postérieure ou qui est après B est aussi incommensurable

avec aa, ou avec ſon multiple quelconque, & le ſinus l'eſt avec a, ou avec ſon multiple $2a$. Car ſi l'on conçoit que le rayon, a, eſt diviſé en autant de parties égales que l'on voudra, qui repréſentent chacune l'unité, il pourra être exprimé par leur nombre, & par conſéquent par un nombre entier commenſurable avec l'unité ſuppoſée, mais incommenſurable avec $\sqrt{aa-BB}$ nombre ſourd, puiſque par l'hypothèſe $aa-BB$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa; donc a, & $\sqrt{aa-BB}$ ſelon cette ſuppoſition ſont incommenſurables; or ſi deux grandeurs incommenſurables ſont multipliées par une même grandeur, a, leurs produits ſont encore incommenſurables, donc aa & $a\sqrt{aa-BB}$, ou leurs multiples $2aa$, & $2a\sqrt{aa-BB}$ le ſont auſſi; & par conſéquent leur différence $2aa-2a\sqrt{aa-BB}$, ou le quart

$$\frac{2aa-2a\sqrt{aa-BB}}{4}=CC$$, quarré du ſinus

ſuivant, eſt auſſi incommenſurable avec $2aa$, ou avec ſon ſous-multiple aa; donc leurs racines

$$\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-BB}}}{2}=C$$ (ſinus qui eſt après

B) & a, ou ſon multiple quelconque, ſont auſſi incommenſurables, à plus forte raiſon.

De même le quarré DD du ſinus poſtérieur ou qui eſt après le ſinus C, eſt encore incommenſurable avec aa, & D l'eſt auſſi avec a ou avec un multiple quelconque de a. Car, ſi en la valeur précédente de C, l'on ſubſtitue CC, à la place de BB, l'on

aura par le *Corol.* 1. $\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-CC}}}{2} = D$.

Or l'on vient de démontrer dans le *Corol.* 3me que aa & CC sont incommensurables, donc leur différence $aa - CC$, l'est aussi avec aa, & à plus forte raison leurs racines a, & $\sqrt{aa-CC}$ le sont aussi. Donc leurs multiples $2aa$ & $2a\sqrt{aa-CC}$ le sont encore; & par conséquent leur différence $2aa-2a\sqrt{aa-CC}$, ou son quart $\frac{2aa-2a\sqrt{aa-CC}}{4} = DD$, quarré de sinus postérieur le sont avec $2aa$, ou avec son sous-multiple aa, & à plus forte raison leurs racines quarrées, a, & $\frac{\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-CC}}}{2} = D$ sinus postérieur, le sont aussi; & comme la même loi subsiste en chaque terme suivant à l'égard de celui qui le précede, par la génération, il est évident que le quarré, YY, de chaque sinus de la suite postérieure infinie, ou qui est après le sinus donné B, est continuellement incommensurable avec aa; & que chaque Y postérieur, l'est avec a; c'est-à-dire, que si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa; chaque YY de la suite postérieure infinie est aussi incommensurable avec aa, & que chaque Y l'est avec a.

Corol. 4. Si le sinus Y d'un angle quelconque de la suite infinie est donné, & qu'on demande le sinus R d'un angle double inconnu, l'on aura en dégageant l'incon-

nue, $R = \frac{2Y\sqrt{aa-YY}}{a}$.

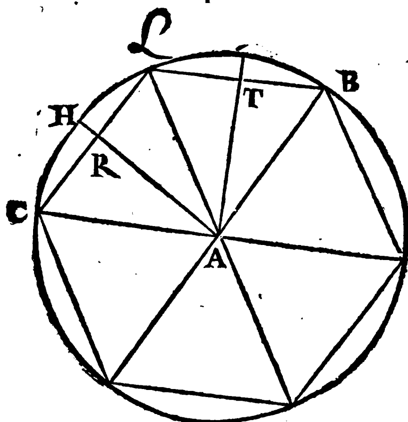
Corol. 5. Pour trouver la tangente iN, de l'angle LAi, dont le finus eft $Oi = Y$; je fais cette proportion, $AO = \sqrt{aa-YY} : Oi = Yi :: A :: = a : iN$, qui fera $\frac{aY}{\sqrt{aa-YY}} = T; = \frac{a\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$; en mettant à la place de Y, fa valeur en R, tirée du lemme.

Corol. 6. Si quelque $aa-RR$, n'eft pas un quarré parfait commenfurable avec aa, ou avec l'unité, chaque YY de la fuite poftérieure infinie ou qui eft après R, eft auffi incommenfurable avec le quarré TT de la tangente T du même angle; & chaque Y, l'eft avec T. Car par le Corol. 5me. $YY : TT :: YY : \frac{aaTT}{aaYY} :: aa-YY : aa$. Mais par le Corol. 3. fi quelque $aa-RR$ n'eft pas un quarré parfait commenfurable avec aa, chaque YY poftérieur eft continuellement incommenfurable avec aa; or fi deux grandeurs quelconques aa & YY font incommenfurables, leur différence $aa-YY$ l'eft auffi alors avec chacune des grandeurs, donc $aa-YY$ & aa font alors continuellement incommenfurables. Or, l'on vient de démontrer $YY : TT :: aa-YY : aa$. Donc fi quelque $aa-RR$, n'eft pas un quarré parfait commenfurable avec aa; YY eft continuellement incommenfurable avec TT; & à plus

forte raiſon chaque Y, l'eſt avec T, par toute l'étendue de la ſuite poſtérieure infinie.

Corol. 7. Si quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, le quarré aa du rayon du cercle, & le quarré TT de la ſuite poſtérieure infinie des tangentes T correſpondantes aux ſinus Y, qui ſont après le ſinus R, ſont continuellement incommenſurables par toute l'étendue de la ſuite poſtérieure infinie des tangentes. Car par le *Corol.* 5. l'on a $aa:TT::aa:\frac{aaYY}{aaYY}$ ou comme $aa-YY:YY$: c'eſt-à-dire, en diviſant chaque terme par YY, comme $\frac{aa}{YY}-1:1$. Donc quand $\frac{aa}{YY}-1$ eſt incommenſurable avec l'unité, aa l'eſt auſſi avec TT. Or, quand YY eſt incommenſurable avec aa, alors $\frac{aa}{YY}$ l'eſt auſſi avec $\frac{aa}{aa}$ ou l'unité; donc leur différence $\frac{aa}{YY}-1$ l'eſt auſſi avec 1. Mais par le *Corol.* 3. Si quelque $aa-RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, chaque YY de la ſuite poſtérieure infinie qui eſt après R, eſt continuellement incommenſurable avec aa; & par conſéquent aa l'eſt auſſi alors continuellement avec TT, & à plus forte raiſon a, l'eſt avec T, par toute l'étendue de la ſuite poſtérieure infinie des tangentes

T, correſpondantes aux ſinus *Y*, qui ſont après le ſinus donné *R*.



Corol. 8. Je conçois qu'un (1) cercle eſt diviſé en un nombre quelconque *g* de ſecteurs égaux que j'appelle primitifs, comme *BAL*, *LAC*, & que chacun de ces ſecteurs eſt diviſé en deux autres égaux, & ceux-ci encore en deux autres égaux, & ainſi à l'infini; puis des points *C* & *L* je tire ſur *AH*, les perpendiculaires *CR*, *LR*, elles feront les ſinus *Y* des angles *CAH*, *LAH*, & elles formeront la chorde *CL*; je tire ſemblablement des chordes par tout le ſecteur *BAL*, & par tous les autres ſecteurs primitifs, & j'appelle encore *n* le nombre des angles *CAH*, *HAL*, &c. contenus en chacun de ces ſecteurs, ſuppoſant la diviſion ſa

(1) FIG. III.

même que celle du Corol. 1er; puis je tire des tangentes paralleles aux chordes. Il eſt clair qu'à chaque diviſion, il ſe forme un polygone régulier inſcrit au cercle, & un autre ſemblable circonſcrit. Le nombre des côtés eſt en chacun $\frac{gn}{2}$; car chaque côté de l'inſcrit eſt $2Y$, & chaque côté du circonſcrit eſt $2T$. L'apoteme AR de l'inſcrit eſt $\sqrt{aa-YY}$ & celui du circonſcrit eſt, a; d'où l'on tire le circuit de l'inſcrit $= gny = \frac{gn\sqrt{2aa-2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$; & ſon aire $= \frac{gny\sqrt{aa-YY}}{2} = \frac{gnaR}{4}$ en mettant à la place de Y, ſa valeur tirée du lemme. Le circuit du circonſcrit ſera $gnT = \frac{gna\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$

& ſon aire ſera $\frac{gnaT}{2} = \frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{2\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$;

en mettant à la place de T, ſa valeur tirée du *Corol.* 5. où R repréſente la ſuite infinie des ſinus, a, A, B, &c. & n eſt ſucceſſivement $= b, b^2, b^3$, &c. C'eſt pourquoi ſi l'on appelle $P1^{er}$, l'air du polygone inſcrit qui correſpond à $Y1^{er}$, c'eſt-à-dire, le polygone primitif; car les R ou les Y qui entrent en l'expreſſion de la ſurface ou du circuit d'un même polygone quelconque, ſont du même ordre que ce polygone. $P2^{me}$ l'aire du polygone qui correſpond à $Y2^{me}$,

& ainſi de ſuite, &c. on aura, $P_{1^{er}} = \frac{gbaa}{4}$

$P_{2^{me}} = \frac{gb^2aA}{4}$ $P_{3^{me}} = \frac{gb^3aB}{4}$; & ainſi à l'infini. L'on déterminera ſemblablement l'aire du circonſcrit; puis leurs circuits; en mettant ſucceſſivement à la place de n & R les valeurs qui leur conviennent ſelon l'ordre des polygones ou des Y.

THÉOREME I.

Si l'on conçoit une ſuite de polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, telle qu'elle eſt déſignée dans le *Corol.* 8; & que le quarré d'un côté de quelque polygone φ, inſcrit, quel qu'il ſoit, ſoit incommenſurable avec le quarré du rayon du cercle; ou encore ſi l'excès $aa - RR$ du quarré du rayon ſur le quarré du ſinus de la moitié de l'angle central de quelque polygone inſcrit au cercle, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec le quarré du rayon du cercle, l'aire d'un polygone quelconque de la ſuite poſtérieure infinie ou qui eſt après φ, l'aire du polygone ſemblable circonſcrit, qui correſpond à l'inſcrit, & le quarré du diametre du cercle, ſont trois grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles; leurs circuits, & le diametre du cercle, ſont auſſi trois grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles.

DÉMONSTRATION.

Le côté d'un polygone quelconque inſcrit peut s'exprimer par $2R$, & ſon quarré par $4RR$, en ſuppoſant R indéterminé. Or, ſi $4RR$ eſt incommenſurable avec aa; RR l'eſt auſſi avec aa, & par conſéquent leur différence $aa - RR$ l'eſt auſſi avec aa: donc $aa - RR$ n'eſt pas alors un quarré parfait commenſurable avec aa, donc par le *Corol.* 3. chaque YY de la ſuite poſtérieure infinie eſt auſſi incommenſurable avec aa, & chaque Y de la même ſuite l'eſt avec a; & par le *Corol.* 6, chaque YY l'eſt avec TT, & chaque Y l'eſt avec T; & par le *Corol.* 7, chaque TT l'eſt avec aa; ou chaque T l'eſt avec a; or, quand deux grandeurs ſont incommenſurables, toutes les grandeurs commenſurables avec l'une des deux, ſont auſſi incommenſurables avec l'autre, donc les grandeurs qu'on vient de trouver incommenſurables avec a, ou avec aa, le ſont auſſi avec $2a$ diametre du cercle, ou avec $4aa$ ſon quarré. Mais l'aire d'un polygone quelconque inſcrit, celle du polygone ſemblable circonſcrit, puis le quarré du diametre du cercle, ſont par toute l'étendue de la ſuite poſtérieure infinie ou qui eſt après φ, comme YY, TT, $4aa$ dans le genre d'incommenſurabilité, entant que ces grandeurs ſont rationelles ou irrationelles en général; ou comme gnR, $2gnT$, $16a$ dans le rapport déterminé; & les circuits des mêmes polygones, puis le diametre du cercle ſont comme leurs racines, Y, Y, $2a$ dans le genre

d'incommenſurabilité ; donc ces aires & le quarré du diametre ſont trois grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles ; & à plus forte raiſon, les circuits des polygones, puis le diametre du cercle ſont auſſi trois autres grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles, par toute la ſuite poſtérieure des polygones inſcrits & circonſcrits.

Corol. 1. Si g eſt $= 4$, alors le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quarré, le ſinus, a, de l'angle central BAL qui en ſoutient un côté, eſt égal au rayon a ; ce qui donne par le lemme, le ſinus A, de la moitié de cet angle ou de 45 degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mais $aa - AA = \frac{2aa}{4}$ n'eſt pas un quarré, commenſurable avec aa, ou ce qui revient au même, $\sqrt{aa - AA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ eſt incommenſurable avec a ; donc par le théorême, l'aire d'un polygone quelconque inſcrit, celle du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diametre du cercle, ſont des grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles ; & les circuits des mêmes polygones & le diametre du cercle, ſont auſſi continuellement incommenſurables entr'eux ; ſi en la formule $\frac{gnaR}{4}$, des polygones inſcrits l'on ſubſtitue, 4, à la place de g, & les valeurs de, a, A, B, C, &c. ſucceſſivement à la place de R, l'on aura P1er $= 2aa$ ou l'aire du quarré, P2me $= 2aa$

$\sqrt{2}$ ou l'aire de l'octogone inscrit ; $P3^{me} = 4aa\sqrt{2-\sqrt{2}}$; ou la figure inscrite de 16 côtés ; $P4^{me} = 8aa\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$; & en inférant un $\sqrt{2}$ nouveau subalterne sous le dernier signe radical de chaque terme, l'on aura la suite infinie des aires des polygones inscrits ; & en général si l'on conçoit $b = 2$; $S =$ au nombre qui désigne l'ordre des polygones ou des Y ; & $K =$ au nombre, 2, engagé successivement sous autant de signes radicaux subalternes, qu'il y a d'unités dans $S - 1$, de telle sorte que le premier signe soit positif, le deuxiéme négatif, & tous les autres positifs, l'on aura continuellement $PS^{me} = b^{s-1}aaK$; & le nombre des côtés sera $2b^{s} = b^{s+1}$. Si l'on veut par exemple connoître l'aire d'un polygone inscrit du cinquante-deuxiéme ordre, l'on trouvera quelle est la moitié de 4, 503, 599, 627, 370, 496, aa multipliés par la valeur du nombre 2 engágé successivement sous cinquante & un signes radicaux subalternes, tout positifs excepté le second qui est négatif, & que le nombre des côtés du polygone est $2b^{52} = b^{53} = 9,007,199,254,740,992$. C'est-à-dire, que si l'on nomme les bilions après les milions, & que l'on donne trois chiffres à chaque expression, le nombre des côtés sera, neuf quadrillons, sept trilions, cent quatre-vingt-dix-neuf bilions, deux cens cinquante-quatre millions, sept cens quarante mille, neuf cens quatre-vingt-douze.

Corol. 2. Si g est $= 5$, le polygone primitif

inſcrit au cercle ſera un pentagone, & l'angle central *BAL* qui en ſoutient un côté, ſera de 72 degrés : & ſi l'on appelle encore, *a*, le rayon du cercle ou le côté de l'hexagone inſcrit au cercle, *Z* le côté inconnu du décagone inſcrit au même cercle, & *V* le côté inconnu du pentagone qui lui eſt inſcrit auſſi, l'on aura par la 9 du 13 d'*Euclid.* $Z = -\frac{a + a\sqrt{5}}{2}$; & par la 10 du même livre $V = \frac{a\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{2}$, dont la moitié eſt le ſinus de 36 degrés, ce qui donne par le *Corol.* 4, du lemme, le ſinus de 72 degrés $= \frac{a\sqrt{10 + \sqrt{5}}}{4} = a = R1^{er}$

Et comme ſon quarré $\frac{10aa + 2aa\sqrt{5}}{16}$ eſt incommenſurable avec *aa*, il eſt clair par le théorême que l'aire du polygone quelconque inſcrit, de la ſuite poſtérieure, l'aire du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diametre du cercle ſont continuellement incommenſurables, & que les circuits des mêmes polygones, & le diametre du cercle le ſont auſſi.

Corol. 3. Si *g* eſt $= 6$; le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un hexagone, & l'angle central *BAL*, qui en ſoutient un côté, eſt de 60 degrés, dont le ſinus eſt $=$ à la moitié $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ d'un côté du triangle équi-

latéral

latéral inſcrit au même cercle par la 12, du 13, d'*Eucl.* L'on a donc $\frac{a\sqrt{3}}{2} = a = R$ ier; ce qui donne par le *corol.* 1, du lemme, $A = \frac{a}{2}$; mais $aa - AA = \frac{3aa}{4}$ n'eſt pas un quarré parfait. Donc par le théorême premier, les aires des polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits, & le quarré du diametre du cercle ſont continuellement incommenſurables entr'eux ; leurs circuits, & le diametre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étendue énoncée dans le théorême. La ſuite des ſinus *R* ou a, *B*, *C*, &c. eſt $\frac{a\sqrt{3}}{3} = a$. $\frac{a}{2} = A$. $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = B$. $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}}{2} = C$; $\frac{a\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}{2} = D$ & ainſi à l'infini, en inſérant un nouveau $+\sqrt{2}$ devant le dernier nombre, qui eſt continuellement $+\sqrt{3}$. Où l'on voit que le nombre des ſignes radicaux ſubalternes eſt encore égal au nombre qui déſigne l'ordre des *Y*, ou des polygones, que le ſecond ſigne eſt encore négatif, & tous les autres poſitifs; d'où il eſt aiſé de déduire les aires & les circuits des polygones.

Corol. 4. Si *g* eſt = 15; le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quindécagone, & l'angle central *BAL* qui en ſoutient un côté eſt de 24 degrés. Si dans le cercle,

dont le rayon eſt a, l'on inſcrit un triangle équilatéral & un pentagone équilatéral auſſi, ayant tous deux un même point pour le ſommet commun d'un de leurs angles, & que du centre du cercle on tire une perpendiculaire, ou un apotême ſur un côté de l'une & de l'autre figure, oppoſé à l'angle dont le ſommet eſt commun, il eſt aiſé de voir que le quarré de la moitié de l'excès du côté $a\sqrt{3}$ du triangle, ſur le côté $\frac{a\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$ du pentagone, étant ajouté au quarré de l'excès de l'apotême $\frac{a\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{4}$ du pentagone, ſur l'apotême $\frac{a}{2}$ du triangle, font une ſomme égale au quarré du côté du quindécagone, & ainſi ce côté ſera

$$\frac{a\sqrt{8-\sqrt{30-6\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}{2},$$ dont

la moitié eſt le ſinus de 12 degrés, que j'appelle A. Ce qui donne par le *corol.* 4, du lemme, le ſinus a du double de cet angle, c'eſt-à-dire, le ſinus de 24 degrés $=$

$$\frac{a\sqrt{7+\sqrt{5}-\sqrt{30+6\sqrt{5}}}}{4} = R\,\text{I}er,$$ dont

le quarré eſt incommenſurable avec aa. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit des ſuites de polygones inſcrits & circonſcrits formés comme dans le *corol.* 8, par des ſous-diviſions ſous-doubles continues de l'angle central, les aires

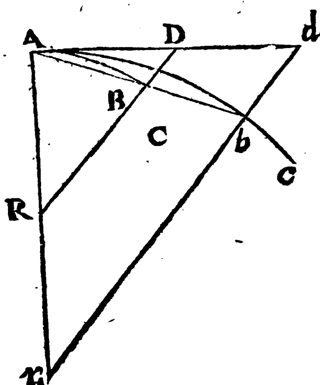
des polygones inſcrits & circonſcrits ſemblables, & le quarré du diametre du cercle ſont encore continuellement incommenſurables ; leurs circuits & le diametre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étendue énoncée dans le théorême.

De la ſection d'une courbe quelconque avec ſa chorde.

LEMME II.

Dans les Figures ſemblables tous les côtés qui ſe correſpondent mutuellement, ſoit rectilignes ſoit curvilignes, ſont proportionnels.

LEMME III.



(1) Si d'une courbe quelconque *ABC*, un arc quelconque *AB* donné de poſition eſt ſoutenu par la chorde *AB*, & qu'en quelque point *A* au milieu de la courbure continue, cet arc ſoit touché par une droite *AD* prolongée de part & d'autre, & que l'on ſuppoſe enſuite que les points *A* & *B*

(1) FIG. IV.

s'approchent l'un de l'autre, & se joignent ou s'unissent, je dis que, selon cette supposition l'angle rectiligne *BAD* formé par la chorde & la tangente, diminuera à l'infini, & qu'à la fin, c'est-à-dire, en la derniere diminution, il s'évanouira.

Car si cet angle ne s'évanouit point, l'arc *AB* contiendra avec la tangente, un angle égal à un angle rectiligne, & par conséquent la courbure au point *A*, ne sera point continue, ce qui seroit contre l'hypothèse.

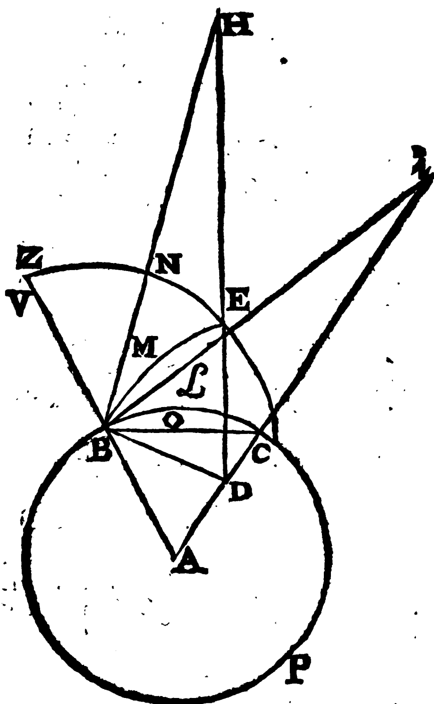
LEMME IV.

Les mêmes choses étant supposées, je dis que le dernier rapport mutuel de l'arc, la chorde, & la tangente est un rapport d'égalité.

Car soit au point *B* la droite *BR* perpendiculaire à la courbe *ABC*, & pendant que le point *B* s'approche du point *A*, que l'on conçoive que les droites *AB*, *AD*, sont continuellement prolongées vers les points *b* & *d* à une distance finie quelconque du point *A*. Soit tirée la droite *bd* parallele à la sécante *BD*; & soit la courbe *Abc* toujours semblable à la courbe *ABC*, & l'arc *Ab* toujours semblable à l'arc *AB*. Les points *A*, *B*, concourant, ou se joignant, l'angle *dAb* par le lemme 3, s'évanouira & par conséquent les droites toujours finies *Ab*, *Ad*, & l'arc *Ab* contenu entr'elles, tomberont l'un sur l'autre, & ces trois longueurs seront par conséquent égales. C'est pourquoi les droites *AB*, *AD*, & l'arc *AB* contenu entr'elles, leur étant proportionnels

s'évanouiront, & le dernier rapport qu'ils auront ſera un rapport d'égalité.

THÉOREME II.



Soit *BLC* l'arc d'une courbe quelconque,

(1) FIG. V.

dont *AZ DC I*, sont des perpendiculaires, & *Bi* une tangente. Je divise l'angle droit *VBE* en deux angles égaux, & je fais l'angle *iBC*, égal à l'angle *iBN*. Du point *B* comme centre sur le rayon *BC*, je décris l'arc *CNZ*. Je conçois que chaque angle du quart de cercle *VBE*, est divisé en deux autres égaux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux & ainsi à l'infini, & je conçois que l'angle *EBC* est toujours égal à l'un des angles de la dernière division du quart de cercle. L'arc *VNC* sera divisé en une infinité d'angles égaux, & l'angle *EBC* en sera un. Cela posé, je dis que la chorde *BC* ne rencontre la courbe *BLC*, qu'en un point géométrique & indivisible.

DÉMONSTRATION.

Si l'on conçoit que l'arc *BLC* devienne continuellement plus petit & que le point *C* soit le plus près de *B* qu'il soit possible, & tout prêt à s'évanouir, ou même qu'il s'évanouit, par la même raison le point *N* de la tangente du même arc sera aussi le plus près de *B* qu'il est possible, & tout prêt à s'évanouir, ou même il s'évanouira, & par conséquent dans l'instant que l'arc *BLC* est prêt à s'évanouir ou qu'il s'évanouit, cet arc, sa chorde & sa tangente sont par le lemme 4, une même section. L'on prouvera par un semblable raisonnement que dans l'instant que la chorde *BE*, est prête à s'évanouir, ou qu'elle s'évanouit, l'arc *BME* qu'elle soutient & la partie *BN* de la tangente *BH*

de cette courbe seront prêtes aussi à s'évanouir ou s'évanouiront, & puisque la chorde *BC* a une section commune avec la tangente *BE* & l'arc *BLC*; par la même raison la même ligne *BE* qui devient dans le second cas une chorde de l'arc *BME* égal & semblable à l'arc *BLC*, aura aussi une section commune avec l'arc *BME* & sa tangente *BN*, & cette section sera égale à celle qu'elle faisoit avec l'arc *BLC*, & avec la chorde *BC* du premier cas, à cause de la ressemblance & de l'égalité des arcs, des chordes, & des tangentes; & puisque la longueur de la section du premier cas, & celle du second se font en la même ligne *BE*, il est clair qu'elles ne sont qu'une même, donc la section que la ligne *BN* fait avec l'arc *BLC* est la même que celle qui se fait par la chorde *BC* avec le même arc *BLC*. Si l'on conçoit des arcs semblables sur chacun des autres rayons qui déterminent les angles du quart du cercle *VBE*; il est clair que *BV* deviendra la tangente du dernier arc, & que la section que cette droite *BV* fait avec le dernier arc est précisément la même que celle qu'elle fait avec le premier arc *BLC*; & la même encore que celle qui est faite par la premiere chorde *BC* avec le même arc *BLC*. Mais la section que *BV* ou *ABV* fait avec la courbe *BLC* est un point géométrique & indivisible, à cause qu'elle est perpendiculaire à la courbe *BLC* par la construction. Donc aussi la chorde *BC* ne coupe ou ne rencontre cette même courbe *BLC* qu'en un point géométrique & indivisible.

REMARQUE.

L'on pourroit former une queſtion, ſavoir ſi les côtés des polygones inſcrits & circonſcrits au cercle dont il eſt parlé dans le corollaire huitiéme du lemme premier ne deviennent pas vraiment la circonférence du cercle dans le cas de l'infini au moins du dernier genre, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit déterminer ſi l'incommenſurabilité ſubſiſte dans le cas de cet infini, autant qu'il eſt perceptible ſelon la teneur d'une telle diviſion.

Je dis que l'incommenſurabilité de ces polygones ſubſiſte, de telle ſorte qu'elle ne peut jamais ceſſer d'être.

1°. Soit, s'il eſt poſſible, quelque YY commenſurable avec aa, & que néanmoins quelque $aa-RR$ de la ſuite antérieure ou ſupérieure qui le précede ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa, il eſt clair qu'il faut qu'il y ait quelque terme où cette incommenſurabilité ceſſe, autrement cet YY qu'on allegue ſeroit encore incommenſurable avec aa, ce qui ſeroit contre l'hypothèſe. Que ce terme ou ſinus ſoit Y'; & que le terme ou ſinus ſupérieur ſoit R'. Il eſt évident que le quarré $R'R'$ ſera encore incommenſurable avec aa, puiſque par l'hypothèſe le changement commence au terme ſuivant qu'on appelle Y'. Mais l'on a par le lemme premier $Y' = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-R'R'}}}{2}$ & $Y'Y' = \frac{2aa - 2a\sqrt{aa-R'R'}}{4}$; & puiſque

$Y'Y'$ est commensurable par l'hypothèse ; sa valeur l'est aussi. Donc $\sqrt{aa-R'R'}$ n'est pas un nombre sourd, mais cela ne peut être, à moins que $R'R'$ ne soit commensurable avec aa ; il l'est donc en même temps & il ne l'est pas. Ce qui est impossible. Donc aussi cet $Y'Y'$ que l'on a pris où l'on a voulu, en l'extrêmité même de l'infini, si on le veut, regardant cet infini comme s'il avoit des extrémités, n'étoit pas commensurable avec aa. L'hypothèse qu'on faisoit, renfermoit donc une contradiction.

2°. Soit, s'il est possible, quelque YY commensurable avec TT, & que néanmoins quelque $aa-RR$ de la suite antérieure ou supérieure ne soit pas un quarré parfait commensurable avec aa. Leurs valeurs YY & $\frac{aaYY}{aa-YY}$ du *Corol.* 6, du lemme premier qui sont comme $aa-YY$ & aa ; le seroient aussi. Donc cet YY seroit commensurable avec aa, ce qui est impossible par l'article qui précede.

3°. Soit encore, s'il est possible, quelque TT commensurable avec aa, & que néanmoins quelque $aa-RR$ de la suite antérieure ou supérieure, ne soit pas un quarré parfait commensurable avec aa. Leurs valeurs $\frac{aaYY}{aa-YY}$ & aa, qui sont comme YY & $aa-YY$ le seroient aussi. Donc YY seroit aussi alors commensurable avec aa. Ce qui est impossible par l'article qui précede.

Si l'on fait $R=O$, toute la suite antérieure & postérieure des sinus se détruit, &

ainsi l'angle primitif donné par la premiere hypothèse, n'est plus par celle-ci ; ce qui marque la contradiction de cette seconde hypothèse. La raison est que RR désigne le quarré d'un des sinus antérieurs ou supérieurs, qui étoient tous positifs par l'hypothèse de leur génération. C'est donc une contradiction de supposer qu'il devienne nul. Ce que l'on peut voir d'une simple vue aux corollaires premier & troisiéme du théorême premier, où pour continuer la suite des sinus, l'on ne fait qu'introduire le nombre 2 sous un nouveau signe radical subalterne devant le signe radical du dernier chiffre, qui devient alors subalterne aussi à ce nouveau signe radical, & qui est toujours $\sqrt{2}$ au premier Corollaire, & $\sqrt{3}$ au troisiéme corol. & ces sinus ne peuvent s'anéantir que quand on inséreroit un $\sqrt{4}$ ou 2, à la place de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

Comme le rayon, a, du cercle a été supposé divisé en un nombre quelconque de parties égales, fini ou infini, quel que soit le genre d'infini, il est clair que si le nombre est entier, comme on le suppose, il peut être désigné par le nombre le plus grand possible de tous les infiniment grands que l'on puisse appercevoir ; donc le moindre sinus verse, s'il étoit possible qu'il y en eût, seroit désigné par le moindre de tous les nombres, c'est-à-dire, par l'unité linéaire ; & par conséquent le sinus droit qui lui correspond seroit encore alors un infiniment grand à son égard, & il le seroit par conséquent encore à l'égard de l'unité. Mais je veux par une hypothèse im-

possible, que R soit enfin égal à l'unité. L'on aura donc alors $\sqrt{aa-RR} = \sqrt{aa-1}$, c'est-à-dire, que cette grandeur seroit encore alors incommensurable, & par conséquent $Y = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa-RR}}}{2}$ le seroit encore alors; car l'unité ajoutée à un quarré parfait n'en fait jamais un. Enfin si les polygones semblables inscrits ou circonscrits devenoient vraiment la circonférence du cercle, dans le cas que leurs côtés seroient des infiniment petits, qu'on appelle du dernier genre, les mêmes polygones deviendroient alors égaux & par conséquent commensurables. Mais j'ai démontré ci-devant qu'ils ne peuvent le devenir en aucun cas; donc si l'on forme une égalité des valeurs des polygones, elle doit donner une contradiction, & c'est ce qui arrive. Car la formule générale des polygones inscrits est $\frac{gnaR}{4}$; & celle des polygones circonscrits est $\frac{gnaa\sqrt{a-\sqrt{aa-RR}}}{a\sqrt{a+\sqrt{aa-RR}}}$ si l'on en fait une égalité, elle donne la contradiction $R = \sqrt{-8}$. Ce qui marque que c'est un impossible que les polygones deviennent jamais égaux. Mais ils le deviendroient s'ils devenoient vraiment le cercle. C'est donc un impossible qu'ils deviennent vraiment le cercle.

Delà, il est évident que la circonférence du

cercle qui est ainsi infiniment approchée selon un genre quelconque déterminé d'infiniment petits, est incommensurable avec le diametre, & que l'aire du même cercle infiniment approchée selon le même ordre, est incommensurable aussi avec le quarré du même diametre.

Au reste mon dessein n'est pas ici d'attaquer la méthode des infiniment petits, qui peut d'ailleurs être d'un grand usage dans les Mathématiques, sur la détermination de diverses grandeurs, soit vraie, soit infiniment approchée ; tout ce que je me suis proposé est seulement d'indiquer ma pensée sur l'incommensurabilité de quelques polygones inscrits & circonscrits au cercle, & sur la commune section ou commun attouchement, d'une ligne droite & d'une courbe quelconque.

DE L'ACTION DES SELS

Sur différentes Matieres inflammables.

Par M. LEMERY le cadet.

(1) QUOIQUE les sels ne soient pas essentiellement inflammables, & que les seuls soufres ou huiles ayent cette propriété, cependant ils ne contribuent pas peu souvent à exciter & à augmenter très-fort l'inflamma-

---

(1) 25 Août 1713.

bilité des huiles qu'on a exposées au feu. M. *Homberg* nous a même fait voir ici qu'on pouvoit faire enflammer certaines huiles avec quelques esprits acides, sans le secours du feu; mais tous les sels ne font pas le même effet; car il y en a un grand nombre qui diminuent, ou empêchent l'inflammation des matieres sulfureuses exposées au feu, & l'on remarque que les mêmes acides qui sont assez puissans pour allumer sans feu les huiles essentielles, non-seulement ne font rien sur des résines naturellement très-inflammables, mais encore qu'ils les empêchent totalement de s'enflammer tant qu'ils demeurerent unis à ces résines; comme mon frere l'a prouvé dans un Mémoire lû en 1711.

Ces observations curieuses de Chimie m'ont fait naître le dessein d'en faire d'autres sur le même sujet, & d'examiner avec soin l'action particuliere de plusieurs sortes de sels sur différentes matieres sulfureuses, & j'ai tâché par le secours des expériences de rendre raison de quelques phénomenes singuliers dont la méchanique n'a point encore été expliquée, & qui méritent bien d'être éclaircis.

Pour suivre un certain ordre dans ces expériences, j'ai pris différens soufres ou huiles tirées tant des minéraux que des végétaux & des animaux, comme le soufre commun, l'huile de Pétrole, l'huile d'amandes douces, le suif, la graisse de porc & plusieurs autres. J'ai jetté une portion de chacune dans un creuset rougi au feu, pour observer quel est leur degré naturel d'inflam-

mabilité ; ensuite j'y ai mêlé à différentes proportions plusieurs sels, comme l'alun, le borax, les vitriols desséchés, le sel commun : j'ai trouvé que tous ces sels diminuoient considérablement l'inflammabilité des soufres, & qu'ils ne brûloient qu'à mesure qu'ils se dégageoient des sels.

Les sels fixes des végétaux & des animaux ont produit le même effet.

Les sels urineux étant fort volatils, je crus qu'ils pourroient exciter un effet différent de ceux dont on vient de parler. J'en mêlai donc avec les huiles en différente quantité, mais elles n'en brûlerent pas plus vîte, & même quand j'en mettois le double, ou le triple, la flamme en étoit beaucoup affoiblie.

Il n'arriva pas la même chose du salpêtre que j'employai ensuite. Car en quelque proportion que je le mêlasse avec les mêmes soufres dont j'ai parlé, il augmenta si fort le volume & la vivacité de la flamme, qu'il la fit toujours sortir du creuset avec une violence très-considérable.

Tout le monde sait que quand on jette de ce sel sur des charbons ardents, il s'en éleve aussi-tôt une grande flamme, à peu près de même, & encore plus vivement que quand on y jette une matière sulfureuse, ce qui avoit fait croire qu'il étoit véritablement inflammable comme les huiles ; mais si cela étoit, quand on le verse dans un creuset rougi au feu, il devroit s'y enflammer comme le font en pareil cas toutes les matieres inflammables, sans excepter même celles qui étant versées sur un charbon ardent, n'y,

produisent pas, à beaucoup près, une flamme aussi considérable que celle qu'y excite le salpêtre.

Au reste, il est inutile, pour expliquer l'effet du salpêtre sur les matieres sulfureuses, de supposer dans sa composition un soufre; car quand il en contiendroit, il auroit cela de commun avec plusieurs autres sels, dans lesquels nous en appercevons, & qui cependant bien loin d'être inflammables, éteignent plutôt la flamme qu'ils ne l'augmentent, tels sont le sel commun, le vitriol, & même le crystal de tartre dont on retire une très-grande quantité d'huile. D'ailleurs on ne peut pas dire que l'acide du vitriol & l'esprit de nitre soient inflammables parce qu'ils font enflammer certaines huiles essentielles.

Nous ferons voir dans la suite que ce n'est point la prétendue inflammabilité du salpêtre qui donne lieu à l'effet dont il s'agit, & que ce sel opere par une méchanique bien différente.

Comme le salpêtre se réduit par l'analyse en un esprit acide très-actif & très-corrosif, & en une matiere fixe & terreuse; je me suis imaginé d'abord que ce n'étoit qu'à raison de cet acide que le salpêtre en substance agissoit si violemment sur nos huiles, d'autant plus que cet acide dégagé de sa partie terreuse, comme il l'est dans l'esprit de nitre, étoit alors assez puissant pour faire enflammer sans le secours du feu certaines huiles essentielles.

Dans cette vue j'ai versé de l'esprit de

nitre sur nos huiles déja enflammées dans le creuset & sur les charbons ardens, & j'ai remarqué qu'il n'opéroit rien de sensible sur le soufre commun, qu'il fusoit un peu avec les huiles, mais qu'il les éteignoit entiérement quand on y en versoit jusqu'à un certain point, & que quoiqu'il fusât légerement sur les charbons ardens, la place où il avoit été versé, même en petite quantité, en devenoit noire, & enfin cet esprit n'a produit sur toutes ces matieres aucun effet comparable à celui du salpêtre.

Ce qui m'a donné encore un nouveau sujet d'étonnement, c'est que le même esprit de nitre qui éteint les charbons ardens & la flamme de nos huiles, augmente beaucoup celle de l'esprit de vin, quoiqu'il y ait été mêlé en assez grande quantité; & que le salpêtre qui excite si fort l'inflammabilité de nos matieres huileuses, ne produit pas, à beaucoup près, sur l'esprit de vin un effet aussi considérable sur ces huiles, & même y agit moins que l'esprit de nitre.

Il s'agit présentement de faire voir 1°. de quelle maniere le salpêtre augmente si fort l'inflammabilité du soufre commun, & des autres matieres inflammables dont il a été parlé.

En second lieu, pourquoi les autres sels que j'ai nommés ne le font point, ou font même tout le contraire.

Et en troisiéme lieu, par quelle raison le salpêtre & l'esprit de nitre, qui n'est autre chose que l'acide dégagé de la partie terreuse de ce sel, agissent si différemment dans certains cas.

Pour avoir une idée nette de l'action du salpêtre sur les soufres, faisons attention, 1°. que quand il a été poussé par un feu suffisant, de sel moyen qu'il étoit il devient sel alkali, parce que le feu lui a enlevé beaucoup d'acides, & qu'il devient par-là en état d'en recevoir de nouveaux à la place de ceux qu'il a perdus, ce qui fait le caractere du sel alkali.

Nous remarquerons 2°. que quand on a mêlé avec le salpêtre quelque matiere inflammable, il ne lui faut ni un aussi grand feu, ni un aussi long temps que dans l'expérience précédente pour devenir très-alkali, parce que le soufre est alors un véhicule très-puissant pour dégager & exalter les acides nitreux.

3°. Il faut observer que quand le salpêtre a brûlé dans un creuset avec une matiere fort chargée d'acides comme le soufre commun, il perd bien par cette opération une grande quantité de ses acides, mais il en regagne d'autres qui lui viennent du soufre commun. La preuve qu'il perd beaucoup de ses acides propres pendant cette opération, se déduit naturellement des deux expériences précédentes, qui font voir clairement que le salpêtre en doit perdre, & en perd effectivement quand il a été exposé à l'action du feu, & sur-tout avec un intermede sulfureux, tel que celui qu'il rencontre abondamment dans le bitume du soufre commun. Enfin ce qui acheve cette preuve, c'est que le salpêtre après cette opération perd beaucoup de son poids.

Pour faire voir présentement qu'à la place des acides nitreux, il s'en est introduit d'autres dans le salpêtre qui appartiennent au soufre commun ; c'est qu'après l'opération, au lieu d'être devenu alkali, comme il le devient dans les deux premieres expériences que nous avons rapportées, on le retrouve toujours sel moyen, c'est-à-dire, hors d'état de fermenter avec les acides ; mais ce sel moyen, qui est le polychreste ordinaire, est bien différent de ce qu'il étoit auparavant ; car il ne produit plus aucun des effets particuliers au salpêtre, à cause des acides vitrioliques dont il se trouve alors revêtu ; & en effet on peut avec le nitre fixé par les charbons & de l'esprit de soufre produire un sel tout à fait semblable en nature & en effets au sel polychreste.

Au reste on ne sera point surpris que dans l'opération du sel polychreste le salpêtre perde ses acides & en regagne d'autres, si l'on considere que l'acide du soufre aussi bien que celui de l'alun, & du vitriol, s'éleve très-difficilement par le feu, au lieu que celui du nitre s'éleve par la même voie avec une très-grande facilité, comme on peut s'en assurer en faisant évaporer de l'esprit de soufre & de l'esprit de nitre, ce qui avoit peut-être fait dire que l'un étoit un acide volatil, & l'autre un acide fixe.

Cela étant, quand le salpêtre & le soufre commun brûlent ensemble dans un même creuset, les acides du nitre doivent s'élever bien plus promptement que ceux du soufre ; & ces derniers se trouvant encore arrêtés par les pores vuides de la partie fixe du salpêtre qui est devenue alkaline, & qui les absorbe,

ils sont obligés de laisser échapper la matiere bitumineuse à laquelle ils étoient unis, & de se livrer au nouveau sel, qui les retient d'autant plus facilement, qu'ils ont déja par eux-mêmes peu de disposition à s'exalter.

Ceci posé, il ne me paroît pas difficile d'expliquer comment le salpêtre augmente si fort la flamme du soufre commun, & produit une détonation si considérable; car premiérement la partie fixe du salpêtre, dérobant à la partie bitumineuse du soufre commun, une portion des acides, qui, par leur poids, la fixoient en quelque sorte, & l'empêchoient de s'élever aussi aisément qu'elle auroit fait sans cela, ce bitume doit rentrer par cette perte dans sa volatilité naturelle, & par conséquent s'exalter plus facilement. En second lieu, puisque l'esprit de nitre peut bien sans le secours du feu faire enflammer les huiles qui ne contiennent point, ou qui contiennent peu d'acides, il suit naturellement de cette observation que dans l'opération que nous avons à expliquer, le bitume du soufre ayant été dépouillé d'une partie de ses acides vitrioliques, par la partie fixe du salpêtre, il se trouve par-là plus en état de recevoir l'impression des acides du nitre, qui s'élevant en l'air avec ce bitume, le doivent pénétrer très-facilement, & exciter par-là d'autant mieux son inflammabilité, que le feu aide encore à raréfier & atténuer cette matiere.

A l'égard des autres corps sulfureux dont le salpêtre augmente beaucoup l'inflammabilité, comme sont le charbon, & plusieurs autres matieres qui ont été rapportées, ce sel

y agit de la même maniere que ſur le ſoufre commun. Il eſt vrai que ces matieres ne contiennent pas toutes autant d'acides que le ſoufre commun, mais elles en contiennent toujours aſſez dans leur état naturel, pour que l'acide du nitre ne puiſſe pas alors y être admis & y exciter une fermentation. En effet j'ai remarqué qu'aucunes de ces huiles n'étoient ſenſiblement pénétrables à l'eſprit de nitre, & pour qu'elles le deviennent il faut que l'acide qu'elles contiennent naturellement en ait été enlevé; c'eſt auſſi ce qui arrive quand on les mêle avec le ſalpêtre en ſubſtance dans notre opération; car la partie fixe de ce ſel, en abſorbant les acides de l'huile, le prépare en quelque ſorte à donner un paſſage libre aux acides nitreux, qui ſans cela n'y auroient eu aucun accès, & n'y auroient produit aucun effet.

Pour avoir donc une idée nette de la maniere dont le ſalpêtre groſſit ſi fort le volume de la flamme d'une matiere huileuſe ſur laquelle il a été verſé, il ne faut pas ſeulement s'imaginer qu'il produiſe cet effet en raréfiant ſimplement les parties huileuſes déja enflammées, il le fait encore en excitant l'inflammabilité de celles qui ne l'étoient point, & qui s'exhaloient avec la flamme en forme de fumée, ou de vapeur. Ce ſont ces parties non enflammées qui produiſent la ſuie qui eſt elle-même une matiere inflammable, & qui ne ſeroit point telle ſi elle eût été déja véritablement enflammée; car alors le tiſſu de ſes parties auroit été détruit, & auroit perdu ſa propriété inflammable.

Après tout on n'aura pas de peine à concevoir que toutes les parties huileuses exposées à un même feu ne s'enflamment pas également, si l'on considere que quelques-unes peuvent être plus chargées d'acides que d'autres, & par conséquent résister davantage à l'action du feu; mais quand on y a versé du salpêtre, la vapeur sulfureuse monte avec moins d'acides, & en trouve en son chemin de nouveaux qui excitent son inflammabilité, ce qui augmente beaucoup la quantité des parties enflammées & par conséquent la grandeur du total de la flamme.

La vérité de ce que j'avance paroît clairement quand on verse du salpêtre sur un charbon ardent qui ne jette aucune flamme; car il s'élevoit de ce charbon une vapeur sulfureuse qui faute d'être enflammée ne produisoit aucune lueur, mais dès qu'elle a été préparée, & atténuée par le salpêtre de la maniere que nous l'avons déja expliquée, elle s'enflamme tout d'un coup & avec une vivacité très-considérable.

La méchanique dont le salpêtre opere sur les matieres sulfureuses étant bien entendue, on appercevra facilement pourquoi les autres sels dont il a été parlé ne produisent pas un effet semblable en pareil cas, & souvent même en produisent un tout opposé. Car premiérement, l'alun & le vitriol sont deux sels moyens chargés tous deux d'un même acide vitriolique qui, suivant ce qui a déja été dit, s'évapore avec une très-grande peine par le feu, & qui s'éleve encore bien plus difficilement quand il est engagé dans sa matrice

terreuſe qui l'y retient ſi fort, qu'en quatre jours entiers d'un feu très-violent, & ſans diſcontinuation, l'alun & le vitriol perdent moins de leurs acides que le ſalpêtre n'en perd des ſiens en huit ou dix heures; de plus on ſait que quand on pouſſe dans une même cornue le ſalpêtre & le vitriol, pour faire l'eau forte, le ſalpêtre après un certain temps ſe trouve dépouillé de ſes acides, pendant que le vitriol n'en a point, ou preſque point perdu: ce qui marque ſenſiblement, non-ſeulement que le ſalpêtre peut agir où ces autres ſels n'ont point d'action, mais encore d'où peut procéder l'inaction particuliere de ces ſels dans la circonſtance préſente; car s'il leur faut un temps ſi conſidérable, pour laiſſer échapper les acides qui pourroient être propres à produire quelqu'effet ſur la vapeur ſulfureuſe dont il s'agit, & ſi ces acides tous dégagés ne s'élevent encore que fort peu à cauſe de leur peſanteur naturelle, toute la vapeur ſulfureuſe ſe trouvera épuiſée avant que ces acides ayent commencé à ſe dégager, & ſuppoſé qu'il s'en échappe, ce ſera en petite quantité, & peut-être empêcheront-ils encore la vapeur de s'élever auſſi haut qu'elle le pourroit faire naturellement.

En un mot, ſi pendant que l'huile brûle, il ne ſe fait pas dans le vitriol & l'alun une décompoſition ſuffiſante, la flamme ne doit point augmenter; car dans notre hypothèſe l'acide du ſel doit quitter ſa matrice terreuſe pour aller porter ſon action ſur la vapeur ſulfureuſe, & l'acide de l'huile doit l'abandonner, pour s'unir à la matrice terreuſe du ſel,

qui ne devient propre à recevoir cet acide, qu'autant qu'elle a perdu auparavant de ses acides propres.

Il suit encore de cette hypothèse que les sels alkali tant fixes, que volatils, & que l'esprit de nitre ne doivent rien faire, ou faire peu de chose sur la flamme de nos matieres huileuses; car si le sel alkali peut bien enlever à l'huile quelques acides, il n'en fournit point d'autres à la vapeur sulfureuse qui s'éleve, ce qui est néanmoins une circonstance essentielle pour exciter un effet sensible d'inflammabilité : on peut même dire que comme ces sels versés dans le creuset avec l'huile partagent avec cette matiere l'action du feu, elle en doit recevoir par-là une moindre impression que si ces sels n'y étoient pas, de plus ils peuvent encore en chargeant la matiere huileuse sur laquelle ils sont versés empêcher qu'elle ne s'éleve si facilement qu'elle le feroit sans mêlange, aussi remarque-t-on que l'huile ne brûle dans toute sa force que quand elle surnage ces sels, & qu'elle les a précipités en quelque sorte au fond du creuset, & comme les sels volatils alkali ne chargent pas tant les parties huileuses que les fixes, ils ne produisent pas une diminution de flamme si sensible.

Pour l'esprit de nitre s'il contient les acides nécessaires pour exciter l'inflammabilité de la vapeur sulfureuse, il lui manque la partie fixe & terreuse des sels alkali sans laquelle la vapeur sulfureuse ne peut être suffisamment préparée à recevoir l'impression des acides, quand elle en contient déja un fort grand

nombre. De plus comme l'eſprit de nitre quelque déflegmé qu'il ſoit contient toujours beaucoup de parties aqueuſes qui s'y trouvent toutes développées, le premier effet de ces parties aqueuſes eſt d'éteindre la flamme, & ainſi quand ces acides nitreux pourroient faire quelqu'effet ſur la vapeur ſulfureuſe, comme cet effet ſeroit bien peu de choſe à cauſe de la grande quantité d'acides que cette vapeur ſulfureuſe contient déja par elle-même, les parties aqueuſes éteindroient encore plus de parties ſulfureuſes que les acides n'en pourroient allumer.

Les acides contenus dans l'eſprit de nitre manquant du ſecours des ſels alkali pour exciter l'inflammabilité des huiles chargées de beaucoup d'acides, & d'un autre côté les ſels fixes ne pouvant produire d'effet ſenſible ſur ces mêmes huiles ſans le ſecours des acides nitreux, ces deux matieres unies enſemble & verſées enſuite ſur nos huiles doivent l'enflammer comme le ſalpêtre, & par conſéquent produire par leur union ce que chacune en particulier n'étoit pas capable de faire. C'eſt auſſi ce que l'expérience juſtifie parfaitement.

Le ſel de tartre au contraire ou le nitre fixé par les charbons qu'on ſaouleroit d'acides vitrioliques, ne doit rien faire, & ne fait rien effectivement ſur les huiles enflammées, parce qu'il n'y a que les acides nitreux qui dans la circonſtance préſente ayent aſſez de volatilité pour pouvoir opérer ſur la vapeur des matieres ſulfureuſes.

Suivant ce raiſonnement j'ai cru que comme

me les sels essentiels sont des sels moyens qui contiennent beaucoup d'acides, & une partie fixe & terreuse; ceux qui donnoient des indices de sels nitreux, qu'il est facile d'appercevoir par un certain frais qu'ils excitent sur la langue, devoient produire précisément le même effet que le salpêtre, & c'est ce que j'ai reconnu par l'expérience dans les sels d'oseille, & de chardon bénit; le crystal de tartre au contraire, qui est une espece de sel essentiel, & qui ne donne pas les mêmes indices d'acides nitreux n'a rien fait de semblable, ce qui marque encore davantage la vérité de notre explication sur l'action différente des sels dont il a été parlé.

Je me suis encore imaginé que le sel volatil de succin étant acide, & s'élevant avec assez de facilité il pourroit bien être composé d'un acide nitreux, d'autant plus qu'une autre espece d'acide ne lui auroit peut-être pas permis de s'élever si facilement; je l'ai donc mis en expérience, & il a toujours excité l'inflammabilité de nos matieres huileuses, mais comme il contient moins de parties terreuses, & absorbantes que le salpêtre, il n'a pas fait une détonation si forte que ce sel.

A l'égard du borax que j'ai employé, il n'est pas étonnant qu'il produise le même effet que les sels alkali; car quelque violence de feu qu'on lui donne, il ne se décompose presque point, & il fournit tout au plus un peu de liqueur légerement alkaline & jamais acide.

Il ne reste plus qu'à expliquer pourquoi le salpêtre qui produit un effet si prompt, & si considérable sur le soufre commun, & sur les

huiles grossieres, agit infiniment moins sur l'esprit de vin, en quelque proportion qu'il y ait été mis, & pourquoi l'esprit de nitre qui n'a point d'action sensible sur les unes, & qui sur les autres en a bien moins que le salpêtre, agit bien davantage que ce sel sur l'esprit de vin.

Pour concevoir cette différence, faisons attention que l'esprit de vin est une huile très-exaltée, dont les parties sulphureuses ont été si fort atténuées par la fermentation, qu'elles se sont dégagées des parties grossieres & salines qui pouvoient mettre obstacle à leur inflammabilité, & à leur élévation; or, quand on y mêle le salpêtre, la partie fixe de ce sel ne trouvant pas beaucoup d'acides à absorber, elle n'y produit pas à cet égard une grande altération, & quant à la partie volatile du salpêtre qui consiste dans ses acides, comme elle ne se dégage & ne monte pas assez abondamment & assez vîte pour suivre toutes les parties sulphureuses de l'esprit de vin, qui par elles-mêmes s'élevent, & s'enflamment avec une grande facilité, on n'apperçoit pas alors une augmentation fort considérable dans la flamme, mais quand on se sert de l'esprit de nitre comme cette liqueur contient un grand nombre d'acides tous dégagés, ils peuvent tout d'un coup, & d'autant mieux faire impression sur toutes les parties de l'esprit de vin que cet esprit fermente naturellement, & très-fort avec l'esprit de nitre, aussi dans notre opération remarque-t-on au fond du vaisseau une grande ébullition, qui rarefiant la matiere dès le commencement, la dispose dès-lors à s'enflammer

& à s'élever avec plus de violence, & c'est pour cette raison que la flamme de bleue qu'elle étoit devient très-rouge, & très-ardente.

Au reste la partie aqueuse de l'esprit de nitre qui avec les huiles grossieres est un obstacle à leur inflammabilité, & souvent même les éteint, comme il arrive en plusieurs occasions, & entr'autres au charbon ardent, où la place sur laquelle a été versé l'esprit de nitre devient noire de rouge qu'elle étoit. Cette partie aqueuse, dis-je, ne produit pas le même effet sur la flamme de l'esprit de vin : la raison m'en paroît être que les huiles grossieres s'élevent moins aisément par le feu que le flegme, & ainsi quand l'esprit de nitre a été versé sur ces huiles, la partie aqueuse de cet esprit s'élevant par l'action du feu au-dessus des huiles, les étouffe & les empêche de s'enflammer; mais comme l'esprit de vin monte avant le flegme quand il est poussé par le feu, il laisse au fond du vaisseau, la partie aqueuse de l'esprit de nitre, qui ne pouvant atteindre en assez grande quantité à la flamme de l'esprit de vin, accrue encore par le mêlange des acides nitreux, n'apporte aucune altération à cette flamme.



OBSERVATIONS

Sur différentes Maladies.

Par M. MERY.

(1) IL est si ordinaire de voir les intestins passer par les anneaux des muscles du ventre, & descendre dans le scrotum, qu'il n'y a point de Chirurgien, pour peu expérimenté qu'il soit, qui n'en ait connoissance. Mais il est si rare de voir des hernies de vessie, que je ne connois aucun Auteur qui en ait fait mention. Je vais en rapporter trois que j'ai observées. Voici la premiere.

Il y a quatre ans, ou environ que je fus appellé dans une maison Religieuse pour voir le Général de sa Congrégation, il avoit beaucoup de peine à uriner. Ce fut pour cette difficulté qu'il souhaita d'avoir mon avis, espérant de recevoir par mon moyen quelque secours. Après avoir entendu le rapport qu'il me fit de son incommodité, je lui représentai qu'il étoit nécessaire que j'examinasse ses parties naturelles, sans quoi je ne pouvois pas reconnoître sa maladie. Il y consentit volontiers.

En les examinant je remarquai dans le côté droit du scrotum une tumeur fort considérable par son volume, dans laquelle je sentis une fluctuation manifeste au toucher; delà je

(1) 17 Juin 1713.

jugeai d'abord que la liqueur qui la formoit, étoit renfermée dans les membranes propres du testicule droit, ce qui fait la vraie hydrocelle. Mon opinion me paroissoit d'autant plus certaine, que les membranes communes des bourses étoient minces & sans transparence, au lieu qu'elles deviennent fort épaisses & luisantes, quand leur tissu est abreuvé de sérosité, ce qui fait une œdématie particuliere qu'on appelle fausse hydrocelle. Mais ce S. Religieux me tira aussi-tôt de mon erreur; car en comprimant devant moi la tumeur avec ses deux mains, il en fit sortir l'urine par le canal de la verge, & l'enflure disparut entiérement; ce qui me fit aussi-tôt changer de sentiment. Je lui avouai ma surprise, en l'assurant qu'il avoit certainement une descente de vessie, que son fond avoit passé par les anneaux des deux muscles obliques & du muscle traverse du ventre, & que l'urine dont il se remplissoit, produisoit la tumeur dont il étoit affligé. Enfin je lui représentai qu'il n'y avoit point de remede à son incommodité, parce que la vessie devoit être adhérente à la surface intérieure du scrotum, comme se trouve ordinairement le péritoine prolongé jusqu'aux bourses, dans les descentes ordinaires, soit de l'épiploon ou des intestins, qu'ainsi il étoit absolument impossible de réduire la vessie dans sa place naturelle. Je lui conseillai de porter seulement un suspensoir.

En sortant du Monastere, je dis au Frere infirmier, qui m'accompagnoit, que depuis que je pratiquois la Chirurgie, je n'avois rien vu de si monstrueux. Je le priai de me faire le plaisir

de me permettre d'examiner cette descente de vessie après la mort de ce Religieux qui avoit plus de quatre-vingt ans. Ce Frere est Apoticaire & Chirurgien de la maison, & comme il n'avoit pas moins de curiosité que moi de connoître un fait si extraordinaire, il n'eut pas de peine à m'accorder la grace que je lui demandois; quoiqu'il ne soit point permis de faire l'ouverture du cadavre d'aucun Moine, moins encore de celui d'un Général. Cependant il me promit de me faire avertir de sa mort si-tôt qu'il seroit décédé, ce qu'il fit peu de temps après.

Etant arrivé au Monastere, nous allâmes seuls dans une des chambres de l'infirmerie où le corps du défunt étoit en dépôt, & là j'ouvris le ventre & les bourses. Nous remarquâmes que la vessie étoit effectivement adhérente dans le scrotum de même qu'ailleurs, comme je l'avois jugé auparavant. Sa figure représentoit celle d'une gourde, qui est une espece de courge dont les pauvres voyageurs se servent pour mettre & conserver leur boisson. Le fond de la vessie qui en faisoit la partie la plus évasée, occupoit le côté droit du scrotum, son milieu en faisoit la partie la plus étroite; parce qu'il étoit resserré dans les anneaux des muscles du ventre, sa fin avoit plus de capacité; mais moins que son fond; elle étoit placée dans la partie antérieure de la région hypogastrique, comme à l'ordinaire; son fond étoit recouvert du dartos, son milieu des muscles du ventre, le reste du péritoine, de sorte qu'elle étoit jointe à toutes ces parties qui l'environnoient.

Nous examinâmes ensuite les viscères ren-

fermés dans la capacité du ventre, nous les trouvâmes tous dans leur état naturel, excepté qu'un des inteſtins étoit tombé dans le côté gauche du ſcrotum. Nous finîmes cet examen par la véficule du fiel qui renfermoit une pierre compoſée de pluſieurs couches poſées les unes ſur les autres. La figure de cette pierre étoit ronde; elle avoit ſept à huit lignes de diametre en tout ſens. Elle ne peſoit cependant qu'un gros & ſix grains. Sa couleur & ſa conſiſtance étoient ſi ſemblables à du charbon de terre, qu'on l'auroit priſe pour un morceau de ce minéral, & s'y tromper, en ignorant le lieu où elle s'étoit formée.

Seconde Observation.

La ſeconde deſcente de veſſie que j'ai vue dans l'Hôtel-Dieu à une pauvre femme groſſe de cinq à ſix mois, n'étoit pas moins extraordinaire que celle que je viens de rapporter. Cette femme urinoit avec beaucoup de peine. En l'examinant je lui trouvai une tumeur d'un volume plus gros que celui d'un œuf de poule. Cette tumeur étoit ſituée entre l'anus & la partie inférieure de l'orifice externe de la matrice. En la tâtant, j'apperçus quelques gouttes d'urine ſortir par l'uretre. D'où je conjecturai que cette tumeur pouvoit être cauſée par l'urine qui ſéjournoit dans le fond de la veſſie déplacée. Pour mieux m'en aſſurer, je comprimai peu à peu la tumeur, & elle diſparut entiérement, toute l'urine qu'elle contenoit s'étant écoulée par le canal

de la vessie. Cet événement changea mon soupçon en une entiere certitude. Voilà le fait tel que je l'ai remarqué.

Je vais examiner maintenant quelle étoit la cause de la grande difficulté & de la douleur que souffroit cette pauvre femme depuis sa grossesse en urinant. Si on fait réflexion que quand elle pissoit sa tumeur ne disparoissoit point, il sera aisé de juger que cette difficulté & cette douleur ne pouvoient être causées que par l'augmentation du volume de la matrice, qui pressant le milieu du corps de la vessie entre le vagin & le rectum, empêchoit l'urine de sortir du fond de la vessie descendu entre ses parties, ce qui rendoit les efforts, que faisoient les fibres de la vessie pour chasser l'urine de la tumeur, laborieux & inutiles.

TROISIÉME OBSERVATION.

Depuis peu j'ai vu à une personne de qualité une descente de vessie, semblable à la premiere dont j'ai parlé. Cet homme de considération portoit un bandage d'acier, suivant en cela l'avis de ceux qu'il avoit consultés, & qui avoient pris son incommodité pour une entérocelle, ou chûte d'intestin dans les bourses. Je lui conseillai de quitter son bandage; parce qu'en comprimant le milieu du corps de la vessie contre les os pubis, il empêchoit la partie de l'urine contenue dans son fond, de remonter du scrotum dans le reste de la cavité de la vessie pour prendre la route du canal de la verge. Il me crut,

& se trouva beaucoup mieux qu'auparavant.

Une preuve convaincante que la tumeur du scrotum étoit produite par un amas d'urine, & non par l'intestin, comme on se l'étoit imaginé, c'est que toutes les fois que cet homme ôtoit son bandage pour faire rentrer sa prétendue descente d'intestin en comprimant les bourses, il urinoit en abondance, après quoi il se trouvoit toujours fort soulagé. Mais quoiqu'il rappliquât ensuite son bandage, il n'empêchoit pas cependant que l'urine ne recoulât goutte à goutte dans le scrotum, & ne reformât la tumeur comme auparavant. Ce qui ne seroit pas arrivé, si la chûte de l'intestin en avoit été la cause; parce que le bandage bien appliqué, comme il étoit, l'auroit certainement empêché de descendre dans les bourses.

Quelque difficile qu'il soit de juger, si une hernie de vessie peut se faire par son relâchement, comme se fait ordinairement la descente des intestins; ou si c'est un effet de la premiere conformation, je vais néanmoins hasarder sur cela mon sentiment, que j'abandonne à la critique des experts en Chirurgie.

La vessie ne peut s'étendre qu'en se remplissant d'urine. Quand l'écoulement de cette liqueur est supprimé, sa capacité s'augmente jusqu'à pouvoir contenir deux à trois pintes d'urin , ce que j'ai vu. M. *Tibault*, mon confrere, m'a assuré en avoir tiré, en une seule fois, jusqu'à quatre pintes & demie, bien mesurées. Or, il est visiblement impossible, qu'avec un si prodigieux volume, la

vessie puisse passer par les anneaux des muscles du ventre, qui sont si étroits, qu'ils ne sont capables naturellement, que de donner passage aux vaisseaux spermatiques dans l'homme, & aux ligamens de la matrice dans la femme. D'ailleurs ces anneaux sont fermés par le péritoine. Il est donc certain que la vessie étant pleine, ne peut les traverser. Ainsi il y a bien de l'apparence que l'hernie de vessie vient plutôt d'un vice de conformation que de son relâchement.

Elle est absolument incurable, parce que le fond de la vessie étant uni aux membranes des bourses, dans lesquelles il est renfermé, il ne peut être réduit dans sa situation ordinaire. Donc lorsque la vessie est dans sa place naturelle, elle ne peut aussi en sortir pour descendre dans le scrotum; parce que son fond est suspendu par l'ouragué à l'ombilic, ses côtés attachés aux arteres ombilicales, la partie antérieure de son corps jointe aux aponeuroses des muscles du ventre, & sa patrie postérieure unie au péritoine.

Cependant MM. *Litre* & *Rouault*, Anatomistes de l'Académie, m'ont objecté, pour éluder ces raisons, que la vessie en s'étendant devient flottante dans la capacité du ventre, comme le sont naturellement les intestins; qu'ainsi elle peut alors descendre, aussi bien qu'eux, dans les bourses, & être réduite. Si cela pouvoit se faire, comme ils se l'imaginent, la vessie devroit forcer la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muscles, de sorte qu'on la trouveroit toujours séparée du cul-de-sac que formeroit le péritoine en

descendant dans les bourses, de même que sont les intestins, qui ne s'y unissent jamais, s'ils ne s'enflamment, ou se corrompent. Je puis répondre de ce fait, après plusieurs opérations que j'ai faites pour le réduire dans le ventre. J'ai même remarqué dans un homme, qui avoit porté, pendant plusieurs années de sa vie, presque tous ses intestins dans le scrotum, qu'ils ne s'y étoient point attachés.

Or, la vessie du Religieux que j'ai disséquée, n'a point forcé la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muscles du ventre ; sa substance n'étoit nullement altérée, les fibres charnues de son fond, dépouillées du péritoine, étoient unies au dartos ; de sorte qu'elle étoit irréductible. Donc la supposition de ces Messieurs qui n'est qu'imaginaire, ne sauroit détruire les preuves que je donne, que l'hernie de vessie vient d'un vice de conformation, & non pas de son relâchement, comme ils le croyent. Enfin pour leur démontrer que la vessie ne peut abandonner sa situation, je leur ai fait voir dans un petit cadavre humain, en présence de MM. les Académiciens, que tout son corps est adhérent à toutes les parties qui l'environnent, ce qu'ils m'avoient nié positivement pour mieux appuyer leur opinion. Au reste, si l'hernie de vessie se faisoit par relâchement, & qu'elle flottât dans le ventre, comme ils prétendent, elle pourroit arriver aussi souvent que la descente des intestins. Tous les Auteurs qui ont fait des traités d'opérations, en auroient parlé. Je n'en sais aucun qui en ait fait mention.

QUATRIÉME OBSERVATION.

Sur un Emphyseme extraordinaire.

Un pauvre homme âgé de soixante ans, fut sur les trois heures après-midi, du lundi sixiéme Décembre 1711, renversé par un carosse dont les roues lui passerent sur la poitrine, & lui rompirent la quatriéme & la cinquiéme côtes vraies du côté gauche dans leur partie moyenne. La nécessité, dont il étoit pressé, l'obligea de venir, immédiatement après sa chûte, chercher du secours à l'Hôtel-Dieu, où il fut reçu aussi-tôt.

En l'examinant, on remarqua d'abord la fracture des côtes. Peu de temps après il parut au même endroit une tumeur assez considérable, causée par un air renfermé dans le tissu vésiculaire de la membrane qui se trouve placée sous la peau. Le compagnon chirurgien, dans le rang duquel ce pauvre blessé fut couché, ne trouva pas à propos d'appliquer des remedes sur cet emphyseme, parce qu'il ne vit au-dehors ni plaie ni contusion. Il n'osa pas même se servir du bandage qu'on fait ordinairement à la poitrine pour la fracture des côtes, de crainte de nuire à la respiration, qui étoit déja fort embarrassée. Il se contenta de le saigner seulement. La saignée fut répétée les jours suivans par l'ordre du Médecin de la salle; mais elle n'empêcha pas que la difficulté de respirer & l'emphyseme n'augmentassent toujours jusqu'au jeudi au soir, qui fut le quatriéme jour de sa blessure & le dernier de sa vie.

Le lendemain matin j'examinai ſon cadavre dans la ſalle des morts, & je trouvai que l'emphyſeme occupoit tout l'extérieur du corps, à la réſerve de la plante des pieds & de la paume des mains, de ſorte que la face, le cou, la poitrine & le ventre, les bras & les jambes étoient remplis d'air qui fuyoit ſous mes doigts pour peu que je preſſaſſe la peau au-deſſous de laquelle cet air étoit renfermé.

Ayant fait une inciſion à la peau & aux autres tégumens qui couvroient l'endroit des côtes rompues, je remarquai aux muſcles intercôtaux une ouverture, mais preſqu'imperceptible, ſans aucune échymoſe. Enfin ayant ouvert la poitrine, j'apperçus une petite portion de la membrane qui enveloppe le poumon, déchirée. D'une part elle étoit unie au poumon & de l'autre elle étoit attachée à une partie des côtes rompues. Il ne s'étoit cependant écoulé aucune goutte de ſang du poumon dans la capacité de la poitrine, ce qui me parut un fait fort ſingulier.

Après cela il eſt aiſé de découvrir la route qu'a pris l'air pour former cet affreux emphyſeme. En effet il eſt viſible que du total de l'air, qui entroit par la trachée artère dans le poumon, pendant la dilatation de la poitrine, une partie a dû, dans le temps de ſon retréciſſement, en reſſortir par ce même canal, & l'autre s'échapper des cellules du poumon par l'ouverture de ſa propre membrane déchirée, ſortir de la poitrine par la petite plaie des muſcles intercôtaux, & s'inſinuer dans le tiſſu de la membrane véſiculaire; parce que ſa réſiſtance s'eſt trouvée plus foi-

roit pu empêcher l'air de ſortir du poumon par l'ouverture de ſa membrane déchirée. Donc l'inciſion de la peau lui auroit été inutile. Il ſeroit toujours mort.

Cette même inciſion ne lui auroit pas été moins infructueuſe, ſi l'on ſuppoſe que le gonflement de la membrane véſiculaire, qui couvre la poitrine, a été, comme il y a bien de l'apparence, un obſtacle à ſa dilatation, & la cauſe de la mort de ce bleſſé. Car pour éviter cette preſſion extérieure produite par l'enflure des cellules de cette membrane, il auroit fallu fermer l'ouverture des muſcles intercôtaux, & alors l'air intérieur, qui s'échappoit continuellement par la déchirure de la membrane du poumon, étant retenu dans la poitrine, auroit, en comprimant le poumon, empêché peu à peu l'air extérieur de remplir ſes véſicules, ce qui auroit cauſé la même difficulté de reſpirer, & enfin la mort. Donc dans ces deux ſuppoſitions, l'inciſion de la peau n'auroit pas ſeulement été inutile à ce bleſſé, mais préjudiciable; puiſqu'elle auroit rendu ſa plaie plus compliquée qu'elle n'étoit auparavant, & lui auroit abrégé la vie.

Enfin l'opération de l'empieme, dont les ſignes ſont fort incertains, comme je le vais faire voir dans ma cinquiéme Obſervation, ne lui étoit point néceſſaire; parce que, comme j'ai déja dit, il n'y avoit aucune goutte de ſang épanchée dans la poitrine de ce pauvre malade.

CINQUIÉME OBSERVATION.

Il y a six mois ou environ qu'un jeune garçon, âgé de dix-huit à dix-neuf ans, reçut sur les deux ou trois heures après minuit un coup d'épée à la partie supérieure antérieure du bras droit. Il fut tout aussi-tôt conduit à l'Hôtel-Dieu, & couché dans la salle des blessés. Je l'examinai sur les six heures du matin. Voici l'état où je le trouvai.

Il avoit déja une fievre très-ardente, une difficulté de respirer, & une douleur de poitrine, du même côté de sa plaie, si violentes que je crus d'abord que la capacité de la poitrine étoit remplie de sang, & qu'il expireroit en peu d'heures, si je ne lui faisois pas, sur le champ, l'opération de l'empieme. Cependant sa plaie n'avoit au-dehors tout au plus que trois lignes de long, sur demi-ligne de large. Elle me parut même aussi réunie qu'une incision de veine saignée depuis peu, ce qui fit que je ne trouvai pas à propos de sonder sa profondeur, étant résolu de faire l'opération : mais jettant ensuite les yeux sur la poitrine, j'apperçus sous le mamelon droit une tumeur de sept à huit pouces de diametre & de plus d'un pouce d'épaisseur, résistante au toucher ; d'où je conjecturai que la plaie du bras pouvoit pénétrer le grand muscle pectoral plutôt que la poitrine ; conjecture fondée sur ce que cette tumeur étoit sans lividité, sans fluctuation & sans emphyseme ; signes certains que ni le sang ni l'air n'en pouvoient être la cause ; d'où je jugeai que le tendon

du muſcle pectoral ayant été piqué, la douleur avoit déja attiré une fluxion de ſéroſités ſur toute ſa partie charnue qui couvre le devant de la poitrine, ce qui me fit différer l'opération, que la douleur de côté, la fievre & la difficulté de reſpirer ſembloient demander abſolument.

Je me contentai d'appliquer ſur la plaie & ſur la tumeur une compreſſe un peu épaiſſe, trempée d'eſprit de vin & d'eau, mêlés enſemble en égale quantité. Je fis auſſi-tôt ſaigner ce pauvre bleſſé. La ſaignée lui fut répétée le ſoir & le lendemain matin, que je trouvai tous ſes accidens fort diminués.

Cette diminution ſi conſidérable me fit changer de vue par rapport à l'opération. Je fis rappliquer la compreſſe toujours mouillée de la même liqueur ſur la plaie & ſur la tumeur. Au bout de huit jours le bleſſé ſe trouva parfaitement guéri. Ce rapport fidele fait voir combien les ſignes d'un épanchement de ſang dans la poitrine ſont équivoques & trompeurs, le jugement difficile & l'opération de l'empieme haſardeuſe. Car ſuppoſé que la poitrine eût été remplie de ſang, comme je l'avois cru d'abord, j'aurois bien pu tirer par ſon ouverture celui qui auroit été renfermé dans ſa capacité; mais il m'auroit été impoſſible d'empêcher le ſang des vaiſſeaux du poumon de ſortir de leurs conduits, qui n'auroient pas encore eu le temps de ſe refermer. Donc dans cette circonſtance, le riſque étoit égal en faiſant ou ne faiſant pas l'opération.

SIXIÉME OBSERVATION.

M. *Genti*, Prêtre d'une grande vertu, devenu aveugle sur la fin de sa vie, m'a légué par testament ses deux yeux pour en découvrir les défauts, & en faire part au public, afin qu'il puisse en tirer quelqu'utilité. Après sa mort, qui est arrivée au mois de Mars dernier, je les ai examinés, & ai fait voir à l'Académie les remarques que je vais rapporter.

1. Dans l'un j'ai observé que la surface antérieure du crystallin étoit ulcerée, son corps obscurci, l'humeur aqueuse fort trouble, & que la transparence du corps vitré étoit beaucoup diminuée. Dans l'autre j'ai remarqué que l'humeur aqueuse, le crystallin & le corps vitré n'avoient perdu que fort peu de leur transparence, de sorte que la lumiere pouvoit encore les traverser.

2. Dans tous les deux, les glandes qui environnent la circonférence extérieure de l'iris & filtrent l'humeur aqueuse, étoient plus grosses qu'elles ne sont ordinairement. Dans l'un & l'autre une pluie huileuse extrêmement menue paroissoit répandue sur leurs humeurs.

3. Enfin j'ai remarqué que les nerfs optiques étoient flétris, aussi n'ai-je pu en faire sortir de moëlle, comme j'ai fait de ceux qui sont dans leur état naturel; d'où je conjecture que la cause de l'aveuglement de M. *Genti* a été la flétrissure des nerfs optiques, & qu'il auroit pu, sans ce défaut, voir de l'œil dont les humeurs avoient conservé, à peu pres, leur transparence ordinaire.

SUITE DES RÉFLEXIONS

Qui se trouvent dans le Mémoire du 28 Juin 1712, sur les Développées, & sur les Courbes résultantes du Développement de celles-là.

Par M. VARIGNON.

(1) DANS le Mémoire du 28 Juin 1712, nous n'avons considéré à l'ordinaire les développées que comme concaves d'un seul côté, & leur développement que comme commençant à une de leurs extrêmités : d'où il ne résultoit que des courbes concaves en même sens que celles-là. Nous allons présentement considérer non-seulement ces courbes concaves d'un seul côté, comme commençant à se développer de part & d'autre à celui de leurs points qu'on voudra ; mais aussi celles de concavités différentes, comme commençant à se développer à quelque point que ce soit : & de tous ces développemens on va voir naître plusieurs autres courbes de concavités très-différentes de position les unes par rapport aux autres, & par rapport à celles de leurs développées ; & comment de fort semblables en apparence auront cependant des

(1) 24 Mars 1713.

propriétés très-différentes ſelon qu'elles réſulteront de différentes développées, & ſelon les différens points où celles-ci commenceront à ſe développer: par exemple, comment & pourquoi parmi les courbes rebrouſſées en même ſens, il y en a dont le cercle oſculateur en leur point de rebrouſſement paſſe entiérement en dehors de leurs branches, d'autres où il y paſſe en dedans, & d'autres enfin où il y paſſe entre ces même branches; pourquoi les unes l'y ont avec cinq racines égales, & les autres ſeulement avec quatre; comment & pourquoi au point d'inflexion des courbes contournées chaque rayon oſculateur eſt infiniment petit dans les unes, & infiniment grand dans les autres; &c.

AVERTISSEMENT.

La démonſtration de tout cela dépendant de ce que nous avons fait voir dans le Mémoire du 28 Juin 1712, touchant le développement commencé à une des extrêmités des courbes toutes concaves chacune d'un ſeul côté, & touchant les réſultantes de ce développement; nous en allons citer la génération, les définitions, le lemme, les théorêmes & les corollaires compris dans ce Mémoire, comme s'ils étoient ici, ſans le nommer davantage, & ſans faire aucune mention des pages où ſe trouvera ce que l'on en va citer; & cela pour ne pas ennuyer par des répétitions trop fréquentes qu'il faudroit faire du nom de ce Mémoire & de ces pages.

§. I.

Du développement des Courbes d'une seule concavité chacune, commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

I. On a vu dans le Mémoire du 28 Juin 1712, que si (1) *A φ T*, est une courbe toute concave d'un seul côté, laquelle commence à se développer à une de ses extrêmités, par exemple en *A*; la résultante *AEH* de ce développement sera aussi (*Th.* 2, *corol.* 1.) toute concave du même côté que cette développée *A φ T*; que sa courbure en ce sens ira toujours (*Th.* 6, *corol.* 4.) en diminuant depuis *A* vers *H*: de sorte que sa plus grande courbure sera en son origine *A*, & la moindre en son terme *H*; qu'elle aura par-tout (*Th.* 6.) son cercle osculateur *BEK* (comme on le voit ici Fig. 1.) partie au-dehors & partie au-dedans d'elle, sans le rencontrer ailleurs qu'en chaque point *E* d'osculation, & sans qu'aucun autre cercle (*Th.* 6, *corol.* 1.) puisse passer entr'elle & celui-là, &c, comme dans le Mémoire du 28 Juin 1712, d'où ces citations sont tirées.

II. Si présentement la courbe *A φ T* toute concave d'un seul côté, commence à se développer de part & d'autre à tel point moyen *φ* qu'on voudra; ses deux parties *φ MA*, *φ NT*, commençant là à se développer en différens sens vers *A*, *T*.

1°. Il est visible que ces deux arcs *φ MA*, *φ NT*, traceront ainsi chacun de son point *φ* chacune des deux branches *φ DR*, *φ FS*,

(1) FIG. I.

d'une autre courbe R φ S rebrouſſée en φ en ſens contraires ; puiſque ces deux branches φ D R, φ F S, ainſi décrites, tendent (*gener.*) vers des côtés oppoſés, & (*Th. 2, corol. 1.*) avec des convexités oppoſées.

2°. Il eſt viſible auſſi que les rayons oſculateurs en φ de ces deux branches φ D R, φ F S, ſeront (*gener. & def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire (*Th. 5, corol. 2.*) à ces deux branches φ D R, φ F S, de la courbe R φ S réſultante du double développement dont il s'agit ici ; & conſéquemment que ces deux branches ſe toucheront en φ auſſi-bien que leurs petits cercles (*def.*) oſculateurs en ce point, décrits de ces deux rayons ou côtés contigus en φ des arcs développés φ A, φ T, & de centres pris chacun à l'autre extrêmité de chacun de ces côtés infiniment petits, que l'angle infiniment obtus qu'ils font entr'eux, rend en ligne droite.

La Réflexion qui va ſe trouver en Italique à la fin du nombre 3 de l'article 22, fera voir que la détermination totale de chacun des deux rayons oſculateurs au point φ de rebrouſſement de la courbe R D φ F S, *c'eſt-à-dire, que la détermination tant de la poſition que de la longueur de chacun de ces deux rayons directement oppoſés de part & d'autre de ce point φ, y exige quatre racines égales dans chacun des deux cercles oſculateurs qui s'y toucheront mutuellement en dehors ; mais infiniment petites comme eux, quoique les trois égales requiſes pour la détermination de la poſition du rayon oſculateur de chacun de ces deux cercles*

puissent être finies quelconques, ainsi qu'on le verra dans la Réflexion qu'on vient de citer.

III. Les Corol. 2, 3, du Th. 6, font voir de plus que les deux cercles osculateurs infiniment petits (*art.* 2.) de la courbe $R \varphi S$ en son point de rebroussement φ, couperont & toucheront à la fois chacun en ce point φ celle de ces deux branches dont il sera osculateur en ce même point φ. Pour voir comment cela se doit faire, imaginons deux autres cercles IDC, LFG, osculateurs aussi de ces deux branches φDR, φFS, en deux autres points quelconques D, F, lesquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés φMA, φMT, & pour centres les points M, N, où ces tangentes touchent ces arcs. Le Th. 6, part. 1, fait voir que ces deux nouveaux cercles IDC, LFG, couperont les deux branches φR, φS, en D, F, de la maniere qu'on voit ici, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*Th.* 6, *corol.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux-là & celle qu'il coupe de ces deux branches de la courbe $RD\varphi FS$; & conséquemment (*Th.* 6, *corol.* 2, 3.) que chacun de ces deux autres cercles IDC, LFG, aura aussi (nonobstant ces coupes ou interfections en D, F,) avec chacune de ces deux branches φDR, φFS, chacun avec celle qu'il coupe, deux attouchemens de part & d'autre de chacun de leurs points d'interfection D, F, un en dehors du côté de I, L, & l'autre dedans du côté de C, G.

Concevons présentement que ces deux interfections

tersections D, F, arrivent infiniment près de φ, avec les cercles toujours osculateurs IDC, LFG, en avançant de ce côté-là le long des arcs $D\varphi$, $F\varphi$, & que les fils MD, NF, rayons (*géner. def.*) de ces cercles, se recouchent ainsi sur les arcs développés $M\varphi$, $N\varphi$, jusqu'à ce que ces points D, F, soient infiniment près de φ. Il est visible que chacun de ces deux cercles IDC, LFG, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-dessus en D, F,) chacune des branches φDR, φFS, en ce point infiniment près de φ : il la touchera par dehors en l'élément commun où elles & eux se touchent entre ces deux points, & par dedans en l'élément suivant de chacune où elles commencent à s'abandonner & à faire angle entr'elles.

IV. Le corol. 4 du th. 6, fait aussi voir que si les arcs φMA, φNT, de la développée $AM\varphi NT$ sont de courbures semblables depuis φ vers A, T, comme si cette développée étoit une parabole, une hyperbole, &c. dont φ fût le sommet ; les branches φDR, φFS, de la courbe $RD\varphi FS$ rebroussée en sens contraires en φ, lesquelles résultent (*hyp.*) du développement de ces arcs φMA, φNT, commencé en φ, seront aussi de courbures semblables entr'elles depuis φ vers R, S. Au contraire si les arcs φMA, φNT, sont de courbures dissemblables depuis φ vers A, T, comme si la développée $AM\varphi NT$, étoit encore une parabole, une hyperbole, &c. dont le sommet fût entre φ & A ; le même corol. 4 du th. 6 fait voir que l'arc φMA alors plus

courbe (à longueurs égales depuis φ) que φNT, rendroit aussi la branche φDR plus courbe que φFS, à longueurs aussi égales depuis φ.

V. Quant aux différentes courbures de chacune de ces deux branches φDR, φFS, sans comparaison entr'elles, le corol. 4 du th. 6, fait aussi voir que quelque dissemblance de courbure qu'il y eût dans les arcs développés φMA, φNT, la plus grande courbure de chacune de ces deux branches φDR, φFS, seroit à leur origine φ commencement du développement de ces arcs, & que la courbure de chacune en des points différens iroit en diminuant à mesure que ces points seroient plus éloignés de son origne φ, ou plus près de son terme R ou S; de sorte que la moindre de toutes ces courbures de chacune des branches φDR, φFS, seroit au terme R ou S, de cette branche qui séparément auroit toutes les autres propriétés démontrées dans le Mémoire du 28 Juin 1712, pag. 192, &c. pour une courbe toute concave d'un seul côté, résultante (*th.* 2, *corol.* 1.) du développement commencé à une des extrémités d'une autre courbe aussi toute concave du même côté que celle-là.

§. II.

Du Développement des courbes rebroussées en sens contraires commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

(1) VI. Soit la courbe TφV rebroussée en

(1) FIG. II, III.

ſens contraires en φ, c'eſt-à-dire, dont les branches φ*V*, φ*T*, ſoient de convexités oppoſées, ou concaves en dehors vers des côtés différens, chacune d'un ſeul côté. Soit premiérement le développement de cette courbe ou de ſes branches, commencé en ſon point de rebrouſſement φ. Le corol. 1, du th. 2, fait voir que le développement de la branche φ*V*, ainſi commencé en φ ou en *E* vers *A*, décrira l'arc *EDCA* de la courbe *ACDEFGH*, & que celui de l'autre branche φ*T* de la même développée *T*φ*V*, auſſi commencé en φ ou en *E*, décrira de même l'autre arc *EFGH* de cette autre courbe *ACDEFGH*, réſultant de ce double développement, ſoit qu'elle ſoit décrite (*géner.*) par le point φ commun aux deux branches développées, comme dans la Figure 2, ou qu'elle le ſoit (*ſchol. du th.* 6.) par l'extrémité *E* d'une droite quelconque *E*φ qui les touche toutes deux en φ, comme dans la Figure 3, ou même auſſi par l'extrémité *E* d'une tangente dans la Figure 2, laquelle tangente *E*φ ſoit infiniment petite dans cette Figure 2, & finie dans la Figure 3.

Le corol. 1, du th. 2, faiſant voir que les arcs *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* réſultante du développement (commencé en φ) des deux branches de ſa développée *T*φ*V* rebrouſſée (*hyp.*) en ſens contraires en ce point φ, ſont entiérement concaves chacun du même côté que chacune de ces branches; il eſt viſible par ce même corol. 1, du th. 2, que cette courbe *ACDEFGH* ſera toute entiere concave du

côté de sa développée $T\varphi V$, rebroussée (*hyp.*) en sens contraires en φ.

Le corol. 4, du th. 6, fait aussi voir que le développement des deux branches φV, φT, de cette développée $T\varphi V$, ayant (*hyp.*) commencé en son point de rebroussement φ; la courbure de l'autre courbe *ACDEFGH* résultante de ce double développement, doit toujours aller de part & d'autre en diminuant depuis *E* jusqu'à ses extrêmités *A*, *H* : de sorte que sa plus grande courbure sera en *E*, & les moindres en ses extrêmités *A*, *H*; lesquelles deux dernieres courbures seront égales ou inégales entr'elles selon que les branches développées φV, φT, auront les leurs égales ou inégales en leurs extrémités *V*, *T*; & en cas d'inégalités entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres résultera de la plus grande des deux secondes.

VII. L'extrêmité *E* de la touchante $E\varphi$ (finie dans la Figure 3, & infiniment petite dans la Figure 2) commune en φ aux deux branches φV, φT, de la développée $T\varphi V$ rebroussée en sens contraires en ce point φ, ayant tracé (*art.* 6.) les arcs *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* par le développement de ces branches φV, φT, commencé en φ; il est visible (*gener.* & *def.*) que cette droite $E\varphi$ sera le rayon osculateur en *E* (fini dans la Figure 3, & infiniment petit dans la Figure 2) de cette courbe *ACDEFGH*, & φ le centre de son cercle *BEK* osculateur en ce point *E*, fini dans la Figure 3, & infiniment petit dans la Figure 2.

Soit présentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$

décrit par ce même point F d'un centre N pris à volonté de l'autre côté de φ sur le rayon osculateur $E\varphi$ prolongé vers L, entre φ & R, dont le point R soit (*th.* 1, *cor.* 3, *nomb.* 2.) de ce côté-là le terme des centres N (ainsi pris depuis φ jusqu'en R sur φL) des cercles qui décrits par E rencontreroient encore ailleurs la courbe $ACDEFGH$. Le th. 5, part. 2, fait voir que puisque (*hyp.*) ce point E est l'origine commune des arcs $EDCA$, $EFGH$; & A, H, leurs termes: le cercle $\mu C \lambda C \delta G \varepsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe $ACDEFGH$ par dehors en E sans la couper qu'en C, G, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points C, E, G: de sorte qu'il aura toute sa parie $C\lambda E\delta G$ au-dehors de l'arc $CDEFG$ de la courbe $ACDEFGH$, & tout le reste au-dedans de cette courbe; ce qui lui arrivera toujours (*th.* 5, *part.* 2.) en quelque point de $R\varphi$ (depuis R jusqu'en φ) que soit son centre N. Donc lorsque son centre N sera infiniment près de φ, & que ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \varepsilon$ sera ainsi confondu avec l'osculateur BEK (fini dans la Figure 3, & infiniment petit dans la Figure 2) son arc $C\lambda E\delta G$, rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ses deux extrêmités C, G, en deux points infiniment proches de E de part & d'autre, touchera encore en-dehors en E la courbe $ACDEFGH$; immédiatement après quoi ce cercle $\mu C\lambda E \delta G \varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur BEK, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement extérieur, en entrant de ces

deux côtés au-dedans d'elle pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite près dont il la touchera en-dehors en *E* : il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrêmités de cette particule sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer (*th. 6, corol.* 1.) entr'elle & lui. D'où l'on voit (*th. 6, corol.* 2, 3.) qu'outre l'attouchement extérieur précédent il en aura encore deux autres intérieurs avec elle immédiatement après, & de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, fini dans la Figure 3, & infiniment petit dans la Figure 2, aura ici avec cette courbe trois attouchemens de suite & contigus en ce point *E*, desquels celui du milieu sera en-dehors, & les deux autres en-dedans de cette courbe immédiatement après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ce cercle osculateur *BEK* comme entrelacé en *E* avec cette courbe *ACDEFGH*.

(1) VIII. Si l'on veut présentement que les branches $A\varphi$, $H\varphi$, de la courbe $A\varphi H$ rebroussée encore en sens contraires en φ, soient des longueurs égales, & qu'elles commencent ici à se développer à leurs extrêmités, *A*, *H*, desquelles extrêmités elles décrivent ainsi ensemble la courbe *ACDEFGH*; savoir, la branche $A\varphi$, l'arc *ACDE*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'à la tangente $E\varphi$ en φ: & l'autre branche $H\varphi$, l'arc *HGFE*, en se développant de même de *H* vers *E*

(1) FIG. IV.

jusqu'au même point *E* de la même *Eφ* touchante aussi de cette autre branche en *φ* : on trouvera ici dans la Figure 4, comme dans les Figures 2, 3, article 6,

1°. Que la courbe *ACDEFGH* sera ici, comme là, toute concave du côté de sa développée *AφH*.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vu dans cet article 6, la courbure de cette courbe *ACDEFGH* ira ici en augmentant depuis *E* de part & d'autre jusqu'en *A*, *H* : de maniere que sa moindre courbure sera en *E*, & les plus grandes en *A*, *H*.

3°. Mais que ces deux plus grandes courbures en *A*, *H*, seront ici (*Figure* 4.) comme les moindres y étoient dans la Figure 2, 3, art. 6, égales ou inégales entr'elles selon que les branches développées *φA*, *φH*, (qui étoient-là *φV*, *φT*,) auront les leurs égales ou inégales en leurs extrêmités *A*, *H* ; & qu'en cas d'inégalités entre ces courbures terminales, la plus grande des deux premieres résultera de la plus grande des deux secondes.

IX. L'extrêmité *E* de la touchante *Eφ* commune en *φ* aux deux branches *Aφ*, *Hφ*, de la développée *AφH* rebroussée en sens contraires en ce point *φ*, ayant décrit (*art.* 8.) les arcs *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* par le développement de ces deux branches *Aφ*, *Hφ*, commencé en *A*, *H* ; il est visible (*géner.* & *def.*) que cette droite *Eφ* sera le rayon osculateur en *E* de cette courbe *ACDEFGH*, & *φ* le centre de son cercle *BEK* osculateur en ce point *E*.

Soit présentement un autre cercle *μCλEδGε*

décrit par ce même point *E*, d'un centre *M* pris à volonté ſur le rayon oſculateur *E*φ entre φ & *P*, dont ce point *P* ſoit (*th.* 2, *cor.* 3, *nombr.* 1.) le terme des centres *M* (ainſi pris depuis *P* juſqu'à φ ſur Pφ) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs la courbe *ACDEFGH*. Le th. 5, part. 1, fait voir que puiſque (*hyp.*) *A*, *H*, ſont les origines des arcs *ACDE*, *HGFE*, & *E* leur terme commun : le cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe *ACDEFGH* par dedans en ce point *E* ſans la couper qu'en *C*, *G*, où il en ſortira de part & d'autre pour n'y plus rentrer, & ſans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C*, *E*, *G*; de ſorte qu'il aura toute ſa partie $C\lambda E\delta G$ au-dedans de l'arc *CDEFG* de la courbe *ACDEFGH*, & tout le reſte au-dehors de cette courbe ; ce qui lui arrivera toujours (*th.* 5, *part.* 1.) en quelque point de *P*φ (depuis *P* juſqu'en φ) que ſoit ſon centre *M*. Donc lorſque ſon centre *M* ſera infiniment près de φ, & que ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ ſera ainſi confondu avec l'oſculateur *BEK*, ſon arc $C\lambda E\delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ſes deux extrêmités *C*, *G*, en deux points infiniment proches de *E* de part & d'autre, touchera encore en-dedans en *E* la courbe *ACDEFGH* ; immédiatement après quoi ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ ainſi changé en l'oſculateur *BEK*, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement intérieur, en ſortant d'elle de ces deux côtés pour reſter dehors tout entier, à la particule infiniment petite près dont il touchera cette

courbe en-dedans en E : il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrêmités de cette particule, sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer (*th.* 6, *corol.* 1.) entr'elle & lui. D'où l'on voit (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) qu'outre l'attouchement intérieur précédent, il en aura encore deux autres extérieurs avec elle immédiatement après de part & d'autre de celui-là. Donc ce cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ aura ici avec elle trois attouchemens de suite & contigus en ce point E, desquels celui du milieu sera en-dedans, & les deux autres en-dehors de cette courbe après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ici (*Fig.* 4.) ce cercle osculateur BEK comme entrelacé avec cette courbe $ACDEFGH$, mais en sens contraire à celui de l'entrelacement qu'on a vu sur la fin de l'art. 7, dans les Figures 2, 3.

(1) X. Pour trouver présentement combien la détermination du rayon $E\varphi$ du cercle BEK osculateur en E de la courbe $ACDEFGH$ dans les art. 7, 9, Fig. 2, 3, 4, exige de racines égales en ce point E origine commune des arcs $EDCA$, $EFGH$, de cette courbe dans l'art. 7, Fig. 2, 3, & leur terme commun dans l'art. 9, Fig. 4., il faut considérer dans ces deux articles, & dans ces trois Figures, que suivant le th. 5, le cercle $\mu C\lambda E\delta G\epsilon$ décrit du centre N par E dans l'art. 7, Fig. 2, 3, & du centre M

(1) FIG. II, III, IV.

aussi par *E* dans l'art. 9, Fig. 4, touche toujours en ce point *E* la courbe *ACDEFGH*, & la coupe de plus toujours de part & d'autre en deux points *C*, *G*, sans jamais la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C*, *E*, *G*, dont celui (*E*) du milieu est fixe, & les deux autres (*C*, *G*,) ambulans depuis *A*, *H*, jusqu'en celui-là, comme les centres *N*, *M*, de ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \iota$ le sont depuis *P*, *R*, jusqu'en φ. Donc l'attouchement de ce cercle avec la courbe *ACDEFGH*, lui exigeant (*th.* 5, *cor.* 4.) deux racines égales; & les deux sections en C, G, de ce cercle avec cette courbe, lui en exigeant aussi deux autres que la confusion de ces deux points C, G, en *E* causée par celle des centres *N*, *M*, en φ, ou de ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \iota$ en l'osculateur *BEK*) rendent égales à ces deux-là: ce cercle $\mu C \lambda E \delta G \iota$ ainsi changé en l'osculateur *BEK*, c'est-à-dire, ce cercle lui-même *BEK* osculateur en *E* origine commune (*art.* 6, 7, *Fig.* 2, 3.) ou terme commun (*art.* 8, 9, *Fig.* 4.) des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe résultante du développement des branches d'une autre courbe rebroussée en sens contraires, commencé au point de rebroussement de cette autre courbe dans les art. 6, 7, Fig. 2, 3, & aux autres extrêmités de ses branches prises égales dans les art. 8, 9, Fig. 4. Ce cercle osculateur *BEK* exige, dis-je, quatre racines égales en un tel point *E* de la courbe *ACDEFGH*, au lieu de trois seulement (*th.* 5, *corol.* 5.) qu'exigeroit tout autre cercle osculateur en tout autre point de cette courbe.

XI. Il eſt vrai que le cercle BEK oſculateur en E de la courbe $ACDEFGH$, y a (*art.* 7, 9.) trois attouchemens avec elle, & que chacun d'eux exige deux racines égales; ce qui ſemble d'abord en exiger ſix pour ces trois attouchemens. Mais dès qu'on fait réflexion que les deux coupes faites (*art.* 7, 9.) aux extrêmités l'attouchement du milieu, lui ſont communes & aux deux autres attouchemens qui lui ſont contigus de part & d'autre; & conſéquemment que chacune des deux racines égales que ces deux coupes lui exigent, tient auſſi lieu d'une racine à chacun de ces deux autres attouchemens : on voit que quatre des ſix racines égales qui paroiſſoient d'abord ici, s'y réduiſent à deux, & qu'ainſi les ſix s'y réduiſent aux quatre qu'on y vient de voir dans le précédent art. 10. Ce qui en fait encore une nouvelle démonſtration.

XII. (1) Si l'on veut préſentement que les branches φT, φV, de la courbe $T\varphi V$ encore rebrouſſée en ſens contraires en φ, commencent à ſe développer ailleurs qu'à leurs extrêmités, par exemple, aux points A, H, d'arcs égaux $A\varphi$, $H\varphi$; les art. 2, 8, font voir que d'un tel développement des arcs AT, $A\varphi$, $H\varphi$, HV, de cette développée $T\varphi V$, il en réſultera une autre courbe $BAECH$ qui aura trois convexités oppoſées entr'elles avec deux rebrouſſemens aux origines A, H, en ſens contraires, de part & d'autre de la convexité AEH du milieu, &

(1) FIG. V, VI.

à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11. En effet,

1°. L'art. 2 fait voir que du développement des deux arcs *AT*, *Aφ*, de la branche *φT*, commencé en *A* jusqu'en *T*, *φ*, il résultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraires en *A*, & terminée en *E* à la tangente *φE* commune en *φ* aux deux branches *φAT*, *φHV*, de la développée *TφV* rebroussée aussi en sens contraires en *φ*; & que d'un semblable développement des deux arcs, *HV*, *Hφ*, de l'autre branche *φV* de la même développée, commencé en *H* jusqu'en *V*, *φ*, il résultera de même une autre portion *CHE* de cette autre courbe résultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en *H*, & terminée aussi en *E* à la même tangente *φE* commune en *φ* aux deux branches développées *φAT*, *φHV*, de la courbe *TφV* rebroussée aussi (*hyp.*) en sens contraires en ce point *φ*.

2°. L'art. 8 fait voir suivant l'égalité supposée des arcs *Aφ*, *Hφ*, que les résultans *AE*, *HE*, de leur développement commencé en *A*, *H*, jusqu'en *φ*, se réuniront en un *AEH* tout concave du côté de ce point *φ*; & qu'ainsi les portions courbes *BAE*, *CHE*, tracées comme dans le précédent nomb. 1, composeront ensemble une courbe *BAECH* de trois vexités opposées, & de deux rebroussemens en sens contraires alternativement posés entr'elles.

3°. Les art. 2, 3, 4, 5, font voir que les

deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC* auront toutes les propriétés marquées dans ces quatre articles; & les art. 8, 9, 10, 11, font pareillement voir que son arc *AEH* aura aussi toutes les propriétés marquées dans ces quatre autres articles. On verra assez dans ces huit articles que toutes ces propriétés conviennent ensemble à cette courbe *BAEHC* sans que je m'arrête ici à les détailler. Je passe donc au développement des courbes rebroussées en même sens.

§. III.

Du Développement des Courbes rebroussées en même sens, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIII. (1) Soit la courbe *T*φ*V* rebroussée en même sens en φ, c'est-à-dire, dont les branches φ*V*, φ*T*, soient concaves en même sens, & chacune de ce seul côté. Soit premiérement le développement de cette courbe ou de ses branches commencé en φ. Le corol. 1, du th. 2, fait voir que le développement de la branche φ*V*, ainsi commencé en φ ou en *E* vers *A*, décrira l'arc *EDCA* de la courbe *ACDEFGH*; & que celui de l'autre branche, φ*T*, aussi commencé en φ ou en *E* vers *H*, décrira de même l'autre arc *EFGH* de cette autre courbe *ACDEFGH* résultante de ce double développement, soit qu'elle soit décrite (*géner.*) par le point φ

(1) FIG. VII, VIII.

commun aux deux branches développées φV, φT, comme dans la Fig. 7, ou qu'elle le soit (*schol. du th. 6.*) par l'extrêmité E d'une droite quelconque $E\varphi$ qui les touche toutes deux en φ, comme dans la Fig. 8, ou même aussi par l'extrêmité E d'une telle tangente dans la Fig. 7, laquelle tangente $E\varphi$ soit infiniment petite dans cette Fig. 7, & finie dans la Fig. 8.

Le corol. 1, du th. 2, faisant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ résultante du double développement (commencé en φ) des deux branches de sa développée $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ, sont entiérement concaves chacune dans le même sens que chacune de ces branches l'est; il est visible que cette courbe $ACDEFGH$ sera aussi rebroussée en E en même sens que celle-là l'est en φ.

Le corol. 4, du th. 6, fait aussi voir que le développement des deux branches φV, φT, de cette développée $T\varphi V$, ayant (*hyp.*) commencé en son point de rebroussement φ; la courbure de chacune des branches $EDCA$, $EFGH$, de l'autre courbe $ACDEFGH$ résultante de ce double développement, doit toujours aller en diminuant depuis leur origine commune E jusqu'à leurs termes A, H: de sorte que la plus grande courbure de chacune sera en E, & la moindre à celui des points A, H, où elle se termine.

XIV. L'extrêmité E de la touchante $E\varphi$ (finie dans la Fig. 8, & infiniment petite dans la Fig. 7.) commune en φ aux deux branches

φV, φT, de la développée $T\varphi V$ rebroussée en même sens en ce point φ, ayant décrit (*art.* 13.) par leur développement commencé en ce même point φ, les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* aussi rebroussée en même sens en *E*; il est visible (*géner. & def.*) que cette droite $E\varphi$ sera le rayon osculateur (fini dans la Fig. 8, & infiniment petit dans la Fig. 7.) en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ses branches, & φ le centre de leur cercle osculateur commun *BEK* en ce même point *E*, fini dans la Fig. 8, & infiniment petit dans la Fig. 7.

Soit présentement un autre cercle $\mu E\delta CG$, décrit par ce point *E*, d'un centre *N* pris à volonté de l'autre côté de φ sur le rayon osculateur $E\varphi$ prolongé vers *L*, entre φ & *R*, dont ce point *R* soit (*th.* 2, *cor.* 3, *nomb.* 2.) de ce côté-là le terme des centres *N* (ainsi pris depuis φ jusqu'en *R* sur φL) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs les branches *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH*. Le th. 5, part. 2, fait voir que puisque (*hyp.*) ce point *E* est l'origine de ces deux branches, & *A*, *H*, leurs termes, le cercle $\mu E\delta CG$ touchera ces deux mêmes branches *EDCA*, *EFGH*, par dehors en ce même point commun *E*, sans les couper qu'en deux autres points *C*, *G*, où il entrera dedans pour n'en plus sortir, & sans les rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *E*, *C*, *G* : de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ au-dehors de la branche *EDCA*, & toute sa partie $E\delta CG$ pareillement au-dehors de l'autre branche *EFGH*, & tout l'excès de sa circonférence

entiere ſur chacune de ces parties dans chacune de ces branches de la courbure $ACDEFGH$; ce qui lui arrivera toujours (*th.* 5, *part.* 2.) en quelque point de $R\varphi$ (depuis R juſqu'en φ) que ſoit ſon centre N. Donc lorſque ſon centre N ſera infiniment près de φ, ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainſi confondu avec l'oſculateur BEK (fini dans la Fig. 8, & infiniment petit dans la Fig. 7.) ayant alors ſon arc $E\delta CG$ réduit à un infiniment petit par la confuſion de ſes deux points C, G, en un infiniment proche de E, touchera encore par dehors les branches $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ en cet élément commun à lui & à elles, ſuivant lequel elles ſe touchent auſſi mutuellement; après quoi ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainſi changé en l'oſculateur BEK coupera encore auſſi chacune de ces branches à l'extrêmité de cet élément commun du côté de leurs termes A, H, en entrant dedans de ce côté-là pour y reſter tout entier, à la particule infiniment petite près dont il les touchera par dehors en leur origine commune E: il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches $EDCA$, $EFGH$, à l'extrêmité de cette particule, infiniment près de E du côté de leurs termes A, H, ſans les rencontrer ailleurs, & ſous des angles ſi petits qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais paſſer (*th.* 6, *corol.* 1.) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précédent attouchement extérieur à ces deux branches, fait avec elle par ce cercle oſculateur BEK ſur la particule infiniment petite en E où elles ſe touchent auſſi mutuellement, il en aura im-

médiatement après avec elles un intérieur commun du côté de leurs termes *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée (*art.* 13.) en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchemens contigus équivalens à quatre, & communs chacun aux deux branches *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe : un en-dehors en *E*, & l'autre immédiatement après, en-dedans vers *A*, *H*; chacun de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux, *C*, *G*, confondues en celle-là, lorsque le cercle *μEδCG* l'est en l'osculateur *BEK* en *E* : l'attouchement extérieur de la branche *EFGH* avec ce cercle osculateur se fait (pour ainsi dire) par la médiation de l'élément en *E* de l'autre branche *EDCA*, & l'intérieur de celle-ci se fait par la médiation de l'élément suivant de la premiere du côté de *A*, *H*.

(1) XV. Si l'on veut présentement que les branches *Aφ*, *Hφ*, de la courbe *AφH*, rebroussée encore en même sens en *φ*, soient de longueurs égales, & qu'elles commencent à se développer par leurs extrêmités *A*, *H*, desquelles elles décrivent ainsi ensemble la courbe *ACDEFGH* : savoir la branche *Aφ*, l'arc *ACDE*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'à sa tangente *Eφ* en *φ*; & l'autre branche *Hφ*, l'arc *HFGE*, en se développant pareillement de *H* vers *E* jusqu'au même point *E* de la même *Eφ*, tangente aussi de cette autre branche en *φ* : on trouvera encore ici dans la Fig. 9, comme dans les Fig. 7, 8, art. 13,

(1) FIG. IX.

1°. Que la courbe *ACDEFGH* sera ici, comme là, rebroussée en même sens en *E*, ainsi que sa développée *AφH* l'est (*hyp.*) en φ, & en même sens qu'elle.

2°. Qu'au contraire de ce qu'on a vu dans l'art. 13, la courbure de chacune des branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe *ACDEFGH* ira toujours en diminuant depuis chacune de leurs origines *A*, *H*, jusqu'à leur terme commun *E*, auquel cette courbe se rebrousse en ces deux branches concaves en même sens ; de sorte que la moindre courbure de chacune d'elles sera en *E*, & sa plus grande à celle des origines *A*, *H*, où elle commence.

XVI. L'extrêmité *E* de la touchante *Eφ* commune en φ aux deux branches *Aφ*, *Hφ*, de la développée *AφH* rebroussée en même sens en φ, ayant décrit (art. 15.) par leur développement commencé en *A*, *H*, les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* pareillement rebroussée en même sens en *E*; il est visible (*géner.* & *déf.*) que cette droite *Eφ* est le rayon osculateur en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ses branches, & φ le centre de leur cercle osculateur commun *BEK* en même point *E*.

Soit présentement un autre cercle *μEδCG* décrit par ce point *E*, d'un centre *M* pris à volonté sur le rayon osculateur *Eφ* entre φ & *P*, dont ce point *P* soit (*th.* 2, *corol.* 3, *nomb.* 1.) le terme des centres *M* (ainsi pris depuis *P* jusqu'en φ sur *Pφ*) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs les branches *ACDE*, *HGFE*,

de la courbe *ACDEFGH*. Le th. 5, part. 1, fait voir que puisque (*hyp.*) *A*, *H*, sont les origines de ces deux branches, & *E* leur terme commun; le cercle $\mu E \delta C G \varepsilon$ touchera ces deux mêmes branches *ACDE*, *HGFE*, par dedans en ce même point *E* sans les rencontrer ailleurs qu'en *C*, *G*, où il les coupera en sortant d'elles pour n'y plus rentrer : de sorte qu'il aura toute sa partie *EδC* dans la branche *ACDE*, & toute sa partie *EδCG* dans l'autre branche *HGFE*, & tout l'excès de sa circonférence entiere sur chacune de ces parties, au-dehors de chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toujours (*th.* 5, *part.* 1.) en quelque point de *P*φ (depuis *P* jusqu'en φ) que soit son centre *M*. Donc lorsque son centre *M* sera infiniment près de φ, ce cercle $\mu E \delta C G \varepsilon$ ainsi confondu avec l'osculateur *BEK*, ayant alors son arc *EδCG* réduit à un infiniment petit par la confusion de ses deux points *C*, *G*, en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dedans les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* en cet élément commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; immédiatement après quoi ce cercle $\mu E \delta C G \varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur *BEK*, coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extrêmité de cet élément commun, du côté de leurs origines *A*, *H*, en sortant hors d'elles de ce côté-là pour n'y plus rentrer, & pour rester hors d'elles tout entier à la particule infiniment petite près dont il les touchera par dedans en leur terme commun *E* : il cou-

pera, dis-je, chacune de ces deux branches *ACDE*, *HGFE*, à l'extrémité de cette particule infiniment près de *E*, du côté de leurs origines *A*, *H*, sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle n'y pourra jamais passer (*th.* 6, *cor.* 1.) entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précédent attouchement intérieur à ces deux branches *ACDE*, *HGFE*, fait avec elles par ce cercle osculateur *BEK*, il en aura encore immédiatement après avec elles un extérieur commun du côté de leurs origines *A*, *H*. Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée (*art.* 15, *nomb.* 1.) en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchemens contigus équivalens à quatre, & communs chacun aux deux branches *ACDE*, *EFGH*, de cette courbe; un de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C*, *G*, confondues en celle-là, lorsque le cercle *μEδCGε* l'est en l'osculateur *BEK* en *E* : l'attouchement intérieur de la branche *HGFE* avec ce cercle osculateur, se fera par la médiation de l'élément en *E* de l'autre branche *ACDE*, & l'extérieur de celle-ci par la médiation de l'élément suivant de la premiere vers *A*, *H*.

XVII. Pour trouver présentement combien le cercle (1) *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée en ce point *E*, dans les art. 13, 14, 15, 16, Fig. 7, 8, 9, exige de racines égales en ce point *E* terme commun des branches *ACDE*, *HGFE*,

---

(1) FIG. VII, VIII, IX.

de cette courbe, pour la détermination totale de son rayon $E\varphi$; voyons ce que la détermination de la position de ce rayon osculateur en ce même point E en exige, & ensuite ce que la détermination de la longueur de ce même rayon $E\varphi$ en exige aussi. Pour cela;

1°. Imaginons la (1) perpendiculaire EL ou $E\varphi$ à déterminer sur une courbe rebroussée quelconque $ADEFH$ en son point de rebroussement E; & hors cette perpendiculaire un point O du côté de A, H, sur le plan de cette courbe; duquel point O (comme centre) soit décrit par E, le cercle $\beta E\lambda D\pi$ qui rencontre de plus en D, F, les branches EDA, EFH, de cette courbe $ADEFH$. Imaginons ensuite qu'une des sections ou points D, F, par exemple, le point D auquel la branche EDA est coupée par le cercle $\beta E\lambda D\pi$, avance le long de cette branche jusqu'en E. On verra non-seulement le point F, auquel l'autre branche EFH est coupée par ce cercle, avancer aussi pour lors jusqu'en ce point E; mais encore, comme dans le corol. 3, du th. 5, le centre O de ce même cercle avancer jusqu'en ω sur la perpendiculaire EL ou $E\varphi$ le long, par exemple, de l'arc $O\omega$ d'un pareil cercle décrit du centre E par O. Donc la détermination de ce point ω de cette perpendiculaire EL ou $E\varphi$, & conséquemment aussi celle de cette perpendiculaire elle-même, dont l'on n'auroit d'abord que le point donné E, dépendant ainsi de la confusion sur elle des trois rayons DO, FO, EO, en un $E\omega$ du cercle $\beta E\lambda D\pi$ devenu de cette maniere

(1) FIG. X, XI, XII.

touchant en ce point E des branches EDA, EFH, de coupant qu'il en étoit, doit lui exiger trois racines égales en ce même point E, au lieu de deux seulement qu'il lui faudroit (*th.* 5, *corol.* 4.) pour déterminer la position d'une telle perpendiculaire en tout autre point de ces branches, ou à un point quelconque d'une seule concavité en ce point.

On verra ci-après dans les art. 27, 31, *qu'au point de contour ou d'inflexion d'une courbe contournée quelconque chaque cercle déterminateur, de la perpendiculaire en ce point, n'y exigeroit non plus en cette qualité que deux racines égales.*

2°. (1) La position de la perpendiculaire EL, ou du rayon osculateur $E\varphi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe $ADEFH$, étant ainsi trouvée (*nomb.* 1.) par le moyen de trois racines égales dans les Fig. 10, 11, il s'agit présentement de trouver combien la détermination de la longueur de ce rayon osculateur $E\varphi$ en exige aussi d'égales: & enfin combien il en exige d'égales en tout pour sa détermination totale. Pour cela, après avoir conçû que tout ce qu'on voit marqué de lettres semblables dans les Fig. 7, 8, 9, 10, 11, est le même dans celles qui les ont; imaginons que le point ω passe en N dans les Fig. 7, 8, 10, & en M dans les Fig. 9, 11. On verra le cercle $\beta E\lambda D\pi$ des Fig. 10, 11, de touchant que le passage de son centre O en ω l'avoit rendu (*nomb.* 1.) au point E de la courbe $ADEFH$, redevenir (*th.* 5.) coupant en C, G, de la même courbe, tel que $\mu E\delta CG$.

(1) FIG. VII, VIII, IX, X, XI.

dans les Fig. 7, 8, 9, avec deux nouveaux rayons *NC*, *NG*, dans les Fig. 7, 8, & *MC*, *MG*, dans la Fig. 9, ajoutés par ces coupes à *E*ω ici devenu *EN* dans les Fig. 7, 8, & *EM* dans la Fig. 9, équivalent (*nomb.* 1.) dans chacune de ces trois Fig. 7, 8, 9, à trois rayons égaux : de sorte que le passage de *N*, *M*, en φ terme (*géner.* & *def.*) du rayon osculateur *E*φ, (lequel passage rend ce triple rayon *EN* dans les Fig. 7, 8, & *EM* dans la Fig. 9, égal à cet osculateur *E*φ) confondant encore (*art.* 14, 16.) ces deux autres rayons *NC*, *NG*, dans les Fig. 7, 8, & *MC*, *MG*, dans la Fig. 9, avec celui-là, en changeant ainsi ce cercle μ*E*δ*CG*ε en l'osculateur *BEK*; le rayon *E*φ de ce cercle osculateur, équivaudra à cinq rayons confondus ici en un, desquels trois qui étoient *DO*, *FO*, *EO*, dans les Fig 10, 11, confondus en un *E*ω devenu ici égal à *E*φ, déterminent (*nomb.* 1.) la position de ce rayon osculateur *E*φ; & ce triple rayon avec les deux autres *CN*, *GN*, des Fig. 7, 8, & *CM*, *GM*, de la Fig. 9, pareillement ici confondus en *E*φ par le passage de *N*, *M*, en φ, détermine la longueur de ce rayon osculateur *E*φ. D'où l'on voit que la détermination totale de ce rayon, en exigeant trois confondus en un dans le nomb. 1. pour la détermination de sa position, & trois ici pour celle de sa longueur, desquels rayons (pris ainsi trois à trois) celui qui a toujours passé par *E*, sert aux deux usages; cette détermination totale du rayon osculateur *E*φ, n'en exige ni plus ni moins que cinq confondus ensemble. Donc

la détermination totale de ce rayon osculateur $E\varphi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe $ACDEFGH$ des Fig. 7, 8, 9, n'exige pareillement ni plus ni moins que cinq racines égales dans le cercle osculateur BEK.

XVIII. (1) Si l'on veut présentement que les branches φT, φV, de la courbe $T\varphi V$ rebroussée encore en même sens en φ où elle soit touchée par φL, commencent à se développer par ailleurs qu'à leurs extrêmités, par exemple aux points A, H, de part & d'autre, ayant $A\varphi = H\varphi$; il en résultera une autre courbe, $BAEHC$, qui aura quatre convexités ou concavités différentes, tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraires, avec trois rebroussemens en A, E, H, dont les deux extrêmes en A, H, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu H en même sens. Ainsi cette nouvelle courbe $BAEHC$ aura à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2, 3, 4, 5, 15, 16, 17. En effet;

1°. L'art. 2, fait voir que du développement des deux arcs AT, $A\varphi$, de la branche φT, commencé en A jusqu'en T, φ, il résultera une portion BAE de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraire en A, & terminée en E à la tangente φL commune en φ aux deux branches φAT, φHV, de la développée $T\varphi V$ rebroussée (*hyp.*) en même sens en ce point φ; & d'un semblable développement des deux arcs $H\varphi$, HV, de l'autre branche φV de la même déve-

(1) FIG. XIII.

loppée,

loppée, commencé en *H* jufqu'en φ, *V*, il réfultera de même une autre portion *EHC* de cette autre courbe réfultante d'un tel développement de celle-ci, laquelle portion fera auffi rebrouffée en fens contraires en *H*, & terminée auffi à la même tangente φ*E* commune en φ aux deux branches développées φ*AT*, φ*HV*, de la courbe *T*φ*V* rebrouffée (*hyp.*) en même fens en ce point φ.

2°. L'art. 15, fait voir, fuivant l'égalité fuppofée des arcs *A*φ, *H*φ, que les réfultans *AE*, *HE*, de leur développement commencé en *A*, *H*, jufqu'en φ, formeront la portion *AEH*, de courbe rebrouffée en même fens en *E*; & qu'ainfi les portions *BAE*, *CHE*, tracées dans le nomb. 1, compoferont enfemble une courbe *BAEHC* de quatre convexités ou concavités tournées en même fens deux à deux, & auffi deux à deux en fens contraires, avec trois rebrouffemens en *A*, *E*, *H*, dont les deux extrêmes en *A*, *H*, feront chacun en fens contraires, & celui du milieu en *E* en même fens; lefquels trois rebrouffemens différens font alternativement pofés entre les quatre convexités ou concavités différentes.

3°. Les art. 2, 3, 4, 5, font voir que les deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC* auront toutes les propriétés marquées dans ces quatre articles; & les art. 15, 16, 17, font pareillement voir que fa portion *AEH* aura auffi toutes les propriétés marquées dans ces trois autres articles. On verra affez dans ces fept articles que toutes ces propriétés conviennent à la courbe triple.

ment rebroussée *BAEHC* dont il s'agit ici, sans qu'il soit besoin que je m'arrête à les y détailler. Je passe donc au développement des courbes contournées ou de concavités contraires de part & d'autre d'un point d'inflexion.

§. IV.

Du Développement des Courbes contournées, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIX. Soit la courbe (1) contournée *AMφNT*, dont φ soit le point de contour ou d'inflexion, & laquelle commence à se développer en *A* jusqu'en *T*. Il est visible (*géner.*) que sa partie toute concave *AMφ*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'en *φE* tangente commune de cet arc & de l'autre *φNT* au point d'inflexion φ de la courbe *AMφNT* qu'ils composent ensemble, décrira de son extrêmité *A* l'arc *ADE*; après quoi cette courbe continuant à se développer depuis son point φ d'inflexion jusqu'en *T*, son autre partie convexe *φNT* obligeant son extrêmité *A* arrivée en *E* sur *φE*, de retourner en arriere de *E* vers *H* jusqu'à sa tangente *HT*, lui fait décrire de cette extrêmité *A* l'arc *EFH*, depuis *E* jusqu'à cette tangente *HT* en son autre extrêmité *T*. D'où il suit;

1°. Que cette courbe *AMφNT* contournée en φ, se développant ainsi de *A* jusqu'en *T*, décrira de son extrêmité *A* une autre courbe *ADEFH*, laquelle sera rebroussée en *E*;

(1) FIG. XIV.

puisque l'une & l'autre de ses deux branches *EDA*, *EFH*, est (*th.* 5, *corol.* 2.) perpendiculaire en *E* à la droite *E*φ tangente commune (*hyp.*) en φ des deux arcs *AM*φ, φ*NT*, du développement desquels (commencé en *A*) ces deux branches résultent; & que conséquemment ces deux mêmes branches *EDA*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* se touchent en *E*.

2°. Que ces deux branches *EDA*, *EFH*, sont concaves du côté de la développée *AM*φ*NT*, & conséquemment en même sens; puisque (*th.* 2, *cor.* 1.) elles le sont du côté des arcs *AM*φ, φ*NT*, du développement desquels elles résultent; & conséquemment aussi la courbe *ADEFH* est non-seulement (*nomb.* 1.) rebroussée en *E*, mais encore rebroussée en même sens.

3°. Que les courbures des branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH* vont toujours (*th.* 6, *cor.* 4.) en diminuant depuis leurs origines *A*, *E*, jusqu'à leurs termes *E*, *H*, c'est-à-dire, depuis *A* jusqu'en *E* pour la branche *ADE*, & depuis *E* jusqu'en *H* pour l'autre branche *EFH*: de sorte que la plus grande courbure de la premiere *ADE* de ces deux branches sera en son origine *A*, la moindre en son terme *E*; & la plus grande courbure de la seconde branche *EFH* en son origine *E*, la moindre en son terme *H*.

4°. Que la branche *ADE* doit être toute entiere dans l'autre branche *EFH*. Car si de quelque point arbitraire *D* de la premiere *ADE* de ces deux branches, on imagine la droite *D*φ avec une tangente *DN* de l'arc φ*NT* du développement duquel résulte l'autre

branche EFH, laquelle soit rencontrée en quelque point F par cette tangente ND prolongée de ce côté-là : l'on aura (*th.* 1.) $D\varphi < E\varphi$, & conséquemment $D\varphi + \varphi N < E\varphi + \varphi N$ (*Lem.*) $= AM\varphi N$ (*Lem.*) $= FN$. Cependant $DN < D\varphi + \varphi N$. Donc à plus forte raison $DN < FN$; & par conséquent le point D de la branche EDA est au-dedans de l'autre branche EFH; & ainsi de tous les autres points de la premiere EDA de ces deux branches, depuis A jusqu'au point E qui (*nomb.* 1.) leur est commun. Donc cette branche EDA de la courbe $ADEFH$ doit être toute entiere dans l'autre branche EFH de cette même courbe résultante du développement commencé en A jusqu'au point T de la courbe $AM\varphi NT$ contournée en φ.

XX. Présentement si par deux points quelconques D, F, des branches EDA, EFH, de la courbe $ADEFH$ rebroussée (*art.* 19, *nomb.* 1, 2.) en même sens au point E, on imagine deux cercle IDC, LFG, lesquels ayent pour rayons les droites DM, FN, qui touchent en M, N, les arcs $AM\varphi$, φNT, de la développée $AM\varphi NT$ contournée (*hyp.*) en φ, & pour centres ces points M, N, d'attouchement; ces deux cercles (*géner.* & *def.*) osculateurs des deux branches ADE, EFH, de la courbe $ADEFH$ en D, F, couperont (*th.* 6.) comme l'on voit ici, chacun chacune de ces branches en chacun de ces points, non-seulement sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*th.* 6, *cor.* 1.) par ces angles entre chacun de ces deux cercles-là & la branche

qu'il aura ainſi coupée ; mais encore (à cauſe des origines oppoſées *A*, *E*, de ces branches *ADE*, *EFH*,) en ſortant vers *C*, *L*, de leur angle curviligne *DEF*, & en demeurant dans cet angle du côté de *I*, *G*. De ſorte que (*th.* 6, *cor.* 2, 3.) ces deux cercles *IDC*, *LFG*, auront en *D*, *F*, chacun deux attouchemens à la fois avec chacune des deux branches *ADE*, *EFH*, chacun avec celle qu'il y coupe : ſavoir, le cercle *IDC*, un attouchement en-dedans vers *C*, & un en-dehors vers *I*, de part & d'autre du point *D*, avec la branche *ADE* qu'il y coupe ; & l'autre cercle *LFG*, un attouchement en-dedans vers *G*, & un en-dehors vers *L*, de part & d'autre du point *F*, avec l'autre branche *EFH* qu'il y coupe auſſi.

Donc tout cela continuant ainſi (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) tant que ces deux cercles *IDC*, *LFG*, ſeront oſculateurs de ces deux branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* : ſi l'on conçoit que leurs deux points *D*, *F*, d'oſculation s'approchent infiniment près de celui de rebrouſſement *E* de cette courbe, & conſéquemment auſſi leurs rayons oſculateurs *DM*, *FN*, infiniment près de la droite *E*φ tangente (*hyp.*) de la développée *AM*φ*NT* en ſon point d'inflexion φ qui répond (*art.* 19.) à ce point *E* de rebrouſſement de l'autre courbe *ADEFH* réſultante (*art.* 19.) du développement de celle-là commencé en *A* juſqu'en *T* ; ces deux cercles oſculateurs *IDC*, *LFG*, qui alors de centres *M*, *N*, infiniment voiſins de φ, & par des points *D*, *F*, infiniment voiſins de *E*, s'y

doivent unir en un, y doivent encore couper & toucher de deux attouchemens chacun, chacune des branches *ADE*, *EFH*, dont il eſt oſculateur, comme ils faiſoient en *D*, *F*, avant cette union, c'eſt-à-dire, couper ici ces branches du côté de *A*, *H*, à l'extrêmité de leur élément commun en *E* qu'ils doivent ainſi toucher enſemble de part & d'autre comme en l'embraſſant où en le pinçant (pour ainſi dire) entr'eux, après avoir touché de l'autre côté chacun par *E* dans l'angle curviligne *DEF* que ces deux branches font entr'elles, l'élément immédiatement précédent de chacune où elles commencent à ſe ſéparer l'une de l'autre pour former cet angle. De ſorte que le cercle oſculateur *BEK* décrit du centre φ par *E*, auquel ces deux *IDC*, *LFG*, ſe réduiſent enfin là par leur union, s'y trouve comme d'une double circonférence qui réſultante du concours de celles de ces deux autres cercles unis en lui, le rend capable de ces quatre attouchemens à la fois avec les deux branches *ADE*, *EFH*, c'eſt-à-dire, de deux (un intérieur & l'autre extérieur) avec chacune, de part & d'autre, d'une coupe commune de lui avec elles, faite du côté de *A*, *H*, à l'extrêmité de leur élément commun en *E*, & ſans (*th.* 6, *cor.* 1.) qu'aucun autre cercle puiſſe paſſer de même par cet angle entre ces deux branches, ſoit qu'il les rencontre ou non ailleurs qu'en *E*.

XXI. (1) Il eſt ici à remarquer que quoique les courbes *ADEFH* des Fig. 7, 8, 9, 14, rebrouſſées (*art.* 13, 15, 19.) chacune

(1) FIG. VII, VIII, IX, XIV.

en même ſens en *E*, paroiſſent l'être de la même maniere, leur cercle oſculateur *BEK* en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, ne les y touche (*art.* 14, 16, 20.) pourtant pas de même, & qu'il paſſe (*art.* 14, 16.) tout d'un côté des branches *EDA*, *EFH*, de celle des Fig. 7, 8, 9, ſans qu'il en puiſſe (*th.* 6, *corol.* 1.) paſſer abſolument aucun entr'elles par leur angle *DEF*, au lieu que le cercle *BEK* oſculateur au point *E* de rebrouſſement en même ſens auſſi de la courbe *ADEFH* de la Fig. 14, paſſe (*art.* 20.) entre les branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe par l'angle *DEF* qu'elles font entr'elles. Ce qui fait voir que quoique dans chacune de ces courbes *ADEFH* rebrouſſées en même ſens chacune en *E*, leurs branches *ADE*, *EFH*, s'y touchent dans toutes les Fig. 7, 8, 9, 14. L'angle *DEF* de contingence que ces branches font entr'elles, eſt plus grand dans la Fig. 14, que dans les trois autres Fig. 7, 8, 9. La raiſon en eſt que ces branches ayant (*hyp.*) toutes deux en *E* leurs origines dans les Fig. 7, 8, & leur terme dans la Fig. 9, leurs plus grandes courbures ſont (*art.* 13, 15.) en ce point *E* dans les Fig. 7, 8, & leur moindre en *E* dans la Fig. 9, au lieu que dans la Fig. 14, n'y ayant (*hyp.*) qu'une (*EFH*) de ces branches qui ait ſon origine en *E*, & l'autre (*ADE*) y ayant ſon terme, la plus grande courbure de la premiere *EFH* de ces branches y eſt (*art.* 19.) accompagnée de la moindre courbure de la ſeconde *ADE*; ce qui fait que ces deux branches concaves (*art.* 13, 15, 19.) en même

ſens, s'écartent moins l'une de l'autre au ſortir de ce point *E* dans les Fig. 7, 8, 9, que dans la Fig. 14, & ce qui rend ainſi leur angle de contingence plus grand ici que là.

XXII. (1) Quant aux racines égales qu'exige dans les Fig. 14, 15, des art. 10, 20, le cercle *BEK* oſculateur au point *E* de rebrouſſement de la courbe *ADEFH*, la même dans les deux, pour la détermination totale de ſon rayon *E*φ, c'eſt-à-dire, pour la détermination de la poſition & de la longueur de ce rayon oſculateur *E*φ en ce point de rebrouſſement *E*.

1°. (2) Le nomb. 1, de l'art. 17, fait voir dans les Fig. 10, 11, que la poſition de ce rayon oſculateur *E*φ perpendiculaire (*th.* 5, *corol.* 2.) à la fois à l'une & à l'autre des branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* de la Fig. 15, en ſon point de rebrouſſement *E*, y exige trois racines égales dans le cercle déterminant, tel qu'eſt ici (3) β*E*λ*FD*π décrit par *E* d'un centre *O* pris tel dans le triangle mixtiligne *A*φ*E* que ce cercle rencontre de plus en quelqu'autre point *D* la branche *ADE* de cette courbe *ADEFH* : puiſque ce cercle β*E*λ*FD*π coupant en *E* l'oſculateur *BEK* avec l'autre branche *EFH* que cet oſculateur y touche (*art.* 20.) auſſi bien que celle-là, ce nouveau cercle β*E*λ*FD*π coupera de plus cette autre branche *EFH* en quelqu'autre point *F* entre *E* & *D*; & conſéquemment il coupera ainſi la courbe *ADEFH* en trois points

(1) FIG. XIV, XV.
(2) FIG. X, XI, XV.
(3) FIG. XV.

D, *E*, *F*, qui unis en *E*, feront paſſer (*art.* 17, *nomb.* 1.) ſon centre *O* en ω ſur *E*φ perpendiculaire (*th.* 5, *corol.* 2.) à l'une & à l'autre des branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH*, & qui déterminant ainſi ce point ω par le concours de ſes trois rayons *DO*, *FO*, *EO*, en un *E*ω ſur cette perpendiculaire *E*φ au point *E* de rebrouſſement de cette courbe *ADEFH*, détermine auſſi la poſition de cette même perpendiculaire ou rayon oſculateur *E*φ par le moyen de trois racines égales (*art.* 17, *nomb.* 1.) en ce point de rebrouſſement en même ſens de cette même courbe *ADEFH*.

Il eſt vrai qu'aucun autre cercle μ*E*ε*F*ν décrit par *E* du céntre δ pris hors l'angle mixte *A*φ*E*, lequel coupât encore en quelqu'autre point *F*, *EFH* de la courbe *ADEFH*, ne couperoit pas de même ailleurs, par exemple en *D*, ſon autre branche *ADE* : puiſque (*th.* 1, *corol.* 8.) la droite δ*D* ſeroit moindre que δ*E*; & que par conſéquent le paſſage de *F* en *E*, qui faiſant ainſi paſſer (*th.* 5, *corol.* 3.) ſur *E*φ prolongée vers *L* le céntre δ de ce cercle μ*E*ε*F*ν, détermineroit la poſition de cette perpendiculaire *F*φ au point *E* de la branche *EFH* par le moyen (*th* 5, *corol.* 4.) de deux racines égales. Mais ne le faiſant que comme il le feroit en *F* par le paſſage de *E* en *F*, ſans aucun rapport à la branche *ADE*, ne détermine point cette perpendiculaire *E*φ comme devant l'être auſſi à cette autre branche *ADE*; ni conſéquemment devant l'être au concours de ces deux branches ou au point de rebrouſſement de la courbe *ADEFH* qu'elles compoſent. Au

contraire, la détermination de la position qui se fait de cette perpendiculaire par le concours précédent des trois rayons DO, FO, EO, du cercle $\beta E\lambda FD\pi$ en un, ne pouvant se faire qu'en ce point E de rebroussement de courbe $ADEFGH$, la position de la perpendiculaire que ce concours y détermine (*art.* 17, *nomb.* 1.) par le passage en ω qui en résulte du centre O de ce cercle sur cette perpendiculaire, la détermine comme devant l'être en ce point E de rebroussement, & conséquemment (*th.* 5, *corol.* 2.) comme devant être $E\varphi$ ou EL, & non aucune autre. Donc cette détermination de la position de cette perpendiculaire ou rayon osculateur $E\varphi$ propre à ce point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$, y exige l'union & le concours de ces trois rayons DO, FO, EO, en un; & conséquemment trois racines égales en ce point E dans leur cercle $\beta E\lambda FD\pi$, ainsi qu'on le vient de voir conformément au nomb. 1, de l'article 17.

2°. (1) Le passage du centre O du cercle $\beta E\lambda FD\pi$ en ω sur $E\varphi$, ayant rendu ce cercle en aEb touchant en E de la courbe $ADEFH$ & de son cercle osculateur BEK, de coupant qu'il en étoit : si l'on imagine le centre ω de ce cercle $\beta E\lambda FD\pi$ ainsi devenu aEb, en mouvement de E vers φ sur $E\varphi$ sans que ce cercle cesse de passer par E; & le point P déterminé sur $E\varphi$ comme dans le nomb. 1, du corol. 3, du th. 2. Ce même nomb. 1, fera voir ce même cercle redevenir coupant $E\delta Dd$ en quelque point D

(1) FIG. XVI.

de la branche *ADE* (sans la rencontrer ailleurs qu'en *D*, *E*,) lorsque son centre ω sera en *M* sur *P*φ depuis *P* jusqu'en φ, & que ses deux rayons *DM*, *EM*, s'uniront ensemble en *E*φ par l'arrivée de son centre *M* en φ : ce qui déterminera la longueur de ce rayon osculateur *E*φ par le moyen de deux racines égales, & non de davantage ; puisqu'en quelque point de *E*φ que se trouve le centre ω ou *M* de ce cercle, ce même cercle ne sauroit rencontrer la branche *ADE* (*th.* 2, *corol.* 3, *nomb.* 1 & *th.* 5.) tout au plus qu'en points, & jamais qu'en *E* l'autre branche *EFH* qui étant (*art.* 20.) tout au-dehors du cercle osculateur *BEK*, doit être aussi tout au-dehors de tout autre cercle décrit par *E* d'un centre pris depuis *E* jusqu'en φ sur le rayon *E*φ de cet osculateur *BEK*.

3°. Puisque la détermination de la position du rayon osculateur *E*φ perpendiculaire (*th.* 5, *corol.* 2.) au point de rebroussement *E* de la courbe *ADEFH* rebroussée en même sens, exige (*nomb.* 1.) trois racines égales dans le cercle déterminant β*E*λ*FD*π changé de coupant en touchant *aEb* par le passage de son centre *O* en ω, & que la détermination de la longueur de ce rayon *E*φ en exige encore (*nomb.* 2.) deux égales à celles-là dans le même cercle changé en l'osculateur *BEK* par le passage de son centre ω en φ; il semble d'abord que la détermination totale de ce rayon osculateur *E*φ exige ici cinq racines égales comme dans l'art. 17, nomb. 2. Mais dès qu'on fait réflexion que le même rayon *EO* a aidé à déterminer (*nomb.* 1.) la position de cet osculateur *E*φ

en paſſant en $E\omega$, & à déterminer (*nomb.* 2.) la longueur de ce même rayon oſculateur en devenant $E\varphi$; on voit que pour ces deux uſages, ce rayon EO ainſi changé en $E\omega$, & enſuite en $E\varphi$, n'a exigé qu'une même racine qui comptée deux fois (*nomb.* 1, 2.) pour expliquer ces deux uſages, en fait paroître ici d'abord cinq au lieu de quatre auxquelles ſe réduiſent ainſi ces cinq-là. Donc la détermination totale du rayon oſculateur $E\varphi$ de la courbe $ADEFH$ en ſon point E de rebrouſſement en même ſens, n'exige ici que quatre racines égales, au lieu de cinq qu'elle exigeoit en ce point dans l'art. 17, nomb. 2, pour la courbe $ACDEFGH$ des Fig. 7, 8, 9, qui y paroît ſemblablement rebrouſſée.

On trouvera de même par le moyen de l'art. 17, *nomb.* 1, *Fig.* 12, *que la* RφS *rebrouſſée en ſens contraires en* φ *dans la Fig.* 1, *n'y exige que quatre racines égales infiniment petites pour la détermination totale de chacun de ſes rayons oſculateurs oppoſés en ligne droite* (art. 2, nomb. 2.) *&* *infiniment petits de part & d'autre en ce point* φ; *quoique les trois racines égales requiſes* (art. 17, nomb. 1.) *pour la détermination de la poſition de chacun de ces deux rayons oſculateurs infiniment petits, puiſſent être finies quelconques.*

XXIII. (1) Voilà dans cet art. 22, comment un cercle décrit par E d'un centre O pris dans le triangle mixte $A\varphi E$ détermine totalement le rayon oſculateur $E\varphi$ par le paſſage de ce centre O en ω, & enſuite en φ.

(1) FIG. XV, XVI.

Quant aux cercles décrits par le même point *E*, de centres pris au-dehors de ce triangle, comme en *δ* dans la Fig. 15. Ce même art. 22, nomb. 1, fait voir qu'aucun d'eux ne sauroit servir à la détermination de la position perpendiculaire en *E* du rayon osculateur *Eφ* par rapport aux deux branches à la fois *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH*, & qu'il ne détermineroit cette position que par rapport à la seconde *EFH* de ces deux branches, & en son point *E* que comme par-tout ailleurs, sans marquer que ce point *E* soit un point de rebroussement; ni conséquemment que cette droite *Eφ* qu'il détermineroit perpendiculaire à cette branche *EFH*, par le passage de son centre *δ* sur cette même *Eφ* prolongée vers *L*, doive aussi l'être à l'autre branche *ADE*.

(1) Il est vrai qu'en supposant cette droite *Eφ* perpendiculaire à l'une & à l'autre de ces deux branches *ADE*, *EFH*, en leur point commun *E* de rebroussement de la courbe *ACDFH* qu'elles composent; un cercle *EμGg* qui décrit par *E*, auroit son centre *N* au-dehors de l'angle mixte *AφE* depuis *φ* jusqu'au point *R* déterminé dans le nomb. 2, du corol. 3, du th. 2, sur ce rayon osculateur *Eφ* prolongé du côté de *L*, rencontreroit (*th.* 5, *part.* 2.) la branche *EFH* en deux points *E*, *G*, & non en davantage, sans rencontrer ailleurs qu'en *E* l'autre branche *ADE* qui est toute (*art.* 20.) au-dedans du cercle osculateur *BEK*, lequel seroit aussi tout entier au-dedans de celui-là, & qu'ainsi l'arrivée de ce centre *N* en *φ*, faisant

(1) FIG. XVI.

passer les deux rayons *GN*, *EN*, de cet autre cercle *EμGg* en *E*, détermineroit encore de cette maniere la longueur de ce rayon osculateur *Eφ* par le moyen de deux racines égales. Mais ce cercle ne pouvant (*art.* 22, *nomb.* 1.) en déterminer la position en quelqu'endroit qu'on en imagine le centre au-dehors de l'angle mixte *AφE*, il ne peut aussi déterminer totalement ce rayon osculateur *Eφ* comme vient de faire (*art.* 22.) le décrit par *E* d'un centre *O* pris dans cet angle.

XXIV. (1) Si l'on veut que les deux arcs *AM*, *MφT*, de la courbe *AMφT* contournée en φ, commencent à se développer en *M*: savoir son arc *MA* de *M* vers *D* jusqu'en *A*; son arc *MφT* de *M* vers *E* jusqu'en son point φ d'inflexion ou de contour, & ensuite de *E* vers *H* depuis φ jusqu'en *T*.

1°. L'arc *AMφ* de cette courbe étant (*hyp.*) concave d'un seul côté depuis *A* jusqu'au point d'inflexion φ de cette même courbe; l'art. 2 nomb. 1, fait voir que les deux parties *MA*, *Mφ*, de cet arc *AMφ*, en commencant chacune en *M* à se développer jusqu'en *A*, φ, décriront ensemble par ce double développement la courbe *DME* rebroussée en sens contraires en *M*, dont les branches *MD*, *ME*, de convexités opposées, seront terminées aux lignes droites *DA*, *Eφ*, touchantes en *A*, φ, des arcs *MA*, *Mφ*, du développement desquels elles résultent.

2°. L'arc *MφT* de la même courbe *AMφT* contournée en φ, l'étant aussi en

(1) FIG. XVII

ce même point φ, l'art. 19, fait voir que cet arc $M\varphi T$ dans son développement commencé en M jusqu'en T, après avoir décrit de son point M l'arc ME par le développement de sa partie $M\varphi$ jusqu'à sa touchante $E\varphi$ en son point d'inflexion φ, doit décrire aussi de la même extrêmité M ou de l'extrêmité E de cette touchante, auquel point se trouve alors le point M, un autre arc EFH par le développement de sa partie φT jusqu'à sa touchante HT, en continuant de se développer ainsi depuis M jusqu'à son point T d'attouchement ; & que ces deux arcs ME, EFH, composeront ensemble une courbe $MEFH$ rebroussée en même sens E comme dans l'art. 19, résultante du développement commencé en M jusqu'en T de l'arc entier $M\varphi T$ contourné en φ.

3°. Donc (*nomb.* 1, 2.) la courbe entiere $AM\varphi T$ contournée (*hyp.*) en φ, en commençant en M à se développer de part & d'autre jusqu'à ses extrêmités A, T, décrira la courbe entiere $DMEFH$ par le développement simultané de ses arcs MA, $M\varphi T$; laquelle courbe $DMEFH$ rebroussée (*nomb.* 1.) en sens contraires en M, & (*nomb.* 2.) en même sens en E, aura à la fois deux rebroussemens d'especes différentes.

4°. Son rebroussement en sens contraires en M, étant le même (*nomb.* 1.) que dans l'art. 1, la partie DME de cette courbe $DMEFH$ aura toutes les propriétés marquées dans les art. 2, 3, 4, 5, & dans la réflexion qui suit l'art. 2.

5°. L'autre rebroussement de cette même

courbe *DMEFH*; lequel est en même sens en *E*, étant le même (*nomb.* 2.) que dans l'art. 19, la partie *MEFH* de cette courbe ainsi rebroussée en *E*, aura pareillement toutes les propriétés marquées dans les art. 19, 20, 22, 23.

6°. Donc (*nomb.* 4, 5.) cette courbe entiere *DMEFH* aura tout à la fois toutes les propriétés marquées dans les art. 2, 3, 4, 5, 19, 20, 22, 23; savoir celles des art. 2, 3, 4, 5, par rapport à son point de rebroussement *M* en sens contraires, & celles des art. 19, 20, 22, 23, par rapport à son point de rebroussement *E* en même sens.

(1) *Je ne m'arrête point à détailler toutes ces propriétés de la courbe* DMEFH *de la Fig.* 17, *étant trop aisées à reconnoître dans tous ces art.* 2, 3, 4, 5, 19, 20, 22, 23, *en comparant en mêmes lettres sa partie* DME *avec la courbe* RφS *de la Fig.* 1 *dans les art.* 2, 3, 4, 5, *& sa partie* MEFH *avec la courbe* AEFH *des Fig.* 14, 15, 16, *dans les art.* 19, 20, 22, 23. *C'est-à dire, en changeant les lettres de la partie* DME *de la courbe* DMEFH *de la Fig.* 17, *en celles de la courbe* RφS *de la Fig.* 1, *&* M *en* A *dans sa partie* MEFH *pour lui donner les mêmes lettres qu'à la courbe* AEFH *des Fig.* 14, 15, 16. *Cela fait, on verra, dis-je, tout d'un coup dans les art.* 2, 3, 4, 5, 19, 20, 22, 23, *que les propriétés qui y sont démontrées convenir les unes à la courbe* RφS *de la Fig.* 1, *& les autres à la courbe* AEFH *des Fig.* 14, 15, 16, *conviennent toutes à la courbe* DMEFH *de la présente Fig.* 17,

(1) FIG. I, XIV, XV, XVI, XVII.

par rapport à ce qu'elle a (art. 24, nomb. 2.) *de semblable à ces deux-là.*

XXV. (1) Soit enfin le développement de la courbe *AφT* contournée quelconque en φ, commencé de part & d'autre en son point d'inflexion ou de contour φ.

1°. Il est visible que cette extrémité φ de chacun des arcs φ*A*, φ*T*, de cette courbe, décrira ainsi chacun des arcs φ*H*, φ*K*, d'une autre courbe *H*φ*K* aussi contournée en φ; puisque chacun de ces deux derniers arcs φ*H*, φ*K*, sera (*th.* 2, *corol.* 1.) concave du même côté que celui des deux autres φ*A*, φ*T*, qui en sera le générateur; & ces deux-ci l'étant (*hyp.*) en sens contraires, les deux autres doivent aussi l'être en sens contraires, & former ainsi ensemble une courbe *H*φ*K* contournée au même point φ que sa développée *A*φ*T* est supposée l'être.

2°. Il est visible aussi que les rayons osculateurs en φ des deux arcs φ*H*, φ*K*, de cette courbe *H*φ*K*, seront (*géner.* & *def.*) infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire (*th.* 5, *corol.* 2.) à ces deux arcs.

XXVI. Les corol. 2, 3, du th. 6, font voir que les deux petits cercles osculateurs de cette courbe *H*φ*K*, décrits de ces deux rayons (*art.* 15, *nomb.* 2.) infiniment petits, en son point d'inflexion φ, couperont & toucheront à la fois de deux attouchemens contigus, chacun en ce point φ chacun des arcs φ*H*, φ*K*, dont il y sera osculateur. Pour le voir, imaginons deux

(1) FIG. XVIII.

autres cercles *IDC*, *LFG*, oſculàteurs auſſi de ces deux arcs en deux autres points quelconques *D*, *F*, leſquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés φ*MA*, φ*NT*, & pour centres les points d'attouchement, *M*, *N*: le th. 6, part. 1, fait voir que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs φ*H*, φ*K*, en *D*, *F*, de la maniere qu'on voit ici dans la Fig. 18, dans laquelle φ eſt l'origine commune de ces deux arcs; & qu'ils les couperont ſous des angles ſi petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer (*th.* 6, *cor.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là & celui qu'il coupe des deux arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *H*φ*K*; & conſéquemment (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura auſſi (nonobſtant ces coupes ou interſections) avec chacun de ces deux arcs φ*H*, φ*K*, chacun avec celui qu'il coupe, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'interſection *D* ou *F*, un en-dehors du côté de ſon terme *H* ou *K*.

Concevons préſentement que ces deux points *D*, *F*, arrivent infiniment près de φ avec les cercles toujours oſculateurs *IDC*, *LFG*, en avançant ainſi l'une vers l'autre le long des arcs *D*φ, *F*φ; & que les fils *MD*, *NF*, rayons (*géner.* & *def.*) de ces cercles, ſe recouchent ainſi ſur les arcs développés *M*φ, *N*φ, juſqu'à ce que ces points *D*, *F*, ſoient infiniment près de φ, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que les arcs φ*F*, φ*D*, ſoient devenus infiniment petits. Il eſt viſible que chacun de

ces cercles *IDC*, *LFG* alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-dessus en *D*, *F*,) chacun des arcs φ*DH*, φ*FK*, en ce point infiniment près de φ : ce petit cercle osculateur coupera cet arc en ce point *D* ou *F* infiniment voisin de φ, en le touchant-là (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) de part & d'autre de cette coupe, en-dehors sur l'élément φ*D* ou φ*F* du côté de son origine φ, & en-dedans sur son élément du côté de son terme *H* ou *K*; ce petit cercle osculateur en φ d'un des arcs φ*DH*, φ*FK*, de la courbe *H*φ*K*, contournée en ce point φ, y trouvant l'autre arc (de cette courbe) d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans le couper ni le toucher non-plus que s'il n'y étoit pas.

XXVII. Donc ce petit cercle osculateur en φ d'un des arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *H*φ*K* contournée en ce point φ, est le même que si cette courbe se terminoit-là, & qu'elle ne consistât qu'en un seul de ces deux arcs, lequel eût son origine en φ; & conséquemment ce cercle osculateur (*art.* 25, *nomb.* 1.) infiniment petit, n'y exige (*th.* 5, *corol.* 5.) que trois racines égales infiniment petites pour la détermination totale de son rayon osculateur; desquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment petites dans la détermination de sa longueur qui se trouve par le moyen d'une d'elles & d'une autre encore infiniment petites; ce qui en fait en tout trois égales infiniment petites

pour la détermination totale de ce rayon en φ. Ainsi (*th.* 5, *corol.* 5.) le cercle osculateur d'une courbe contournée $H\varphi K$, résultante (*art.* 25.) du développement entier d'une autre contournée quelconque $A\varphi T$, commencé en son point de contour ou d'inflexion φ vers ses extrêmités A, T, de part & d'autre, n'auroit par-tout que trois racines égales en quelque point de cette résultante $H\varphi K$ qu'il soit osculateur, c'est-à-dire, au point d'inflexion φ de cette courbe comme en tout autre. Toute la différence c'est qu'en ce point d'inflexion il les auroit infiniment petites, & finies par-tout ailleurs; ces infiniment petites augmentant toujours de part & d'autre depuis ce point d'inflexion φ jusqu'aux extrêmités de la courbe contournée $H\varphi K$ résultante du développement fait comme ci-dessus (*art.* 25.) d'une autre $A\varphi T$ aussi contournée en φ; parce que le rayon ou le cercle osculateur d'une telle résultante $H\varphi K$ en son point d'inflexion φ, y est (*art.* 25.) infiniment petit, & va toujours (*Lem.*) en augmentant de part & d'autre depuis ce point jusqu'aux extrêmités de cette courbe. De ce que les trois racines égales de ce cercle osculateur sont infiniment petites au point d'inflexion φ de cette courbe $H\varphi K$, & finies par-tout ailleurs; cela servira dans le calcul à discerner ce point φ d'inflexion de tous les autres de cette même courbe $H\varphi K$.

XXVIII. Puisque (*art.* 25.) le rayon osculateur en l'origine φ de chacun des arcs φH, φK, de la courbe $H\varphi K$ contournée en ce point φ est infiniment petit, & fini par-

tout ailleurs, & qu'il va en croiſſant à meſure que leur point d'oſculation s'éloigne de cette origine φ : on voit conformément au corol. 4, du th. 6, que la courbure de chacun de ces arcs φ*H*, φ*K*, va toujours au contraire en diminuant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion φ de la courbe *H*φ*K* qu'ils compoſent, ou de celle *A*φ*T* qui la trace (*art.* 25.) par ſon développement commencé en ce point φ; & qu'ainſi la plus grande courbure de chacun de ces arcs φ*H*, φ*K*, eſt à ce point d'inflexion φ de leur courbe *H*φ*K*, ou de ſa développée *A*φ*T* & la moindre en leurs *H*, *K*.

Le corol. 4, du th. 6, fait auſſi voir conformément à cela, que ſi les arcs développés φ*A*, φ*T*, de la courbe *A*φ*T*, étoient de courbures ſemblables de part & d'autre de ſon point d'inflexion; les arcs φ*H*, φ*K*, réſultant du développement de ceux-là, commencé en ce point d'inflexion φ, ſeroient auſſi de courbures ſemblables de part & d'autre de ce même point d'inflexion φ de la courbe *H*φ*K* qu'ils compoſent.

XXIX. Ce ne ſont pas ſeulement les courbes contournées qui par leur développement commencé à leur point de contour ou d'inflexion vers leurs extrêmités de part & d'autre à la fois, en engendrent auſſi de contournées comme ci-deſſus art. 25. (1) Car ſi l'on ſuppoſe deux parties détachées & de convexités oppoſées d'une même courbe, telles que ſont (Fig. 19.) *HA*, *K*φ leſquelles ayent une même aſymptote *A*φ, par exemple, deux

(1) FIG. XIX.

parties HA, $K\varphi$, d'hyperboles opposées dont $A\varphi$ soit une des asymptotes; & telles que commençant en H, K, à se développer à l'infini vers $A\varphi$, en HE, KE, leurs points H, K, (soit que ces points décrivans leur appartiennent ou à leurs prolongemens en tangentes de ce côté-là) se rencontrent à la fin en un même point E de leur asymptote commune $A\varphi$; il est visible que ces points H, K, des arcs HA, $K\varphi$, décriront ainsi ensemble une courbe HEK contournée en E, laquelle aura (*def.*) les droites infinies EA, $E\varphi$, pour rayons osculateurs de ses arcs HE, KE, en son point d'inflexion E terme (*def.*) de ces deux arcs; lesquels rayons osculateurs EA, $E\varphi$, en ligne droite perpendiculaire (*th.* 5, *corol.* 2.) à ces deux arcs en ce point d'inflexion E de la courbe (1) HEK qu'on y voit ici contournée, seront l'un & l'autre infinis, au lieu que dans la contournée $H\varphi K$ en φ de la Fig. 18, les deux rayons osculateurs de ses deux arcs φH, φK, en ce point φ, y sont (*art.* 25.) infiniment petits : de sorte qu'ils n'y ont de ressemblance avec les deux EA, $E\varphi$, de la Fig. 19, dont il s'agit ici, que d'être aussi entr'eux (*art.* 25.) en ligne droite perpendiculaire en φ à chacun de ces deux arcs φH, φK, dans la Fig. 18, quoique la courbe $H\varphi K$ que ces deux arcs y composent, paroisse si semblable à la présente HEK de la Fig. 19, qu'il n'y a que leur génération ou le calcul qui les puisse faire discerner l'une de l'autre par cette différence de rayons osculateurs en leurs points d'inflexion φ, E.

(1) FIG. XVIII, XIX.

La raiſon de cette différence infinie du ſecond genre entre ces deux ſortes de rayons oſculateurs aux points d'inflexion φ, E, de ces deux courbes $H\varphi K$, HEK, dans les Fig. 18, 19, vient de celle de leurs développées, dont les arcs développés ſont infinis en E dans la préſente Fig. 19, au lieu que dans la Fig. 18, ils étoient (*art.* 25.) infiniment petits en φ : ces arcs développés étant toujours égaux (*Lem.*) aux rayons oſculateurs qui leur répondent. Ce qui s'accorde avec ce que M. le Marquis de *l'Hôpital* a démontré à ſa maniere (*anal. des infin. petits*, *pag.* 79.) de cette différence infiniment infinie des rayons oſculateurs aux points d'inflexion ou de contour de différentes courbes contournées.

XXX. (1) Un raiſonnement ſemblable à celui de l'art. 26, fait voir que les deux cercles infinis (décrits des deux rayons EA, $E\varphi$, infinis dans le précédent art. 29, Fig. 19.) oſculateurs de la courbe HEK en ſon point d'inflexion E, couperont & toucheront à la fois (*th.* 6, *cor.* 2, 3.) de deux attouchemens contigus, chacun en ce point E celui des arcs EH, EK, duquel il y ſera oſculateur. Pour le voir, imaginons ici Fig. 19, comme dans l'art. 26, Fig. 18, deux autres cercles IDC, LFG, oſculateurs auſſi de ces deux arcs en deux autres points quelconques D, F, leſquels cercles ayent (*def.*) pour rayons les tangentes DM, FN, des arcs développés HMA, $KN\varphi$, & pour centres les points d'attouchement M, N. Le th. 6, part. 1, fait voir (comme dans l'art.

(1) FIG. XIX.

26.) que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs *HE*, *KE*, en *D*, *F*, de la maniere qu'on voit ici où *E* est (*def.*) le terme commun de ces deux arcs, & sous des angles si petits qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer (*th.* 6, *cor.* 1.) par aucun de ces angles entre aucun de ces deux cercles-là, & celui de ces deux arcs qui en sera coupé; & conséquemment (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura aussi (nonobstant ces coupes ou intersections) avec chacun de ces deux arcs *HE*, *KE*, chacun avec celui qu'il coupera, deux attouchemens contigus de part & d'autre de leur point d'intersection, un en-dehors du côté de son origine *H* ou *K*, & l'autre en-dedans du côté de son terme *E*; ce qui sera toujours vrai (comme dans l'art. 26.) pour chacun de ces arcs *HE*, *KE*, dans le mouvement continuel de leurs sections *D*, *F*, vers leur terme commun *E*, jusqu'à ce qu'elles soient enfin l'une & l'autre infiniment près de ce point *E*; que les arcs *DE*, *FE*, en soient devenus infiniment petits; & que les cercles *IDC*, *LFG*, osculateurs de ces arcs en ces coupes *D*, *F*, soient devenus infiniment grands par l'égalité qui se trouve alors entre leurs rayons *DM*, *FN*, & les infinis *EA*, *Eφ*, desquels ils sont alors infiniment proches.

Ainsi chacun de ces cercles infinis coupera encore de chacun des arcs *HDE*, *KFE*, en chacun de ces points *D*, *F*, pour lors infiniment voisins de *E*, en touchant (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) cet arc de part & d'autre de

de cette coupe, en-dedans sur l'élément *DE*, ou *FE* du côté de *E*, & en-dehors sur l'élément immédiatement suivant du côté de *H* ou *K*; & ce cercle infini osculateur en *E* d'un des arcs *HDE*, *KFE*, de la courbe *HEK* contournée (*art.* 29.) en ce point *E*, y trouvant l'autre arc d'une convexité opposée à la sienne, l'abandonne-là sans l'avoir coupé ni touché non plus que s'il n'y étoit pas, comme il arrive (*art.* 26.) à chaque cercle infiniment petit osculateur en φ de la courbe *H*φ*K* de la Fig. 18, excepté que les attouchemens y sont à contresens de ceux-ci : ce qui vient (*th.* 6, *corol.* 2, 3.) de ce que dans la Fig. 18, φ est (*art.* 25.) l'origine commune des arcs φ*H*, φ*K*, & qu'ici Fig. 19, *E* est le terme commun des arcs *HE*, *KE*.

XXXI. (1) Puisque (*art.* 30.) le cercle osculateur au terme *E* de chaque arc *HE*, *KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E* dans la Fig. 19, y coupe & touche cet arc comme si l'autre n'y étoit pas, & comme si cette courbe se terminoit-là; ce cercle osculateur (*art.* 30.) infiniment grand, n'y exige (*th.* 5, *corol.* 5.) que trois racines égales infiniment grandes pour la détermination totale de son rayon osculateur; desquelles trois racines deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la position de ce rayon, deviennent infiniment grandes dans la détermination de sa longueur, qui se trouve par le moyen d'une d'elles & d'une autre encore infiniment grande; ce qui en fait trois en tout infiniment grandes pour la

(1) FIG. XIX.

détermination totale de ce rayon osculateur de la courbe *HEK* en son point d'inflexion *E*. Ainsi un cercle osculateur en quelque point que ce soit d'une courbe contournée *HEK* décrite comme dans l'art. 29, n'y doit avoir (*th.* 5, *corol.* 5.) que trois racines égales, lesquelles seront infinies au point d'inflexion *E* de cette courbe *HEK*, depuis lequel ces trois racines iront toujours en diminuant jusqu'aux extrêmités *H*, *K*, de cette même courbe *HEK*.

XXXII. Puisque (*art.* 30.) le rayon osculateur au terme *E* de chacun des arcs *HE*, *KE* de la courbe *HEK* contournée en ce point *E*, est infini, & va toujours en diminuant à mesure que leurs points d'osculation s'éloignent de ce terme *E*; on voit conformément au corol. 4. du th. 6, que la courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, va toujours en augmentant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion *E* de la courbe contournée *HEK* dans la précédente Fig. 19, & qu'ainsi la moindre courbure de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, est en ce point d'inflexion ou terme commun *E* de ces mêmes arcs, & la plus grande à leurs extrêmités *H*, *K*. C'est tout le contraire (*art.* 28.) dans la courbe contournée *HφK* de la Fig. 18.

XXXIII. (1) Les art 25, 26, 27, 29, 30, 31, font voir que les courbes *HφK* de la Fig. 18, & *HEK* de la Fig. 19, conviennent en ce qu'elles sont toutes deux (*art.* 25, 29.) contournées la premiere en φ & la

(1) FIG. XVIII, XIX.

seconde en E; en ce que (*art.* 26, 30.) chacun de leurs cercles osculateurs opposés en chacun de ces points d'inflexion φ, E, y a un double attouchement de part & d'autre d'une coupe qu'il fait avec chacun de leurs arcs pris depuis chacun de ces points φ, E, du côté de leurs extrêmités; & en ce que les cercles osculateurs de ces deux courbes ont par-tout (*art.* 27, 31.) chacun trois racines égales. Mais du reste, quoique semblables à l'œil, ces deux courbes $H\varphi K$ de la Fig. 18, & HEK de la Fig. 19, sont très-différentes entr'elles.

1°. En ce que les deux rayons ou cercles osculateurs opposés à chacun des points d'inflexion φ, E, de chacune de ces courbes $H\varphi K$, HEK, des Fig. 18, 19, sont (*art.* 26.) infiniment petits dans celle de la Fig. 18, ainsi que M. le Marquis *de l'Hôpital* l'a aussi fait voir dans l'*Anal. des infin. petits*, *pag.* 80, & (*art.* 30.) infiniment grands dans celle de la Fig. 19. Ce qui rend les trois racines égales que chacun de ces cercles exige (*art.* 27, 31.) en chacun de ces points d'inflexion φ, E, infiniment petites (*art.* 27.) dans la Fig. 18, & infiniment grandes (*art.* 31.) dans la Fig. 19. La raison de cette différence vient de ce que le rayon osculateur (*def.* & *lem.*) est toujours égal à l'arc développé, qui en l'origine (*hyp.*) φ du développement dans la Fig. 18, est (*art.* 25.) infiniment petit, & qui au contraire est infiniment grand (*art.* 29.) au terme (*hyp.*) E du développement dans la Fig. 19.

2°. En ce que les deux attouchemens con-

tigus de chaque cercle osculateur en φ avec chacun des arcs φ*H*, φ*K* de la courbe, *H*φ*K* de la Fig. 18, & en *E* avec chacun des arcs *EH*, *EK*, de la courbe *HEK*, de la Fig. 19, sont (*art.* 26, 30.) de côtés opposés dans ces deux Figures, celui qui est en-dehors de chacun de ces arcs dans la Fig. 18, étant en-dedans dans la Fig. 19, & au contraire celui qui est en-dedans dans la premiere de ces deux Figures, étant en-dehors dans la seconde. La raison de cette différence vient (*th.* 6.) de ce que (*hyp.*) l'origine du développement est en φ dans la Fig. 18, & en *H*, *K*, dans la Fig. 19.

3°. Cette raison fait aussi (*th.* 6, *corol.* 4.) que la plus grande courbure de chacun des arcs φ*H*, φ*K*, est en φ (*art.* 28.) dans la Fig. 18, & (*art.* 32.) en *H*, *K*, dans la Fig. 19, leurs moindres courbures au contraire sont (*art.* 28.) en *H*, *K*, dans la Fig. 18, & (*art.* 32.) en *E* dans la Fig. 19.

REMARQUES.

XXXIV. Le corol. 4, th. 5, des Mémoires de 1712, & l'art. 10 de celui-ci font voir que ces cercles touchans d'une courbe, exigent par-tout deux racines égales, excepté dans les points de rebroussement, dans chacun desquels, quand ils ne sont qu'à deux branches, les nomb. 1, des art. 17 & 22, font voir que le cercle touchant exige trois racines égales. Un pareil raisonnement à celui de ce nomb. 1, de l'art. 22, feroit aussi voir en général que chaque cercle touchant d'une courbe en quelque point que ce soit, y

exige toujours autant de racines égales plus une, qu'il en touche de branches d'un même côté de ce point; de sorte que si l'on prend n pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire pour le moindre nombre de branches rebroussées que la courbe eût d'un même côté, si elle en avoit de part & d'autre de ce point de rebroussement; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit $n+1$ de racines égales pour la position d'une perpendiculaire en ce point de rebroussement, sur laquelle son centre se trouvât. C'est ainsi que les cercles touchans des courbes non rebroussées, torses ou non, n'y exigent par-tout que deux racines égales, conformément au corol. 4, du th. 5, pag. 229, des Mémoires de 1712, & à l'art. 10, ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raison les courbes rebroussées à deux branches, les ayant toutes deux d'un même côté du point de leur rebroussement, le cercle touchant y exigera trois racines égales conformément au nomb. 1, de l'art. 22. Il y en exigeroit quatre, si ces courbes étoient rebroussées en trois branches d'un même côté de leur point de rebroussement; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; & toujours autant de racines égales plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelques sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées.

XXXV. (1) 1°. On a vu dans les art. 1,

(1) FIG. I, II, III, IV.

6, 8, qu'une courbe AEH toute concave d'un seul côté, peut être également décrite par le développement (*Fig.* 1.) d'une autre $A\varphi T$ aussi toute concave, commencé à une (A) de ses extrêmités ; & par le développement (*Fig.* 2, 3, 4.) des branches d'une courbe $T\varphi V$ ou $A\varphi H$ rebroussée en sens contraires en φ, soit que ce développement commence au point de rebroussement φ (*Fig.* 2, 3.) de cette développée $T\varphi V$, ou aux autres extrêmités A, H, des branches égales (*Fig.* 4.) de cette même développée $A\varphi H$.

2°. Le corol. 5, du th. 5, fait voir de plus pour chacune de ces deux sortes de courbes AEH toutes concaves chacune en même sens, que le cercle osculateur en quelque point que ce soit, y aura par-tout trois racines égales, excepté au point où la seconde (*Fig.* 2, 3, 4.) est rencontrée par φE tangente au point de rebroussement φ de sa développée, auquel point E ce cercle osculateur aura (*art.* 10.) quatre racines égales.

XXXVI. (1) L'art. 2, & la réflexion italique qui le suit, font voir ensemble que les courbes $A\varphi T$ concaves d'un seul côté, traceront des courbes $R\varphi S$ rebroussées en sens contraires par leur développement commencé par-tout ailleurs qu'à leurs extrêmités ; & que ces courbes ainsi rebroussées au commencement φ du développement, auront chacune deux rayons osculateurs infiniment petits opposés en ligne droite de part & d'autre à leur point φ de rebroussement avec quatre racines

(1) FIG. I.

égales infiniment petites dans chacun de leurs cercles osculateurs pareillement infiniment petits en ce point φ de rebroussement ; lesquels cercles s'y toucheront ainsi mutuellement en-dehors.

XXXVII. (1) 1°. On a aussi vu dans les art. 13, 15, 19, qu'une courbe *AEH* rebroussée en même sens, peut être également décrite (art. 13, 15, Fig. 7, 8, 9.) par le développement d'une autre *TφV*, ou *AφH* rebroussée en même sens, commencé à son point de rebroussement φ, ou aux extrémités *A*, *H*, de ses branches égales ; & (art. 19, Fig. 14.) par le développement d'une contournée *AφT* en φ, commencé à une de ses extrémités jusqu'à l'autre, ou du moins par-delà son point φ de contour.

2°. De ces deux sortes de courbes rebroussées en même sens, l'art. 17, fait voir que le cercle osculateur au point *E* de rebroussement de celle (Fig. 7, 8, 9.) qui est décrite par le développement d'une autre pareillement rebroussée en même sens, aura là cinq racines égales ; & l'art. 22, nomb. 3, fait voir au contraire que le cercle osculateur au point de rebroussement *E* de l'autre courbe *AEH* (Fig. 14.) décrite par le développement d'une contournée, commencé ailleurs qu'à son point de contour ou d'inflexion, n'aura là que quatre racines égales nonobstant la ressemblance qui paroît être entre ces deux sortes de courbes *AEH* rebroussées en même sens en *E* dans les Fig. 7, 8, 9, 14. Ce qui servira à distinguer l'une de l'autre de ces deux sortes de courbes rebroussées chacune en même

(1) Fig. VII, VIII, IX, XIV.

ſens, & à reconnoître par le calcul leurs points de rebrouſſement.

XXXVIII. (1) 1°. On a vu pareillement dans les art. 25, 29, qu'une courbe $H\varphi K$, HEK, contournée en φ, E, peut être également décrite par le développement (*Fig.* 18.) d'une autre contournée quelconque $A\varphi T$, commencé en ſon point φ de contour ou d'inflexion; & par le développement (*Fig.* 19.) de deux arcs ſéparés HA, $K\varphi$, d'une même courbe, & de convexités oppoſées à une même aſymptote, commencée en deux points H, K, qui arrivent enſemble ſur elle en un même point E après l'entier développement de ces deux infinis HA, $K\varphi$.

2°. Les art. 25, 29, font voir auſſi que deux ſortes de courbes contournées $H\varphi K$, HEK, auront à leurs points de contour ou d'inflexion φ, E, chacune deux rayons oſculateurs en ligne droite perpendiculaire à ces courbes; mais que la décrite de la premiere maniere (*art.* 25, *Fig.* 18.) les aura infiniment petits en φ comme la rebrouſſée $K\varphi S$ en ſens contraires de la Fig. 1, les a (*art.* 2.) en ſon point de rebrouſſement φ; & que la décrite de l'autre maniere (*art.* 29, *Fig.* 19.) les aura infiniment grands en E. Ce qui ſervira à diſtinguer entr'elles ces deux ſortes de courbes contournées $H\varphi K$, HEK, (*Fig.* 18, 19.) avec leurs points de contour ou d'inflexion, ainſi qu'on l'a déja remarqué dans l'art. 29.

3°. Les art. 27, 31, font voir de plus que le cercle oſculateur de chacune de ces deux ſortes

(1) FIG. XVIII., XIX.

de courbes contournées $H\varphi K$, HEK, n'aura en leur point de contour ou d'inflexion φ, E, que trois racines égales comme (*th.* 5, *corol.* 5.) par-tout ailleurs; lesquelles trois racines égales seront (*art.* 27, *Fig.* 18.) infiniment petites au point de contour φ de la premiere $H\varphi K$ de ces deux sortes de courbes; & (*art.* 31, *Fig.* 19.) infiniment grandes au point de contour E de la seconde HEK. Ce qui servira encore à distinguer entr'elles ces deux sortes de courbes contournées $H\varphi K$, HEK (*Fig.* 18, 19.) avec leurs points φ, E, de contour ou d'inflexion.

XXXIX. Les art. 1, 2, 7, 9, 12, 14, 15, 16, 19, 20, 25, 29, font voir de plus,

1°. (1) Qu'il y a de trois sortes de courbes AEH toutes concaves chacune d'un seul côté: les unes (*art.* 1, *Fig.* 1.) qui ont partout leur cercle osculateur BEK partie en-dedans, & partie au-dehors d'elles; d'autres (*art.* 7, *Fig* 2, 3.) qui l'ont tout entier au-dedans d'elles en un de leurs points marqué dans l'art. 7; & d'autres au contraire (*art.* 9, *Fig.* 4.) qui l'ont tout entier au-dehors d'elles en un de leurs points aussi marqué dans l'art. 9. Ces deux dernieres sortes de courbes (*Fig.* 2, 3, 4.) l'auront par-tout ailleurs (*art.* 1.) comme la premiere de la Fig. 1.

2°. (2) Qu'il y a de quatre sortes de courbes rebroussées à deux branches: une (*art.* 2, *Fig.* 10.) de rebroussée $R\varphi S$ en sens contraires en φ; & les trois autres (*art.* 13, 15, 19, *Fig.* 7, 8, 9, 14.) de rebroussées AEH en même sens en E. Les courbes de la premiere de ces trois sortes-ci

---

(1) FIG. I, II, III, IV. (2) FIG. X, VII, VIII, IX, XIV.

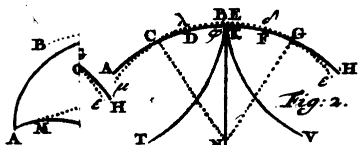
(*art.* 14, *Fig.* 7, 8.) ont chacune leur cercle oſculateur *BEK* en leur point *E* de rebrouſſement tout entier au-dedans de la concavité de leurs branches; celles de la ſeconde ſorte (*art.* 16, *Fig.* 9.) l'y ont au contraire tout entier au-dehors d'elles; & celles enfin de la troiſiéme ſorte (*art.* 20, *Fig.* 14.) l'y ont paſſant entre les deux branches de chacune par l'angle *DEF* que ces deux branches font entr'elles en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, au lieu que dans les deux autres ſortes de rebrouſſées en même ſens en *E* dans les Fig. 7, 8, 9, aucun cercle ne ſauroit abſolument paſſer entre leurs branches par les angles *DEF* que ces branches font entr'elles. Ce qui fait voir que de ces courbes *AEF* rebrouſſées en même ſens en *E*, celles de Fig. 14, ont cet angle *DEF* plus grand que celles des Fig. 7, 8, 9.

3°. (1) Qu'il y a de deux ſortes de courbes contournées: les unes *HφK* (*art.* 25, *Fig.* 18.) ont chacune en leur point φ de contour ou d'inflexion chacun de leurs deux cercles oſculateurs infiniment petits; & les autres *HEK* (*art.* 29, *Fig.* 19.) l'ont infiniment grand en leur point *E* d'inflexion.

On pourroit encore ajouter ici pluſieurs autres remarques ſur tout ce qui précede, par rapport aux propriétés différentes des courbes réſultantes des différens développemens d'autres courbes quelconques. Mais outre que ce Mémoire-ci n'eſt peut-être déja que trop long, les principes qui y ſont établis & dans celui du 28 Juin 1712, pag. 192, &c. les préſen-

(1) FIG. XVIII, XIX.

Mem: de l


Fig: 2.

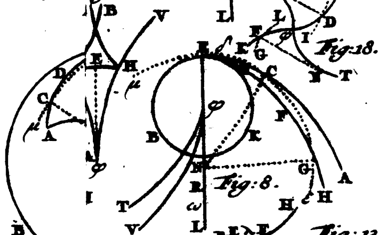
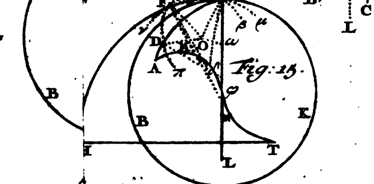
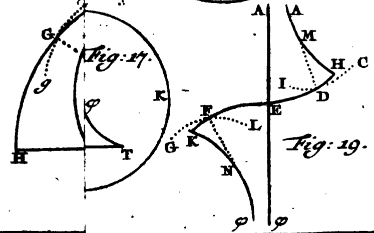
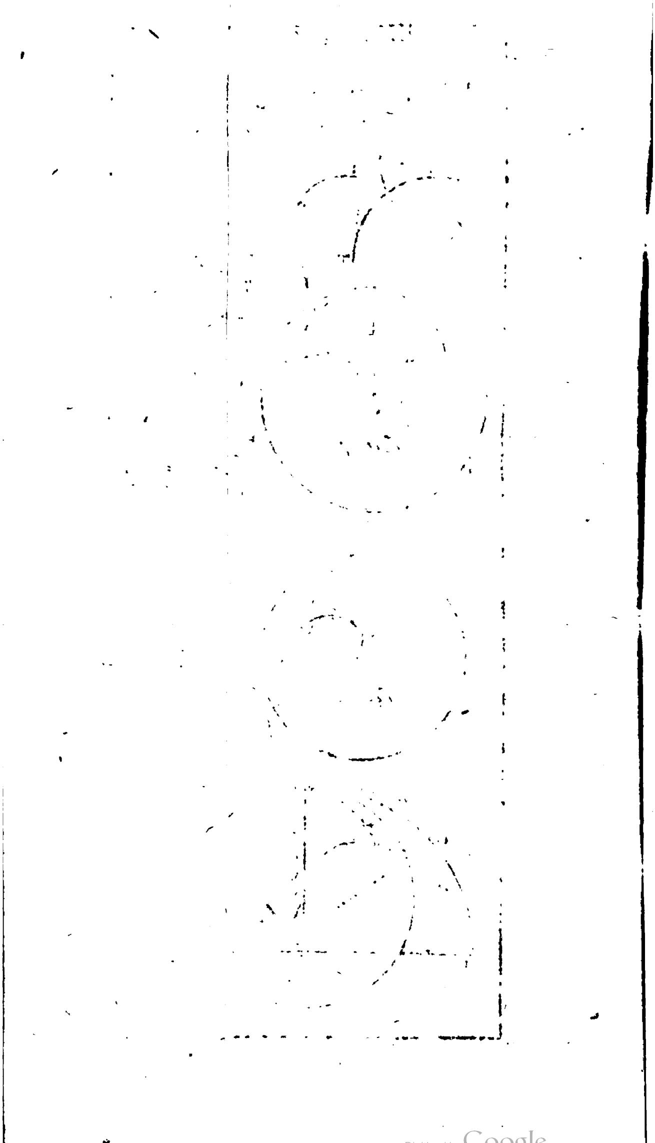

Fig: 1
Fig: 6.
Fig: 18.
Fig: 8.


Fig: 13.
Fig: 12.
Fig: 11.


Fig: 15.


Fig: 17.
Fig: 19.



rerent si clairement au Géometre le moins attentif, qu'il seroit (ce me semble) inutile de m'arrêter ici davantage.

OBSERVATIONS

Sur le Vitriol & sur le Fer.

Par M. GEOFFROY l'aîné.

LE vitriol est une matiere sur laquelle les Chimistes trouvent abondamment de quoi s'exercer, soit qu'ils ne s'appliquent qu'à examiner en Physiciens l'origine de ce minéral, les principes dont il est composé, les changemens qu'il a soufferts avant que de paroître en sel, & les différentes substances en quoi il se convertit, soit qu'élevant plus haut leurs idées, ils le regardent en Philosophes Hermétiques, comme la base & le premier principe des matieres métalliques qu'ils espérent purifier jusqu'au point d'en pouvoir former des métaux parfaits; soit enfin qu'ils le considérent en Médecins, comme une des principales *colonnes* de la Pharmacie chimique, & comme une source presqu'inépuisable de remédes très-efficaces pour un grand nombre de maladies.

Une infinité de gens ont travaillé sur le vitriol dans ces différentes vues. Je ne m'arrêterai point à détailler ici toutes les opérations qu'ils ont données sur ce minéral, je rapporterai seulement quelques observations

que j'ai faites en travaillant sur ce sel, qui peuvent servir à en faire connoître la nature & les propriétés.

On voit dans les boutiques trois sortes de vitriol ; le bleu, le vert & le blanc.

Tous sont composés d'un sel acide, tel qu'il se trouve dans l'alun & dans le soufre, à cela près que dans l'alun cet acide est mêlé avec une terre absorbante, ou une espece de chaux, que dans le soufre il est uni avec des parties grasses & bitumineuses, & que dans les vitriols il est joint avec des parties métalliques.

Dans le vitriol bleu ce sel acide est joint avec le cuivre, dans le vert il est joint avec le fer, & dans le blanc qu'on nomme autrement *couperose blanche*, il est joint ou avec la pierre calaminaire ou avec quelque terre ferrugineuse mêlée de plomb ou d'étain.

Je ne parle aujourd'hui que du vitriol vert ou du vitriol dont le sel acide est joint avec du fer.

Il faut d'abord remarquer que le vitriol vert, qu'on nomme ordinairement *couperose verte*, & qui se tire de *Liege* ou d'*Angleterre*, sont de certaines racines marcassites sulphureuses qui, dans l'analyse chimique, donnent toutes du soufre brûlant. Elles en sont quelquefois si chargées, qu'on est obligé de l'en séparer par la distillation ou la calcination, avant que d'en pouvoir faire le vitriol. Ensuite on les expose à l'air, ou on les laisse pendant un assez long temps, afin qu'elles fermentent en quelque maniere, après quoi elles s'ouvrent, elles fleurissent, & se réduisent

sent en poussiere saline vitriolique. La pluie qui survient lave de temps en temps cette poussiere, en dissout les sels & coule ensuite dans des citernes où on la réserve pour la cuire en vitriol.

Il faut savoir de plus que si l'on évaporoit ces lessives telles qu'elles sont, on n'en retireroit pas une grande quantité de vitriol, mais une liqueur verdâtre ou brune, presqu'aussi acide que l'eau forte, dont il n'y auroit qu'une très-petite portion qui prît la forme de sel, & dont le reste ne pourroit acquérir que la consistance du beurre ou de l'huile figée. Pour avoir donc une plus grande quantité de vitriol, on fait bouillir dans cette liqueur, tirée des citernes, beaucoup de morceaux de fer qui donnent aussi-tôt une efferveſcence considérable. Lorsque ce fer est dissous, on fait évaporer la dissolution jusqu'à un certain point, & on la laisse crystalliser. Il se forme une grande quantité de crystaux verdâtres, & il reste une liqueur rougeâtre, épaisse & onctueuse qu'on nomme *l'eau-mere* de vitriol.

Cette liqueur ne crystallise jamais, elle ne se congele pas même au froid, mais à la chaleur du feu, elle s'épaissit considérablement jusqu'à se dessécher en une masse jaunâtre grasse au toucher, d'un goût extrêmement styptique, sans acidité ni corrosion quand on a eu bien soin d'en séparer le vitriol par la crystallisation. Cette masse jaunâtre est grasse, & se résout aisément en liqueur à la moindre humidité de l'air.

Tous les sels fossiles laissent une semblable liqueur après leur crystallisation. Mais ce

qui est de plus remarquable, c'est que ces sels, comme l'alun, le salpêtre, le sel marin & le vitriol, quelque dépurés qu'ils soient déja, donnent dans toutes leurs crystallisations réitérées quelque portion de cette eau-mere ou liqueur saline onctueuse, & déposent en même temps quelque peu de terre fort subtile & fort fine.

Ces liqueurs onctueuses en apparence ont un fort grand rapport avec les liqueurs lixivielles, ou les dissolutions des sels alkalis, telles par exemple que l'huile de tartre, faite par défaillance. On a toujours cru jusqu'ici que ces liqueurs étoient produites par les sels alkalis de la terre qui, s'étant trouvés en plus grande quantité qu'il n'en falloit pour saouler les acides, restoient en forme de liqueur onctueuse; mais j'ai reconnu le contraire par mes observations; car si cela étoit, un sel une fois crystallisé & bien dépuré de sa graisse ou de ses sels alkalis devroit se crystalliser dans la suite, sans donner la moindre goutte d'eau-mere. Or, il en arrive tout autrement, car tous ces sels donnent à chaque crystallisation quelque peu d'*eau-mere*, tantôt en plus grande & tantôt en plus petite quantité, suivant les différentes circonstances de l'opération: & je crois que si on avoit assez de constance, à force de crystallisations, on réduiroit ces sels minéraux en ces sortes d'*eaux-meres*, comme je l'ai fait sur le vitriol.

Car j'ai observé que ce minéral dépose à toutes les dissolutions & digestions qu'on en fait, un peu de terre fort fine, que je regarde comme la base ou le premier principe

au fer, & qu'il donne ensuite à chaque crystallisation un peu d'*eau-mere* : je l'ai même converti tout entier & assez promptement en cette liqueur, comme on le verra par la suite.

Je vais rapporter les différentes manieres dont j'ai tiré ces *eaux-meres* de vitriol, ou plutôt par lesquelles j'ai converti le vitriol en *eaux-meres* ou en liqueurs grasses & styptiques.

PREMIERE OPÉRATION.

1°. J'avois fait dissoudre, filtrer & crystalliser environ deux livres de vitriol vert ou couperose verte. Je fis une seconde dissolution de ces crystaux dans suffisante quantité d'eau, & je laissai le tout en digestion dans un vaisseau de verre ouvert par le haut & dans un lieu modérément chaud, pour quelqu'autre expérience que je prétendois faire sur cette dissolution. Au bout de quelques mois je m'apperçus que la liqueur avoit pris une couleur rougeâtre plus foncée & un goût bien plus styptique & moins acide que n'avoit la dissolution de vitriol récente, & qu'il s'étoit précipité au bas de la liqueur une assez grande quantité de terre jaunâtre. Ayant laissé ce vaisseau dans le même endroit pendant près de deux ans, je trouvai au bout de ce temps que toute l'humidité s'étoit évaporée & que le vitriol s'étoit desseché en un pain de fort beaux crystaux verts, posés sur un limon fort fin : c'étoit une espece d'argille de couleur cendrée qui occupoit le fond du vaisseau en assez grande quantité. Il pa-

roissoit entre les crystaux des efflorescences en maniere de petits champignons jaunâtres d'une substance grasse ou butireuse, molle sous les doigts & s'y fondant en quelque maniere, qui, exposée à l'humidité de l'air pendant quelques jours s'y résolvoit en une liqueur rouge, brune, onctueuse & d'un goût extraordinairement styptique & sans acidité.

SECONDE OPÉRATION.

2°. La seconde opération qui me donna cette liqueur grasse & styptique, fut celle-ci : je pris du vitriol vert que je fis dissoudre dans l'eau commune, puis filtrer & crystalliser. J'exposai ensuite ces crystaux au soleil pendant l'été, où ils se calcinerent d'eux-mêmes à la chaleur du soleil, & se réduisirent en une poudre blanche aussi fine que de la farine; lorsque ce vitriol me parut bien calciné, je versai dessus suffisante quantité d'eau de pluie pour le dissoudre, je laissai pendant quelques jours digérer au soleil cette dissolution, puis je la filtrai, & il resta sur le filtre beaucoup de terre jaune comme de l'ocre. Je fis ensuite évaporer l'humidité au soleil; une partie du sel se crystallisa, & une partie se dessécha en masse saline à la réserve d'un peu de liqueur rougeâtre & grasse au toucher. Je séparai cette liqueur rouge brune, & je laissai de nouveau calciner ce sel au soleil. Je recommençai à dissoudre cette chaux par l'eau de pluie, je la laissai en digestion au soleil, puis je la filtrai & évaporai, séparant toujours la liqueur grasse, &

que je réitérai de la sorte pendant environ trois ans. A chaque fois il me restoit un peu de terre sur le filtre, & de cette eau-mere ou liqueur stiptique, à la fin de la crystallisation en bien plus grande quantité que lorsque l'on fait ces dissolutions & purifications du vitriol sans le laisser calciner au soleil: enfin une grande partie du vitriol se réduisit en cette terre jaunâtre & en cette liqueur huileuse & styptique.

TROISIÉME OPÉRATION.

3°. La troisiéme maniere d'extraire cette huile styptique du vitriol en fournit une plus grande quantité que les deux précédentes.

Je distillai le vitriol vert calciné jusqu'à la couleur jaune, dans une cornue fêlée ou percée de quelques petits trous pour avoir l'esprit volatil sulphureux acide du vitriol, suivant le procédé de M. *Sthal*, inséré dans les Journaux de *Hall* en *Saxe*.

Dans cette opération, aussi-tôt que la distillation commence, on sent une odeur de soufre très-forte qui s'exhale des vaisseaux. Il sort des vapeurs subtiles de la cornue qu'on a soin de recevoir dans un récipient, dont le tiers doit être rempli d'eau.

L'opération étant finie on sépare le récipient de la cornue, & l'odeur acide & subtile qui s'exhale de ces vaisseaux en les délutant est aussi pénétrante & toute semblable à celle du soufre brûlant; de sorte qu'on diroit à l'odeur qu'ils seroient pleins de soufre enflammé.

L'eau contenue dans le récipient, outre l'odeur sulphureuse, a une saveur acide toute semblable à l'esprit de soufre.

Je ne m'arrêterai point à expliquer la cause de ces effets, cela étant hors de mon sujet, & l'auteur l'ayant très-bien fait dans l'explication qu'il a donnée de son opinion dans les mêmes journaux.

Ce qui reste dans la cornue est un *colcotar* beaucoup plus raréfié que le *colcotar* ordinaire, & d'un rouge plus vif.

Ayant laissé ce *colcotar* dans des terrines exposées à l'air, je m'apperçus au bout de quelque temps qu'il s'humectoit & qu'il se réduisoit en bouillie; j'en fis une lessive & j'en séparai par la filtration une liqueur rouge, claire, d'une saveur fort stiptique & acide. Ayant fait évaporer cette liqueur jusqu'à pellicule, je la laissai crystalliser; j'en retirai de beaux crystaux verts, & il me resta dans la crystallisation une grande quantité d'eau-mere ou de liqueur grasse & styptique.

Cette liqueur ou essence styptique de vitriol est de couleur rouge brune, fort pesante, douce ou huileuse au toucher, d'une saveur extraordinairement astringente sans acidité ni acrimonie, pourvu que par les crystallisations réitérées, on l'ait séparée fort exactement du sel de vitriol qu'elle pouvoit contenir.

Elle se desséche ou par l'ardeur du soleil l'été, ou au feu en une masse jaune saline qui se résout très-promptement à l'humidité en une espece de beurre, & ensuite en une

liqueur rouge : elle a néanmoins quelque peine d'abord à se dissoudre dans l'eau à cause de son onctuosité.

Si on ne sépare pas la crystallisation, la partie du vitriol qui se crystallise d'avec cette liqueur qui ne se crystallise point, on s'apperçoit en la gardant quelque temps qu'elle travaille sur elle-même & qu'elle fermente sans cesse quoique foiblement, ce qu'on découvre aux bubes d'air qui s'élevent de temps en temps du sein de la liqueur à sa surface, ce qui n'arrive point lorsqu'elle est parfaitement dépouillée de la partie du vitriol qui se crystallise.

Cette liqueur fermente très-considérablement avec l'esprit de nitre. Elle s'échauffe seulement avec l'huile de vitriol sans fermentation sensible.

Quand on la mêle avec l'huile de tartre, il se fait en premier lieu un *coagulum* qui se dissout ensuite, en fermentant assez vivement ; & lorsque la fermentation est cessée, il reste un léger *coagulum* mucilagineux.

J'ai dit que cette essence styptique du vitriol se desséchoit par une forte chaleur en une masse jaune saline. Cette matiere se réduit en colcotar d'une très-belle couleur rouge en la calcinant au feu, & cette masse rouge se résout très-promptement en liqueur étant exposée à l'air.

La liqueur grasse qu'on retire du vitriol dans ces trois différentes opérations, & dans laquelle on peut convertir tout le vitriol, est une substance saline, sulphureuse, composée

en partie d'un sel acide, en partie d'un sel alkali, & de la substance bitumineuse du fer unie à ces deux sels.

Nous avons déjà dit que le vitriol vert étoit composé de sel acide vitriolique & de la substance du fer, qui est lui-même formé d'une terre grossiere & d'un bitume tous deux étroitement unis ensemble.

Quoique le fer dans le vitriol y soit dissous par l'acide au point de n'être plus sensible à la vue, ses molécules cependant y sont assez grosses, & il s'en faut beaucoup qu'il ne soit réduit en parties aussi petites qu'il le pourroit être, la raison en est que les molécules des acides vitrioliques qui constituent le vitriol sont fort grossieres. Cette grossiereté, & peut-être même aussi la figure des sels vitrioliques, les empêche de pouvoir s'engager bien avant dans les pores du fer : ils ne s'y attachent donc que très-superficiellement, en sorte qu'ils s'en séparent fort aisément, comme on en peut juger par la saveur acide du vitriol, qui n'est produite que parce que ces pointes acides quittent le fer pour picoter la langue ; on s'en apperçoit encore lorsque faisant dissoudre une petite portion de vitriol dans une grande quantité d'eau, on voit tomber au fond de l'eau le fer en poudre subtile comme une rouille, & dépouillé des sels auxquels il étoit uni ; ou lorsqu'ayant dissous le vitriol dans une médiocre quantité d'eau on le met en digestion à une douce chaleur, car pour lors une partie des pointes acides abandonne les molécules ferrugineuses qu'on voit se précipiter au fond en poudre jaune.

Dans nos trois opérations, il arrive plusieurs choses tout à la fois ; savoir, la désunion d'une grande partie des acides du vitriol d'avec les molécules ferrugineuses, la séparation de la partie bitumineuse du fer d'avec sa terre la plus grossiere, la raréfaction de cette partie bitumineuse & de la substance saline : enfin une nouvelle union qui se fait d'une partie de ces sels avec ce bitume, ou huile de fer raréfié, & une autre qui se fait de l'autre partie de ces mêmes sels avec quelques molécules terreuses du fer pour composer un sel alkali. Voici de quelle maniere je conçois que tout cela se fait.

Lorsqu'on expose le vitriol vert au feu ou au soleil, & qu'on l'y laisse long-temps en digestion, soit à sec, soit dissous dans quelque liqueur, les particules de feu, ou si l'on veut, le soufre principe, pénétre la partie bitumineuse du fer, la ramollit & la raréfie d'autant plus aisément que le fer dans le vitriol est divisé en plus petites parties. Ce même feu raréfie en même temps les sels qui deviennent par-là trop foibles pour tenir en dissolution les parties métalliques qu'ils soutenoient auparavant dans le liquide ou dans les crystaux. De-là il arrive deux choses ; 1°. le changement de couleur dans la dissolution qui devient rouge, & dans le vitriol calciné qui se réduit premiérement en poudre blanche, puis jaune par la division des sels & l'épanouissement des soufres ; 2°. la précipitation d'une terre grossiere qu'on voit tomber au fond de la dissolution, ou que l'on sépare du vitriol calciné par dissolution & filtration.

Il arrive dans ce même temps une autre chose qui est le changement d'une portion du sel acide vitriolique en sel alkali, ce qui provient de ce que quelque portion de la terre que les soufres ont abandonnée & qui se trouve assez subtile pour flotter quelque temps dans le liquide, donne une libre entrée dans ses pores à ceux des acides qui ne sont point encore liés avec les soufres, & comme ces acides sont fort raréfiés, ils pénetrent fort avant dans les pores de ces molécules, les chargent de tous côtés, & forment ainsi les pelotons hérissés des sels alkalis, comme nous voyons ces sels se former dans nos fourneaux de l'union des acides avec les molécules terreuses.

Tous les acides du vitriol ne se convertissent point en alkalis, parce que dans le même temps que les molécules de terre engaînent ceux-ci, des parties sulphureuses ou résineuses du bitume du fer embarrassent d'autres acides, les enveloppent & les mettent hors d'état de pouvoir pénétrer librement dans les autres parties terreuses qui tombent peu à peu au fond de la liqueur.

Les nouveaux sels alkalis ne restent point inutiles ; ils ne sont pas plutôt formés qu'ils commencent à agir sur les soufres dont ils sont les dissolvans naturels : ils les étendent, les divisent, les détachent des parties terreuses avec lesquelles ils étoient étroitement unis, & augmentent par ce moyen la précipitation de la terre du fer.

D'ailleurs ceux d'entre les sels acides qui n'ont point été convertis en alkalis parce qu'ils se trouvoient engagés dans les parties rameuses du

soufre, quoiqu'affoiblis par ces especes de liens, ne laissent pas d'agir sur les sels nouvellement produits, foiblement à la vérité, mais assez néanmoins pour occasionner la petite effervescence qu'on apperçoit dans cette liqueur lorsqu'on en ramasse une quantité un peu considérable.

Quoiqu'il paroisse que cette liqueur ne dépose point ou du moins très-peu de terre métallique, il ne faut pas croire néanmoins qu'elle n'en contienne plus. Elle en contient encore beaucoup; mais ayant été, aussi-bien que les autres principes, raréfiée très-considérablement, elle est en état de flotter dans ce liquide, entremêlée avec les soufres & les sels, & c'est du mélange de cette terre, des soufres & des sels que dépend la stypticité de cette liqueur.

J'attribue ces changemens des principes du vitriol aux parties du feu qui pénétrent ce sel dans les digestions, dans les calcinations & dans les distillations; on n'en pourra pas disconvenir si on considere que lorsqu'on expose du vitriol en crystaux au soleil, il s'y réduit en poudre blanche, non-seulement par la dissipation des parties d'eau qui tenoient les parties salines liées l'une à l'autre dans un certain ordre, mais encore parce qu'à la place des parties d'eau, il s'y introduit des parties de feu; la preuve en est la volatilité de cette poudre qui, pour peu qu'on la remue étant nouvellement calcinée, répand une odeur de vitriol dans le lieu où on l'agite qui se fait aisément sentir par-tout. Une autre preuve encore plus convaincante est que si on jette dans de l'eau froide ce vitriol nouvellement calciné à la seule chaleur du so-

leil, il échauffe l'eau très-considérablement, ce qui ne peut provenir que des parties de feu restées dans cette poudre, puisque le vitriol, si subtilement pulvérisé qu'il puisse être, jetté dans l'eau en augmente la froideur, bien loin de l'échauffer.

On ne peut point douter non plus que dans la distillation du vitriol par la cornue percée de quelques petits trous ou de quelques fentes, les parties de feu ne s'y insinuent, & que ce ne soit à elles qu'on doive rapporter cette subtilité & cette volatilité des particules acides du vitriol, qui égale celle de ce même acide dans le soufre minéral, lorsqu'on le brûle; avec cette différence que sa raréfaction est lumineuse dans le soufre, & qu'elle ne l'est pas dans la distillation de l'esprit volatil acide du vitriol.

Qu'il y ait une portion de cette liqueur qui soit alkaline, on le juge de ce que mêlée avec l'esprit de nitre, elle fermente très-vivement avec ébullition, pétillement & chaleur, de la même maniere que font les sels alkalis.

Cette même liqueur fermente aussi avec les alkalis, ce qui est une marque qu'elle contient des particules acides. On ne doit point être surpris d'ailleurs de voir dans une même liqueur les acides & les alkalis confondus & néanmoins tranquilles, puisque dans toutes les analyses des plantes & des animaux, nous trouvons des liqueurs qui donnent tout à la fois des marques d'acides & d'alkali, & qui contiennent réellement l'un & l'autre ensemble, sans qu'ils agissent l'un sur

sur l'autre, sur-tout lorsqu'il y a des parties huileuses ou bitumineuses qui y sont mélées.

Les Chimistes, qui recherchent avec tant d'empressement l'exaltation des soufres des métaux, ont dans cette occasion celui du Mars aussi exalté qu'il est possible, sans être néanmoins tout-à-fait dépouillé de sa terre métallique, ni dénué par conséquent des vertus qu'on attribue ordinairement au fer. Car on pourroit tellement séparer cette matiere sulphureuse de la terre du fer, qu'on la réduiroit à une huile subtile & pénétrante, telle à-peu-près que l'huile de térébenthine, comme M. *Homberg* l'a fait; mais pour lors le fer est décomposé, & la substance huileuse qu'on en sépare, n'a plus rien des propriétés du fer dont elle faisoit partie.

Je ne m'arrêterai point à examiner ici si ce soufre est le vrai soufre qu'ils imaginent dans le Mars, qu'ils croyent être d'une nature solaire, & propre à teindre les métaux en or. J'ai déja dit ma pensée sur ces fameux soufres métalliques, dans les Mémoires précédens. Je dirai seulement que cette liqueur ne differe point essentiellement d'un grand nombre de préparations que les Chimistes ont faites du vitriol, du fer & de la pierre hématite, & dont ils nous ont si fort vanté les grandes propriétés, sous les noms de *Soufres fixes & anodins du Vitriol ou du Mars*, d'*Arcanes* & de *Magisteres de Vitriol*, de *teintures* & d'*huiles de Vitriol*, de *Mars* ou de *Pierre hématite*, qui n'ont toutes pour base que le fer très-subtilisé & très-atténué.

Cette *eau-mere* de vitriol est un très-bon

ſtyptique, dont je me ſuis ſervi avec ſuccès, tant appliquée extérieurement dans les hémorrhagies des plaies extérieures, que priſe intérieurement dans les pertes de ſang. Cette liqueur ſtyptique eſt moins corroſive que l'eau de *Rabel*, & beaucoup plus aſtringente, elle n'excite aucune nauſée priſe intérieurement; elle arrête les flux de ventre, les pertes de ſang & les fleurs blanches; elle convient dans les crachemens de ſang, dans les ulceres de poumon, des reins ou de la veſſie, où je la préfere aux gouttes antiphthiſiques des *Anglois*. Elle a cela de commun avec les autres préparations du Mars, qu'elle provoque les regles ſupprimées des femmes.

Il faut avouer que cette liqueur tient toute ſa vertu du fer, qu'on regarde tout à la fois comme un très-grand apéritif, comme un puiſſant aſtringent, & j'ajouterai de plus comme un bon vulnéraire; car cette liqueur n'eſt proprement que le fer contenu dans le vitriol, fort raréfié, ſéparé de la partie acide & ſurabondante du vitriol, avec laquelle il n'étoit que foiblement uni, & joint beaucoup plus intimement avec l'autre portion du ſel, ſous la forme de ſel alkali, & réſout dans un peu d'eau.

La ſtypticité de cette liqueur, auſſi bien que celle du vitriol, dépend principalement du fer qui y eſt diſſous, car le ſel vitriolique ſéparé du fer, n'eſt point du tout ſtyptique, comme on le peut reconnoître en goûtant le ſel fixe du colcotar bien dépouillé de ſa terre métallique: & l'eſprit de vitriol n'eſt point ſtyptique, quoiqu'il puiſſe quelquefois arrêter le

sang, ce qu'il fait par sa causticité en brûlant & desséchant le sang, les chairs & l'extrémité des vaisseaux.

C'est à la stypticité du fer qu'il faut attribuer les vertus merveilleuses de ce métal, & qui paroissent tout-à-fait opposées, comme d'être apéritif & astringent, d'arrêter les pertes de sang des femmes, de provoquer leurs regles supprimées, d'arrêter les dévoyemens, d'ouvrir quelquefois le ventre, de lever les obstructions des visceres, de remédier à leur trop grand relâchement, de subtiliser ces liqueurs trop épaisses & trop grossieres, & de diminuer quelquefois leur trop grande fluidité; ce qui paroîtroit un paradoxe ou une fiction, si on n'éprouvoit pas tous les jours ces effets contraires dans la pratique ordinaire de ce remede.

Les Chimistes ont reconnu ces différentes propriétés du fer, & ils ont cru qu'elles dépendoient de deux principes fort différens: c'est pour cela que dans les différentes préparations de ce métal, ils ont cherché à exalter dans les unes sa vertu apéritive, & à faire un *Mars apéritif*, & dans les autres à faire un *Mars astringent*, en exaltant sa vertu astringente. De là sont venus les chaux, les safrans, les sels, les teintures de Mars apéritives & astringentes; les unes dans la vûe d'ouvrir, les autres dans l'intention de resserrer. Mais ce qui est digne d'attention, c'est que souvent leurs préparations de Mars astringent ne laissent pas de pousser par les urines & les sels, que les préparations du Mars apéritif guérissent souvent des flux de

ventre opiniâtres & invétérées : & de plus c'est que toutes ces préparations de Mars rappellent les regles supprimées des femmes, & arrêtent leur flux immodéré.

Si je cherche quelle peut être dans le fer ou dans ses préparations la cause de deux effets si contraires, je n'y remarque que la seule astriction ou stypticité à laquelle je les puisse attribuer ; & en effet, elle peut fort bien elle seule produire ces différens effets ; c'est ce que l'on concevra aisément, si on fait réflexion que ces différens accidens sont produits pour l'ordinaire par une seule & unique cause, qui est la foiblesse du ressort des fibres des vaisseaux dans lesquels les liqueurs doivent circuler ou se filtrer, soit qu'elle provienne du relâchement de ces mêmes fibres, soit que les liqueurs étant devenues plus épaisses & moins fluides, opposent une plus grande résistance à la force de ressort des fibres qui doivent les pousser & les battre : car comme les sucs du corps ne roulent dans les petits canaux des visceres, qu'autant qu'ils sont poussés par le battement vif des fibres de ces vaisseaux : si leur ressort vient à se relâcher par quelque accident, ou si les liqueurs devenues trop épaisses résistent trop à l'impulsion des fibres des vaisseaux, la liqueur ne coulant que foiblement ou point du tout dans ces conduits, se grumelera & fera des obstructions ou de petites digues dans les extrêmités des canaux ou dans la glande, ou bien si ces sucs arrêtés ne sont pas de nature à se grumeler & qu'ils restent fluides, ils gonfleront tellement les vaisseaux, qu'ils en

écarteront les fibres suffisamment pour se glisser entr'elles & s'extravaser par leurs pores, ou même ils les déchireront & se feront ainsi de nouvelles issues. Il y a bien de l'apparence que c'est de cette maniere qu'arrivent les flux immodérés de certaines évacuations ordinaires, ou leurs suppressions, aussi bien que les épanchemens de liqueurs qui surviennent contre nature.

Dans ces différens événemens, on concevra fort aisément que le fer, par sa stypticité, resserrant les fibres & raffermissant le tissu des vaisseaux, en rétablira le ressort ou l'augmentera; que le ressort des solides augmenté, les liqueurs trop épaisses, fortement battues dans les vaisseaux, se diviseront & reprendront leur fluidité naturelle, & qu'ainsi la circulation de ces mêmes sucs, aussi bien que leurs filtrations, se feront plus librement & plus parfaitement: que par ce moyen les regles supprimées par l'obstruction des vaisseaux, reprendront leur cours naturel, les pertes de sang causées par l'épanchement du sang au travers des pores des vaisseaux gonflés outre mesure, ou causées par le déchirement de ces mêmes canaux cesseront; que les hydropisies occasionnées par de légeres obstructions dans quelques parties, ou par le défaut du ressort des fibres des parties, guériront par ce remede; que les dévoiemens produits par un simple relâchement des fibres de l'estomac & des intestins, s'arrêteront de même, & ainsi des autres maladies qui se guérissent par l'usage du fer.

A la vérité, il faut que les obstructions n

soient pas insurmontables, c'est-à-dire, qu'elles puissent céder à la force de ressort dont les vaisseaux sont capables, sans quoi le fer non-seulement sera inutile, mais même nuisible, parce qu'augmentant la circulation des liqueurs, il les poussera avec plus de violence vers les digues insurmontables à cet effort, comme il arrive dans les hydropisies invétérées, dans les obstructions squirreuses, & dans les affections scorbutiques poussées au dernier degré. La même chose arrivera aussi si la consistance du sang est trop épaisse & trop forte pour être divisé par la trituration ou le battement des fibres, comme dans les fiévres hectiques ou dans les affections mélancoliques invétérées & portées à leur dernier degré: car dans toutes ces maladies, les remedes calybés sont très-nuisibles, & causent en quelques-unes des hémorragies mortelles, & en d'autres des sueurs & des dévoiemens qui emportent le malade.

A l'égard des préparations du fer que l'on doit choisir, les Médecins sont fort partagés sur cela: les uns préferent l'acier au fer, les autres le fer à l'acier, les uns la simple limaille à toutes les autres préparations, d'autres le safran de Mars préparée à la rosée de Mai, d'autres le safran préparé avec le soufre, le sel & la teinture de Mars par le tartre.

Dans les occasions où on veut donner le Mars en substance, je préfere le safran de Mars ouvert par la rosée à la limaille & aux autres safrans, parce que dans cette préparation le Mars est plus raréfié & réduit en plus petites parties que la limaille, qu'il ne charge

point l'estomac, comme elle fait très-souvent, & que d'ailleurs la salive & le suc stomacal, qui est un dissolvant salin sulphureux, tirent plus aisément la teinture de cette rouille que du fer en limaille.

Je crois, par la même raison, le fer préférable à l'acier, parce que dans l'acier les parties du métal sont beaucoup plus compactes que dans le fer.

A l'égard des safrans, je les crois tous fort inférieurs à la rouille préparée par la rosée, parce que dans celle-ci les parties du fer sont seulement étendues & divisées en très-petites parties sans être altérées, au lieu que dans les autres safrans, ou bien ils sont saoulés d'acides, ou bien si ces sels ont été emportés par le feu dans de fortes calcinations, la partie bitumineuse du fer, qui n'est pas la moins utile, a été enlevée, ou tellement desséchée, qu'elle est, pour ainsi dire, réduite en charbon : ce qui empêche que ces parties métalliques ne puissent être aisément dissoutes par les levains de l'estomac.

Mais de toutes les préparations du Mars, je préfere celles qui sont en liqueur à celles où on le prend en substance ; parce que les parties du fer réduites en liqueur, sont pour lors plus en état de se mêler avec tous les sucs du corps, de se porter promptement dans toutes les parties, d'y répandre leur action, & d'y faire leur effet, sans fatiguer d'ailleurs l'estomac.

La préparation dont je me sers le plus souvent & avec beaucoup de succès, est le vin calybé, ou le vin dans lequel on a fait infuser de la limaille de fer.

Ce métal étant un composé d'une terre & d'un bitume étroitement liés ensemble, trouve dans le vin un dissolvant très-convenable, composé d'un sel essentiel acide subtil, & d'une huile très-raréfiée. Pendant que cette huile se charge du bitume du fer, le sel acide fait la dissolution de la terre métallique, & le métal se trouve par ce moyen raréfié autant qu'il le peut être, & réduit en parties assez petites pour être porté jusques dans les canaux du corps les plus déliés & les plus reculés. On en donne environ quatre onces le matin à jeun dans quelque apozeme apéritif, & autant l'après-dîner; ou bien on l'étend dans beaucoup d'eau, qu'on fait boire au malade en guise d'eau minérale pour la suppression des regles & les maladies d'obstructions. Dans les foiblesses d'estomac & les dévoiemens, le malade met une cuillerée de ce vin dans chaque verre de boisson qu'il prend.

Je préfere cette préparation à la teinture de Mars ordinaire, faite avec le tartre, parce que le tartre étant infiniment plus grossier que le vin, ne divise pas le fer en parties aussi fines & aussi subtiles.

Dans cette préparation du vin calybé, la partie terreuse du fer l'emporte encore beaucoup sur sa partie bitumineuse, & comme il y a des occasions où on a autant besoin de la partie bitumineuse du fer, que de sa partie métallique & astringente, comme dans les crachemens de sang, les ulceres du poumon, &c. je préférerois dans cette occasion la teinture antiphthisique des *Anglois*, ou plutôt la teinture de Mars de *Zuelfer*, qui est faite avec

la *Terre foliée du Tartre* & le *Vitriol de Mars*, broyés enſemble & digérés dans l'eſprit de vin, qui prend une très-belle teinture rouge. Cette teinture eſt chargée de la plus grande partie du bitume du fer, & d'une médiocre portion de la terre métallique la plus ſubtile, parce que la terre foliée étant un menſtrue ſalin huileux, ne ſe charge preſque que de la partie bitumineuſe du fer, qu'elle dépoſe enſuite dans l'eſprit de vin, & cet eſprit ne ſe charge lui-même que de la partie ſulphureuſe la plus raréfiée, à la réſerve d'une très-petite portion de terre fort fine, qui ſe trouve inſéparable de la partie bitumineuſe, auſſi cette teinture eſt-elle eſtimée très-propre à adoucir l'âcreté de l'humeur qui entretient les ulceres des poumons, des reins & de la veſſie, & à déterger & conſolider les mêmes ulceres.

Ce n'eſt pas dans cette ſeule occaſion qu'on a reconnu la vertu balſamique & vulnéraire du fer; il y a long-temps que l'on a dit de lui: *Pungit & ungit, ſauciat & ſanat.* Il y a eu des Chirurgiens dans ces dernieres guerres qui ont employé pour la guériſon des plaies les pierres vulnéraires, préparées les unes avec le Tartre & le Mars ſimplement, les autres avec d'autres drogues balſamiques & vulnéraires qu'ils y joignoient.

Pour la pierre vulnéraire ſimple, ils prennent égales parties de limaille de fer & de tartre blanc pulvériſé, ils en font une pâte molle avec le vin ou l'eau de vie, & on laiſſe la matiere en digeſtion au ſoleil durant l'été, la remuant de temps en temps juſqu'à ce que le tout ſoit entiérement deſſéché. On remet

la masse en poudre, on la détrempe ensuite avec le vin, la faisant digérer de nouveau & puis dessécher; on réitere ces opérations, jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de grains de limaille, & que le tout se mette en poudre fort fine. Pour lors avec l'eau de vie on en forme des boules qu'on laisse dessécher à l'air & durcir, c'est la pierre vulnéraire simple dont on vante fort les vertus pour la guérison des plaies & des ulceres.

On fait tremper quelque temps cette pierre dans le vin, l'eau de vie ou l'urine, & on lave avec cette dissolution les plaies simples, ou bien on en seringue dedans, quelquefois on y répand sur la plaie de la pierre même réduite en poudre pour arrêter les hémorragies, & on applique dessus des compresses trempées dans la même dissolution, qu'on renouvelle de vingt-quatre en vingt-quatre heures. On fait la même chose pour les ulceres qu'elle desseche & cicatrise très-promptement.

C'étoit de cette composition ou préparation du Mars, que *Willis* faisoit aussi ces eaux minérales artificielles, mettant tremper ces pierres dans une grande quantité d'eau, pour faire boire aux malades en maniere d'eaux minérales. C'est aussi le *Mars potabilis* de *Maëts*.

La pierre vulnéraire composée se fait de différentes manieres. On en voit plusieurs descriptions sous les noms de *Lapis medicamentosus*, *Lapis mirabilis*, & de *Lapis salutis*.

En voici une dont j'ai vu de fort bons effets.

Prenez limaille de fer, & pierre hématite pulvérisées de chacune trois onces; crême de

tartre six onces ; faites-en une pâte avec le vin, que vous ferez digérer & sécher comme la précédente. Réitérez les digestions & exsiccations jusqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de fer. Alors mettez votre pâte seche en poudre fort subtile. Mêlez-y exactement du mastic en larmes & du safran bien pulvérisés, de chacun une demi-once. Faites dissoudre dans le vin une once d'aloës & autant de myrrhe. Arrosez vos poudres de cette dissolution, & versez par-dessus du vin à la hauteur de quatre doigts. Laissez le tout en digestion, remuant de temps en temps, puis évaporez la liqueur jusqu'à siccité. Remettez la pâte en poudre, humectez-la avec l'eau de vie, & en formez des boules, que vous ferez sécher pour garder.

Dans ces pierres, le tartre divise le fer & la pierre hématite, qui est elle-même un fer ouvert. La partie sulphureuse du vin raréfie le bitume du fer, & le rend par-là plus en état de consolider les plaies & de les refermer. Les gommes & résines qu'on y joint ne peuvent encore qu'étendre ce bitume du fer, & augmenter la vertu balsamique de cette pierre par la leur propre.



DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

NOUS n'entreprenons point ici de rapporter les divers ſentimens qui ont partagé les Philoſophes, touchant la figure de la terre.

On ne peut guère s'imaginer de figure qu'ils ne lui ayent attribuée ; car ſans parler de ceux qui la crurent ſemblable à une colonne, à un tambour, à un cône ou à un arbre, dont la racine ſur laquelle elle étoit appuyée, s'étendoit à l'infini ; il y en eut quelques-uns qui la jugerent plate, ſans y admettre d'autre inégalité que celle qui y eſt cauſée par les montagnes.

D'autres craignant que les eaux de la mer ne vinſſent à s'écouler, ſi elles n'étoient reſſerrées par quelques limites, lui donnerent la figure d'un hémiſphere concave.

D'autres enfin conſidérant que le ſommet des tours & des hautes montagnes s'appercevoit de loin, pendant que leur pied étoit caché ſous l'horiſon ; que ceux qui étoient dans des lieux plus élevés, voyoient le ſoleil ſe lever plutôt & ſe coucher plus tard, que ceux qui étoient dans des lieux plus bas ; que l'ombre de la terre paroiſſoit avoir dans les éclipſes de la lune une figure circulaire ; & que les perſonnes qui voyageoient du ſeptentrion au midi,

voyoient les étoiles auſtrales s'élever ſur l'horiſon à meſure que les étoiles ſeptentrionales s'abaiſſoient, jugerent qu'elle étoit ſphérique.

Ce ſentiment, qui étoit fondé ſur des raiſons ſolides, fut preſque généralement reçu de ceux qui entreprirent avant nous de déterminer la grandeur de la terre par des opérations géométriques. Ils employerent la meſure d'une petite portion de ſa circonférence, pour en conclure toute ſon étendue, en ſuppoſant que tous les degrés des méridiens de la terre étoient égaux entr'eux, & que les lignes perpendiculaires à l'horiſon qui paſſent par le zénith, & meſurent les degrés dans le Ciel, étoient dirigées vers un même point, qu'ils jugeoient être le centre de la terre.

Pluſieurs grands Géometres de notre temps ont abandonné cette hypothèſe de la ſphéricité de la terre. M. *Newton*, dans ſes *Principes Mathématiques de la Philoſophie naturelle*, ayant conſidéré que la force, qu'il nomme *centrifuge*, & qui réſulte du mouvement journalier de la terre, devoit élever ſuivant l'équateur, les parties qui tendent à s'éloigner de l'axe de la terre, jugea qu'elle devoit être abaiſſée vers les poles, & il trouva, ſelon ſes principes, que ſuppoſant la terre d'une matiere uniforme, auſſi denſe à ſa circonférence que vers ſon centre; le diametre de l'équateur devoit être au diametre qui paſſe par les poles, comme 692 à 689.

M. *Huygens*, dans ſon *Diſcours de la cauſe de la peſanteur*, ayant conſidéré qu'à *Cayenne*, qui n'eſt éloignée de l'équateur que de qua-

tre à cinq degrés, un pendule qui bat les ſecondes, y eſt plus court qu'à *Paris* d'une ligne & un quart, d'où il ſuit que ſi on prend des pendules d'égale longueur, celui de *Cayenne* fait des vibrations un peu plus lentes que celui de *Paris*, jugea que la cauſe de ce phénomene pouvoit être rapportée au mouvement journalier de la terre, qui étant plus grand en chaque pays, ſelon qu'il approche plus de la ligne équinoxiale, doit produire un effort proportionné à rejetter les corps du centre, & leur ôter par conſéquent une certaine partie de leur peſanteur. Il ajoute que cet effort qui réſulte du mouvement circulaire de la terre, doit écarter de la perpendiculaire un plomb ſuſpendu à une corde; & que comme la ſurface de tout liquide ſe diſpoſe, en ſorte que la ligne de ſuſpenſion lui ſoit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit deſcendre davantage, il ſuit que la mer a la figure d'un ſphéroïde; & que la terre a dû s'y conformer, lorſqu'elle a été aſſemblée par l'effet de la peſanteur. Sur ces principes, il avance comme un paradoxe que la terre n'eſt pas tout-à-fait ſphérique, mais d'une figure de ſphere abaiſſée vers les poles, telle que feroit à-peu-près une ellipſe en tournant ſur ſon petit axe, & il conclut que le diametre de l'équateur excede l'axe de la terre de $\frac{1}{578}$, au lieu que, ſuivant M. *Newton*, cet excès n'eſt que de $\frac{1}{230}$, du diametre de l'équateur.

Tout au contraire, M. *Einſenſchmid*, célebre Mathématicien de *Strasbourg*, ayant examiné la grandeur du degré qui réſultoit de pluſieurs dimenſions faites ſous différens

paralleles par divers Mathématiciens, trouva que la grandeur du degré de la terre, tirée des mesures de *Snellius* faites en *Hollande*, étoit plus petite que celle que M. *Picard* avoit déterminée par ses observations faites en *France*, qui est plus vers le midi; que la grandeur du degré qui résulte des mesures de M. *Picard*, faites aux environs de *Paris*, étoit plus petite que celle qui avoit été trouvée par le P. *Riccioli* à *Bologne*, qui est plus méridionale que *Paris*, & que celle-ci étoit encore plus petite que la grandeur du degré qui avoit été autrefois déterminée par *Eratosthenes*, entre la ville d'*Alexandrie* & celle de *Syene*, qui étoit sous le tropique du cancer; cette inégalité de degrés qui augmentoient de grandeur en s'approchant de la ligne équinoxiale, lui fit juger que la terre n'étoit point sphérique, mais qu'elle avoit la figure d'un sphéroïde allongé vers les poles, dont les méridiens sont représentés par des ellipses & l'équateur, & les paralleles par des cercles.

Il détermine sur ce fondement l'inégalité des degrés d'un méridien de la circonférence de la terre; mais il avoue qu'il seroit à souhaiter qu'on fît encore de ces observations près du pole & de l'équateur, pour déterminer plus exactement & avec plus de certitude la figure & la grandeur de la terre; & que la ligne méridienne qu'on devoit tirer par l'Observatoire Royal, de côté & d'autre, jusqu'aux confins du Royaume, seroit d'une très-grande importance pour décider cette question.

Il rapporte aussi dans son Traité de la

Figure de la Terre, les sentimens de divers auteurs, qui ont, de même que lui, jugé que la terre étoit allongée vers les poles, & il cite entr'autres M. *Burnet*, qui, considérant que par la révolution journaliere de la terre, la masse de l'eau reçoit un plus grand degré de vitesse vers l'équateur que vers les poles, où elle décrit de plus petits cercles, les parties de l'eau qui sont les plus agitées, font effort pour s'éloigner du centre de leur mouvement, & ne peuvent s'élever à cause de l'air qui les environne de tous côtés, & qui leur résiste; de sorte qu'elles sont obligées de s'écouler de part & d'autre pour se mettre en équilibre; car, ajoute-t-il, les eaux qui trouvent quelque obstacle, s'écoulent du côté où elles trouvent un passage, & où leur mouvement est plus libre, de sorte que par la diminution des eaux de la mer qui sont vers l'équateur, le globe de l'eau s'est un peu allongé vers les poles, & la croûte de terre qui s'est formée par-dessus a dû prendre la même figure.

Dans cette diversité d'opinions touchant la figure de la terre, nous avons cru devoir examiner quelle est celle qui résulte des observations que nous avons faites dans la partie méridionale de la *France*, comparées à celles que M. *Picard* avoit faites dans des lieux plus septentrionaux.

La mesure de la terre de M. *Picard* s'étend depuis le parallele d'*Amiens*, qui est de $49^d\ 54'\ 46''$, jusqu'au parallele de *Malvoisine*, qui est de $48^d\ 31'\ 48''$, & dans cet intervalle qui est d'environ un degré & un tiers,

la grandeur du degré d'un méridien, résulte de 57060 toises.

Nos mesures commencent à l'Observatoire Royal de *Paris*, qui est sous le parallele de 48d 50′ 10″, & se terminent à *Collioure*, qui est vers l'extrêmité méridionale de la *France*, sous le parallele de 42d 31′ 13″. Dans cette étendue, qui est de 6d 18′ 57″, nous avons trouvé la grandeur de chaque degré, l'un portant l'autre, 57100 toises. Ainsi si l'on suppose les observations de M. *Picard* & les nôtres, exactes dans toutes leurs circonstances, il résulte que les degrés qui sont vers le septentrion, sont plus petits que ceux qui sont vers le midi, & que par conséquent la figure d'un méridien de la terre doit être telle, que les degrés augmentent, plus on s'approche de l'équateur, & diminuent au contraire en allant vers les poles; ce qui est la propriété d'une ellipse, dont le grand diametre représente l'axe de la terre, & le petit diametre celui de l'équateur, comme on le démontrera dans la suite.

Cette ellipse tournant autour de son grand axe, forme par sa révolution un sphéroïde, dont les poles sont aux extrêmités du grand axe, & dont l'équateur & les paralleles sont représentés par des cercles. Cette figure est celle que nous attribuons à la terre, & nous donnerons, suivant cette hypothèse, une méthode fort simple pour diviser les ellipses qui représentent les méridiens de la terre en degrés & minutes, & déterminer l'inégalité de ces degrés, qui sont terminés dans le Ciel par des perpendiculaires à l'horison, lesquelles

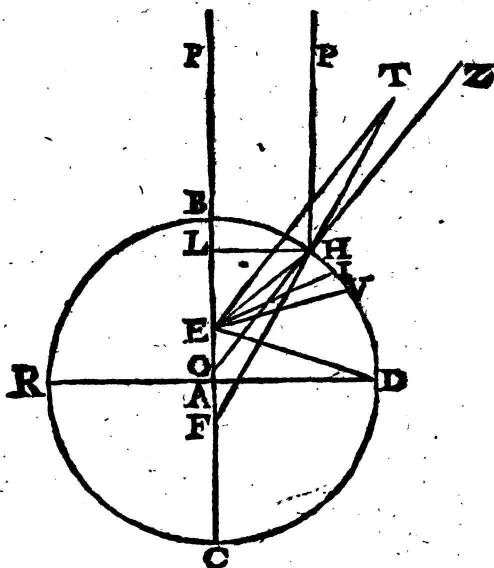
passent par le zénith, & coupent toutes l'axe de la terre en des points différens. Soit *B D G R*, une ellipse qui représente un méridien de la terre, dont les poles *B* & *C*, soient à l'extrêmité du grand axe *B C*, & dont les foyers *E* & *F*, soient pris à discrétion.

On veut diviser cette ellipse en degrés, c'est-à-dire, trouver divers points *H*, *I*, *V*, tels que la distance du pole au zénith de chacun de ces points, soit d'un certain nombre de degrés donnés tel que l'on voudra.

Soit mené d'un des foyers de l'ellipse *E*, la ligne *E T*, qui fasse avec l'axe *B C*, un angle *B E T* égal à la distance donnée du pole au zénith. Soit pris avec un compas un intervalle égal à l'axe *B C*, & de l'autre foyer *F*, comme centre soit décrit à cet intervalle un arc de cercle qui coupe en *T* la ligne *E T*. Je dis que la ligne *F T*, tirée du point *T* au foyer *F*, coupera l'ellipse au point *H*, qui est tel, que la distance du pole au zénith de ce lieu, soit du nombre des degrés donnés.

DÉMONSTRATION.

Du point *H* soit élevée *H Z* perpendiculaire à l'ellipse qui passe par le zénith *Z*, & étant prolongée en dedans, rencontre l'axe de la terre en *O*, & divise par la propriété de l'ellipse l'angle *E H F*, en deux parties égales. Soit aussi menée du point *H*, *H P* parallele à l'axe *B C*, & dirigée au pole *P*,



qu'on suppose à une distance infinie. L'angle *P H Z* ou *P O Z* mesure la distance du pole au zénith, d'un habitant qui seroit sur la terre au point *H*.

Par la construction *F T* est égale à l'axe *B C*; mais *B C* par la propriété de l'ellipse, est égale à *E H* plus *H F*; retranchant *F H* commun, on aura *E H* égal à *H T*. Les angles *E T H*, *T E H*, seront donc égaux, & par conséquent chacun la moitié de l'angle externe *E H F*; mais l'angle *E H O* est aussi égal à la moitié de l'angle *E H F*; les

angles *T E H*, *E H O*, feront donc égaux entr'eux, & par conféquent les lignes *E T*, *H O*, feront paralleles entr'elles, & l'angle *P O Z* qui mefure la diftance du pole au zénith du point *H*, fera égal à l'angle *B E T*, qui, par la conftruction, a été fait égal à la diftance donnée du pole au zénith ; ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on fuppofe préfentement la proportion du grand diametre de l'ellipfe *B C* à la diftance *E F*, entre les foyers telle que l'on voudra ; on pourra déterminer par le calcul tous les points de l'ellipfe comme *H*, qui terminent les degrés, en faifant comme *F T* ou *B C* eft à *E F* ; ainfi le finus de l'angle *P E T*, diftance donnée du pole au zénith eft au finus de l'angle *E T F* ou *T E H*, dont la valeur fera par conféquent connue. Cet angle *T E H* étant ajouté à l'angle *P E T*, diftance donnée du pole au zénith du point *H*, donne la valeur de l'angle *B E H*, que la ligne tirée du foyer au point *H* cherché fait avec l'axe de l'ellipfe.

Maintenant dans le triangle *E H F*, dont le côté *E F* eft connu, auffi bien que l'angle *E H F*, qui eft le double de l'angle *T E K*, & l'angle *F E H*, fupplément de l'angle *B E H*; on aura la valeur du côté *E H*, connu en parties de l'axe *B C*.

On trouvera par la même méthode les angles *B E I*, *B E V*, &c. & la valeur des lignes *E I*, *E V*, pour la diftance du pole au zénith de tous les degrés de la circonférence de la terre ; & dans les triangles *H E I*,

IEV, rectilignes dont les côtés *HE*, *EI*, *EV* sont connus, aussi bien que les angles compris entre les côtés *HEI*, *IEV*, qui sont la différence entre les angles *BEH*, *BEI*, *BEV* déterminés ci-dessus, on connoîtra la valeur des cordes *HI*, *IV*, comprises entre chaque degré.

On aura donc la proportion exacte des cordes de chaque degré de la circonférence de la terre dans l'hypothèse elliptique; & comme la proportion de ces cordes entr'elles, n'est pas sensiblement différente de la proportion qu'ont entr'eux les arcs des ellipses qu'elles soutendent, on aura en même temps la proportion entre les degrés de la circonférence de la terre, à telle distance du pole que l'on voudra, supposant l'excentricité de la terre d'une certaine quantité.

Pour une plus grande précision, on pourroit calculer la proportion qu'il y a entre les cordes des demi & quarts de degré de la circonférence de la terre, afin que la différence qu'il peut y avoir entre la proportion des arcs & celle des cordes fût moins sensible: mais si l'on considere que l'excès de l'arc d'un degré sur la corde qui le soutend, n'est que d'environ quatre pieds, il est aisé de juger que la différence qu'il y a entre la proportion des cordes de chaque degré, & celle des arcs des ellipses qu'elles soutendent est absolument insensible; joint à cela, que les mesures que nous avons employées pour déterminer la grandeur de la terre, ont été faites suivant les lignes droites,

& non pas ſuivant la courbure de la circonférence de la terre.

Ayant appliqué la méthode qu'on vient d'expliquer à la figure de la terre, que nous avons d'abord ſuppoſée ſemblable à celle de l'orbe de la lune dans l'hypothèſe elliptique, & dont la diſtance entre les foyers eſt, ſuivant les Aſtronomes modernes, d'environ la vingt-troiſiéme partie du grand diametre; nous avons trouvé que, ſelon cette hypothèſe, les degrés augmentoient de grandeur en s'éloignant du pole & s'approchant de l'équateur, conformément à nos obſervations, mais que cette augmentation d'un degré à l'autre à la diſtance du pole de quarante degrés, n'étoit que de deux toiſes & quatre pieds, ce qui eſt trop peu pour repréſenter l'inégalité des degrés qui réſulte de la comparaiſon de nos obſervations avec celles de M. *Picard*.

Nous avons donc été obligés de ſuppoſer l'excentricité de la terre plus grande, & nous avons trouvé qu'en établiſſant la diſtance entre les foyers de l'ellipſe qui repréſente un méridien de la terre, double de celle qu'on attribue à l'orbe de la lune; en ſorte que cette diſtance ſoit au grand diametre de la terre, comme 8724 à 100000, c'eſt-à-dire, à-peu-près comme 1 à 11, cette ellipſe repréſente parfaitement la figure d'un méridien de la terre, tel qu'il réſulte de nos obſervations, comparées à celles de M. *Picard*.

On trouve, par exemple, que le degré compris entre les paralleles de 40 & de 50 de-

grés étant de 57060 toises, suivant qu'il a été déterminé dans la mesure de la terre; celui qui est entre les paralleles de 50 & de 51 degrés, est de 57071 toises & deux pieds, plus grand de 11 toises deux pieds que le précédent; & que la somme de six degrés compris entre les paralleles des lieux dont nous avons déterminé la distance, est de 342600 toises, ce qui donne la grandeur de ces degrés l'un portant l'autre de 57100 toises, telle que nous l'avons observée.

On trouve aussi que, suivant l'hypothèse de la terre elliptique, la plus petite inégalité d'un degré à l'autre, est vers les poles & vers l'équateur, où elle n'est que de deux à trois pieds. Cette inégalité dans les degrés augmente ensuite de côté & d'autre jusqu'au parallele de 45 degrés, où elle est la plus grande qui soit possible, & où on l'a calculée d'environ 11 toises & demie.

Il suit de-là que les lieux les plus convenables pour connoître s'il y a quelque inégalité dans les degrés d'un méridien de la terre, sont compris entre les paralleles de 40 & de 50 degrés, qui sont précisément ceux que nous avons déterminés par nos observations. Cette même inégalité dans les degrés devroit s'observer vers le parallele de 45 degrés, quand même on supposeroit la terre abaissée vers les poles; avec la différence que les degrés diminueroient de grandeur en s'approchant de l'équateur, ce qui est contraire à nos observations.

En continuant cette recherche, on trouve la grandeur du degré d'un méridien près du pole de 56785 toises & demie, & celle du degré près de l'équateur de 57440 toises, de sorte que du plus grand au plus petit degré de la terre, il y a une différence de 655 toises.

Prenant la somme de tous les degrés d'un méridien, on aura la circonférence de 20, 560, 295 toises, plus grande seulement de 4275 toises, que ne seroit la circonférence de la terre supposée sphérique, lorsque la grandeur du degré est de 57100 toises.

A l'égard de l'axe de la terre, on le trouvera de 6, 557, 040 toises plus grand que dans l'hypothèse sphérique de 13856 toises, ou environ sept de nos lieues. On aura aussi la distance entre les deux foyers de la terre de 286, 018 toises, ou 443 lieues; & dans le triangle rectangle *DAE*, dont le côté *AE*, moitié de l'intervalle entre les deux foyers, est connu aussi bien que l'hypothénuse *ED*, qui, par la propriété de l'ellipse, est égale à la moitié du grand diametre *BC*, on trouvera *AD* de 3266020 toises, dont le double *DR*, diametre de l'équateur, sera de 6, 532, 040 plus petit que l'axe *BC* de 25000 toises, ou 12 à 13 de nos lieues.

La différence entre l'axe de la terre & le diametre de l'équateur, sera donc la deux cent soixante & deuxiéme partie de ce diametre, plus grande de la moitié que celle que M. *Huygens* a déterminée, & à-peu-près

près de même que celle de M. *Newton*, mais en sens contraire.

Le diametre de l'équateur étant connu, on aura sa circonférence de 20, 521, 006 toises, ce qui donne la grandeur des degrés de l'équateur qui, dans cette hypothèse, sont égaux entr'eux de 57003 toises, à-peu-près de même que celui du méridien, qui est à la distance du pole de 36 degrés.

Prenant la différence entre la circonférence d'un méridien qu'on a trouvé de 20, 560, 295 toises, & celle de l'équateur qui est de 20, 521, 006 toises, on aura 39289 toises, ou environ 20 lieues, dont le circuit de la terre autour d'un de ces méridiens, excede son circuit autour de l'équinoxial.

On peut, suivant ces mêmes principes, déterminer en toises ou lieues le diametre & la circonférence de chaque parallele : car dans le triangle rectangle *E L H*, l'angle *L E H* & l'hypothénuse *E H* étant connus, on trouvera la valeur du côté *L H*, demi-diametre du parallele qui passe par le point *H*, dont la latitude est connue.

La grandeur des méridiens & des paralleles de la terre, étant ainsi déterminée par rapport à nos observations, on pourra l'employer dans la construction des globes terrestres & des cartes géographiques.

Pour en faciliter la description, nous avons dressé une table, où l'on a marqué en toises & en pieds la grandeur de tous les degrés des méridiens, depuis les poles jusqu'à l'équateur.

Cette table servira à comparer non-seu-

lement les obſervations qui ont déja été faites à diverſes diſtances du pole, pour déterminer la grandeur de la terre; mais même celles que l'on pourra faire dans la ſuite dans le même deſſein, ſous divers autres paralleles.

Hauteur du Pole.	Hauteur du Pole.	Dist. du Pole au Zenith.	Degrés d'un Méridien.	
D.			Toiſ.	Pied.
90	30	60	57280	1
89	29	61	57289	5
88	28	62	57299	2
87	27	63	57308	4
86	26	64	57317	5
85	25	65	57326	3
84	24	66	57335	1
83	23	67	57343	2
82	22	68	57351	2
81	21	69	57359	0
80	20	70	57366	2
79	19	71	57373	2
78	18	72	57380	1
77	17	73	57386	4
76	16	74	57392	5
75	15	75	57398	3
74	14	76	57404	0
73	13	77	57409	0
72	12	78	57413	4
71	11	79	57418	0
70	10	80	57422	0
69	9	81	57425	3
68	8	82	57428	4
67	7	83	57431	3
66	6	84	57433	5
65	5	85	57435	5
64	4	86	57437	3
63	3	87	57438	4
62	2	88	57439	5
61	1	89	57440	0
60	0	90		

EXPERIENCES

EXPÉRIENCES ET RÉFLEXIONS

Sur la prodigieuse ductilité de diverses matieres.

Par M. DE REAUMUR.

L'ART comme la Nature a des merveilles que souvent nous n'appercevons pas, parce qu'elles sont continuellement sous nos yeux ; contens de satisfaire nos besoins ou notre luxe, nous ne nous avisons guère d'aller chercher à quelles ingénieuses pratiques nous sommes redevables des choses dont nous faisons un usage ordinaire. L'art du Tireur d'or, que nous avons décrit depuis peu dans nos assemblées particulieres, le prouve assez. Ceux qui se parent des fils qu'il prépare d'une maniere si surprenante, sont rarement ceux qui remarquent ce que ces fils d'or ont de véritablement admirable. Quelques Philosophes les ont examinés attentivement ; ils en ont tiré d'excellentes preuves de la prodigieuse divisibilité de la matiere, auxquelles ils eussent encore pu donner plus de force, s'ils eussent été plus instruits de tout ce que sait faire l'art du Tireur d'or : ils ont aussi cherché à rendre raison de cette grande ductilité des métaux, mais c'est un des plus grands secrets de la Nature. La cause de la ductilité tient à ce

que la Physique a de plus obscur, je veux dire, à la cause de la dureté, & a, outre cela, ses difficultés particulieres. Nous ne sommes pas plus en état que ces Philosophes d'expliquer cette propriété des corps, mais nous sommes plus en état de faire voir jusqu'où l'art en sait profiter. Nous avons eu occasion de faire diverses expériences sur cette matiere, nous allons les rapporter ; nous examinerons les effets de la ductilité de corps fort différens. On ne sera peut-être pas fâché de trouver réuni dans un même point de vûe ce qu'il y a de plus singulier dans un sujet sur lequel l'art & la Nature semblent nous fournir à l'envi des choses remarquables.

En général les corps ductiles sont ceux qui étant frappés, pressés ou tirés, s'étendent sans se rompre, dans un sens, à-peu-près de ce qu'ils diminuent dans un autre ; tels sont les métaux qui, sous les coups de marteau, acquierent en longueur & en largeur ce qu'ils perdent en épaisseur, ou qui étant tirés par une filiere, deviennent plus longs à mesure que leur grosseur diminue. Nous avons encore une autre espece de corps, qui, quoiqu'ils ne soient pas malléables comme les métaux, peuvent néanmoins être appellés *ductiles ;* les colles, les gommes, les résines, & tous les corps qui ayant été ramollis par l'eau, par le feu, ou par quelqu'autre dissolvant, se tirent en fils, nous fourniront des exemples de cette sorte de ductilité. Les corps ductiles peuvent donc se diviser en deux classes, dont la premiere contient les corps ductiles, que nous nommerons *durs*, & qui sont malléables ; ce

ſont ceux dont nous parlerons d'abord ; la deuxiéme claſſe eſt compoſée des corps ductiles *mous*, qu'on peut étendre en les tirant, quoiqu'ils ne ſoient pas malléables ; & ce ſont ceux que nous examinerons enſuite.

La maniere la plus commune d'étendre les corps ductiles durs, c'eſt de les étendre en les frappant à coups de marteau ; avec de pareils coups bien ménagés, la plupart des ouvriers en or, en argent, en cuivre, en étain, donnent les figures qu'il leur plaît à des maſſes informes. Quoique ces ſortes d'ouvrages méritent plus d'attention qu'on ne leur en donne communément, notre deſſein n'eſt pas de nous y arrêter ; à préſent nous ne voulons conſidérer les corps ductiles, que par rapport à la grande étendue qu'ils peuvent acquérir.

Il n'y a guère que les Batteurs d'or qui, avec le ſecours ſeul du marteau, rendent des lames de métal extrêmement minces. Ils nous préparent ces feuilles que nous employons dans la plupart de nos dorures ; on ſait qu'ils les tirent d'un lingot aſſez gros, dont ils diminuent l'épaiſſeur à un tel point, que les feuilles qui en ſont formées, cedent au plus léger ſouffle du vent. Pour ſavoir par une voie plus sûre que par le récit des ouvriers, auquel *Rohault* s'en eſt rapporté ; pour ſavoir, dis-je, juſqu'où cet art ſait actuellement étendre l'or, j'ai pris une certaine quantité de feuilles des plus minces, telles que le ſont celles qu'on met dans les livres ordinaires ; j'ai avec ſoin meſuré leur grandeur, & je les ai peſées dans des balances très-fines ; j'ai vu qu'un grain d'or battu, or qu'eſt-ce qu'un grain

d'or ; avoit une étendue de 36 pouces quarrés & demi, & 24 lignes quarrées, c'est-à-dire, qu'une once d'or, qui étant sous la forme d'un cube, n'auroit que 5 lignes & $\frac{1}{5}$ de ligne au plus, soit en largeur, soit en longueur, soit en hauteur, & qui ne couvriroit qu'une surface d'environ 27 lignes quarrées ; que cette once d'or, lorsqu'elle a été étendue par les Batteurs d'or, couvre une surface de plus de 146 pieds quarrés & demi ; étendue près de la moitié plus grande que celle qu'on savoit donner à l'or en feuille il y a 90 ans. On regardoit avec surprise du temps du Pere *Mersenne*, que d'une once d'or on pût former 1600 feuilles, qui toutes ensemble ne couvroient pourtant qu'une surface de 105 pieds quarrés. Il seroit long d'expliquer ici ce qui a le plus contribué à perfectionner cet art ; nous ne voulons pas même nous arrêter à faire remarquer l'adresse des hommes, qui a été chercher dans les intestins des bœufs ces feuilles d'un parchemin délié, sans lesquelles on ne sauroit réduire l'or en feuilles si minces.

Après tout, quelque considérable que soit l'étendue de la surface de l'or en feuille, elle n'aura plus rien de merveilleux, lorsque nous la comparerons avec celle que le même métal acquiert chez les Tireurs d'or. Il y a, à la vérité, telle feuille d'or battu qui, dans certains endroits, n'a pas $\frac{1}{30000}$ de ligne d'épaisseur, mais $\frac{1}{30000}$ de ligne est une épaisseur assez grande, par rapport à l'épaisseur de l'or qui couvre les lames d'argent dorées qui sont filées sur la soie.

Pour mieux connoître combien l'or est alors

étendu, & combien il est prodigieusement mince, il est nécessaire d'avoir du moins une idée grossiere du procédé des Tireurs d'or. Ce fil, que nous nommons communément du *fil d'or*, & qui, comme personne ne l'ignore, n'est que du fil d'argent doré, est tiré d'une grosse barre d'argent : on prend cette barre du poids d'environ 45 marcs ; en l'arrondissant on en forme un cylindre ou rouleau qui a 15 lignes de diametre, & un peu moins de 22 pouces de hauteur ; on dore ce lingot avec les feuilles que préparent les Batteurs, on en employe pourtant à cet usage de plus épaisses que celles qui sont destinées à nos dorures ordinaires, & on en met souvent plusieurs les unes sur les autres ; après tout, quoique la couche d'or qui couvre ce lingot soit considérablement plus épaisse que celle de nos autres dorures, elle est encore assez mince ; il est aisé d'en juger par le volume d'or qu'on y fait entrer. Pour dorer ces 45 marcs d'argent, on n'employe jamais plus de 6 onces d'or, c'en est assez pour faire du surdoré ; mais on n'y fait pas entrer deux onces, & souvent n'y en fait-on pas entrer beaucoup plus d'une, lorsqu'on veut du fil aussi légerement doré que l'est le plus commun fil d'or de *Lyon*, c'est-à-dire, que la couche d'or qui enveloppe ce lingot, n'a jamais d'épaisseur plus de la quinziéme partie d'une ligne, que souvent elle n'en a que la trentiéme ou la quarante-cinquiéme partie, & enfin qu'elle n'en a quelquefois que la quatre-vingt-dixiéme partie.

Cependant combien cette couche d'or déja mince doit-elle le devenir davantage ! Com-

bien de fois, pour ainsi dire, doit-elle être divisée! On allonge le lingot qu'elle couvre jusqu'à ce que sa finesse égale, ou surpasse celle des cheveux. On le fait passer successivement par des trous plus déliés les uns que les autres, ou, ce qui est la même chose, par des filieres. A mesure qu'il passe par un trou son diametre diminue, il gagne en longueur ce qu'il perd en grosseur, il augmente par conséquent en surface, & l'or qui couvre ce lingot d'argent, ne cesse point de le dorer, quelque prodigieusement qu'on l'étende, il suit toujours l'argent, il ne le laisse point à découvert. Cependant combien de divisions a-t-il souffert, lorsque le lingot réduit en fil a un diametre environ 9000 fois plus petit que celui qu'il avoit en lingot. Mais pour nous faire une idée plus sensible de la prodigieuse ductilité de l'or, voyons la longueur à laquelle arrive le lingot tiré à sa derniere finesse.

J'ai pesé avec soin un demi-gros de fil du plus délié, & j'ai mesuré avec le même soin la longueur de ce demi-gros de fil, je l'ai trouvée de 202 pieds; par conséquent l'once de fil avoit 3232 pieds de longueur, & le marc ou 8 onces en avoient 23856; notre lingot qui pesoit 45 marcs, & qui n'avoit d'abord que 22 pouces de long, étoit donc parvenu entre les mains de Tireurs d'or à une longueur de 1163520 pieds, ou réduisant les pieds en toises, & prenant la lieue de 2000 toises, sa longueur de 22 pouces avoit été changée dans une longueur de 96 lieues & 196 toises, étendue qui surpasse beaucoup

celle que le Pere *Merſenne* & *Furetiere* ont donnée à l'allongement du lingot : celui-ci dit après le premier, qu'une demi-once de fil s'étend à 100 toiſes & plus , ce plus eſt conſidérable ; à 100 toiſes pour la demi-once , ce ne ſeroit que 1200 pieds pour l'once , & nous venons de la trouver de 3232 pieds ; *Rohault* a trouvé auſſi l'allongement beaucoup plus petit que nous.

Ce lingot tout long qu'il eſt , lorſqu'on l'a réduit en fil ſi délié , n'en reſte pas là , il a encore à s'allonger. La plus grande partie du fil d'or ſe file ſur la ſoie , & avant de l'y filer on l'applatit , on le fait paſſer entre des roues d'acier extrêmement polies ; les roues en l'applatiſſant l'allongent de plus d'un ſeptiéme ; voilà donc la longueur de notre lingot encore augmentée de plus d'un ſeptiéme , c'eſt-à-dire, que le voilà parvenu à une longueur de 111 lieues , auſſi eſt-il alors réduit en lames bien étroites & bien minces : la largeur de ces lames n'eſt que d'environ $\frac{1}{8}$ de ligne, d'où il ſuit que leur épaiſſeur n'a que $\frac{1}{256}$ de ligne. Le calcul en eſt aiſé à faire ; le poids d'un pied-cube d'or & le poids d'un pied-cube d'argent étant connus par des expériences aſſez exactes , nous ſuppoſons ici que le pied-cube d'or peſe 21220 onces , & que le pied-cube d'argent en peſe 11523 : nous ne nous arrêterons point à montrer le chemin qu'on doit ſuivre , pour connoître que l'épaiſſeur de ces lames d'argent n'eſt que d'un deux cent cinquante-ſixiéme de ligne : on aimera peut-être mieux conſidérer combien eſt mince la feuille d'or qui couvre des lames d'argent déja for

minces, il y a de quoi bien étonner l'imagination, si l'on se souvient de la petite quantité d'or qu'on a appliquée sur le lingot d'argent ; supposons qu'on en ait mis deux onces, nous avons dit qu'on en employoit souvent moins ; si l'on se donne la peine de calculer quelle est la surface que couvrent ces deux onces d'or, on trouvera qu'elle est de 2380 pieds quarrés, ou qu'une once enveloppe 1190 pieds quarrés, & tout ce que les Batteurs d'or savent faire, c'est de l'étendre à 146 pieds quarrés & quelques lignes quarrées.

Mais l'or si prodigieusement étendu, combien est-il mince ? le calcul précédent servira encore à montrer que son épaisseur n'a pas $\frac{1}{175000}$ de ligne ; il faudroit afin que l'épaisseur de l'or qui couvre l'argent fût d'un $\frac{1}{175000}$, que l'or fût par-tout également épais, c'est cependant une supposition qu'on auroit tort de faire ; quelque soin qu'on se donne en battant les feuilles d'or, il est impossible de les battre également, on distingue d'une maniere sensible, par leur plus & leur moins d'opacité, qu'elles sont au moins une fois plus épaisses dans certains endroits que dans d'autres ; ces feuilles lorsqu'elles dorent le lingot, le dorent donc inégalement, & de façon, qu'il y a des endroits où l'or est une fois plus mince : or, si l'on cherche l'épaisseur de l'or dans ces endroits où il est le plus mince, on trouvera qu'elle n'est égale qu'à la 262500e partie d'une ligne. Qu'est-ce que la 262500e partie d'une ligne ? c'est une petitesse si énorme, que l'imagination ne sauroit se la représenter ; aidons-la néanmoins à s'en faire quelque

idée, en disant que cette épaisseur de l'or est une aussi petite partie de la longueur d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1822 pieds 11 pouces, ou de près de 304 toises : or, qu'est-ce que la longueur d'une ligne par rapport à celle de 308 toises ?

Ce n'est pourtant pas encore là le terme jusqu'où peut être poussée la ductilité de l'or ; au lieu de deux onces on n'auroit pu n'en employer qu'une, l'or qui auroit couvert les lames d'argent, n'auroit donc eu alors d'épaisseur dans certains endroits que la 525000e partie d'une ligne ; enfin les lames d'argent, toutes minces qu'elles sont, peuvent rester dorées & devenir la moitié plus minces, il n'y a qu'à les presser davantage entre les roues, en les applatissant doucement, de façon que le frottement ôte peu à des couches déja si déliées, & ces lames certainement restent dorées, quoiqu'on leur donne une fois plus de largeur que nous ne l'avons dit ci-dessus, c'est-à-dire, quoiqu'on leur donne $\frac{1}{4}$ de ligne ; l'épaisseur de l'or qui les couvre est donc réduite alors à n'avoir pas la millioniéme partie d'une ligne, où elle est une aussi petite partie d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de 1200 toises : l'imagination ne peut guère s'accommoder de cette affreuse petitesse, elle ne peut guère comprendre que l'art puisse diviser une ligne dans des parties aussi petites, qu'une ligne est petite par rapport à une étendue de plus d'une demi-lieue.

Peut-être aussi seroit-on disposé à croire que l'or qui couvre les lames d'argent, a beaucoup plus d'épaisseur que le calcul ne lui en donne,

& cela parce que l'or pourroit être divisé en petits grains écartés les uns des autres, quoique pourtant assez proches pour donner leur couleur à l'argent; en un mot, il seroit assez naturel de croire que l'or qui couvre les lames ne forme pas une feuille continue, mais l'expérience démontre le contraire. Si l'on met dissoudre dans de l'eau forte des fils dorés traits ou des lames dorées, quelque petits que soient ces fils, & quelque minces que soient ces lames, l'eau forte ayant dissous l'argent, les fils & les lames dorées se changent en de petits tuyaux creux, parce que l'eau forte n'agit point sur l'or; d'où on voit évidemment que l'or qui couvre l'argent forme un corps continu. L'art est donc parvenu à savoir diviser un morceau d'or de l'épaisseur d'une ligne en un million de feuilles différentes.

L'art n'est pas à beaucoup près allé si loin, en travaillant les corps ductiles mous; dans ce genre il n'y a guère que le verre qu'on sache étendre considérablement. Qu'on ne soit pas surpris, au reste, de ce que nous donnons le premier rang parmi les ductiles mous au plus cassant, & pour ainsi dire, au plus roide de tous les corps; on sait que lorsque la chaleur du feu l'a bien pénétré, que l'ouvrier le peut figurer comme une cire molle; mais ce qu'il a de plus singulier, & ce qui regarde directement notre sujet, c'est qu'on le tire en filets d'une grande finesse & extrêmement longs, les fileuses ordinaires ne forment pas aussi aisément leurs fils de chanvre ou de lin, que les fileurs de verre forment des fils de cette cassante matiere.

On connoît ces aigrettes, que l'on place pour l'ordinaire ſur les bonnets des enfans, & que l'on employe à divers autres ornemens; on ſait que ces ſortes d'aigrettes ne ſont que des houpes formées d'une infinité de fils de verre, & quoiqu'on le ſache, on a peine à reconnoître le verre dans ces fils, qui, plus déliés que les cheveux, ſe plient comme eux au gré du vent. A un ouvrage ſi ſingulier, il ne manque, pour être fort cher & fort eſtimé, que d'être plus difficile à faire, mais rien n'eſt plus ſimple que la maniere de l'exécuter, il occupe en même temps deux ouvriers, & ne demande preſque aucune adreſſe ni de l'un ni de l'autre.

Le premier tient un des bouts d'un morceau de verre ou d'émail ſur la flamme d'une lampe; lorſque la chaleur a ramolli ce morceau de verre, un ſecond ouvrier applique contre le verre en fuſion le bout d'un crochet qui eſt auſſi de verre, il retire auſſi-tôt ce crochet, qui entraîne avec ſoi un brin de verre, qui n'eſt point ſéparé du reſte de la maſſe ramollie : l'ouvrier engage enſuite ce crochet ſur la circonférence d'une roue d'environ deux pieds & demi de diametre, elle eſt poſée verticalement, & elle eſt la principale partie d'un rouet, ſemblable aux rouets ordinaires; le crochet étant arrêté ſur la circonférence de cette roue, il ne reſte plus au ſecond ouvrier qu'à la faire tourner; à meſure qu'elle tourne, elle tire à ſoi des parties du verre fondu, elle les oblige à s'éloigner du reſte de la maſſe : ces parties toujours adhérentes à celles qui les ont entraînées, &

à celles qu'elles entraînent ensuite elles-mêmes, forment un fil qui vient entourer la circonférence de la roue ; chaque tour de roue s'enveloppe d'un nouveau tour de fil ; & enfin après un certain nombre de révolutions, la circonférence de la roue est couverte par un écheveau de fil de verre. La masse qui étoit en fusion sur la lampe diminue insensiblement, comme si elle étoit un peloton, elle se devide, pour ainsi dire, & passe sur la roue, les parties qui sont éloignées de la lampe se refroidissent, elles deviennent plus adhérentes à celles qu'elles touchent, & ainsi par degrés, les parties les plus proches du feu sont les moins liées entr'elles, d'où il est clair que celles-ci doivent toujours céder à l'effort que font les autres pour les tirer vers la roue.

Au reste, il ne faut pas croire que l'ouvrier soit obligé de faire tourner la roue lentement, de crainte que le fil ne se rompe, il lui donne un mouvement aussi rapide qu'il veut, ou plutôt aussi rapide qu'il peut : plus la roue tourne vîte, plus on expédie d'ouvrage en un certain temps, & le fil ne s'en casse pas pour cela plus souvent.

Ces fils formés d'une maniere si simple, ne sont pas par-tout d'une égale grosseur, leur contour est un ovale fort applati, je veux dire, qu'ils ont au moins deux ou trois fois plus de largeur qu'ils n'ont d'épaisseur. Il y en a d'une grande finesse, & qui, autant qu'en peut juger la vûe simple, n'ont guère plus d'épaisseur qu'un fil de soie de vers ; aussi ces fils si fins sont-ils flexibles à un point étonnant. Si on

entrelace les deux bouts d'un de ces fils de verre, comme on entrelace les bouts d'un brin de fil lorſqu'on veut le nouer, & qu'enſuite on tire les deux bouts, avant que ce fil ſe caſſe, on le plie à tel point, que l'eſpace vuide renfermé au milieu du nœud, n'a pas une demi-ligne ni ſouvent même $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre, comme je l'ai éprouvé un grand nombre de fois.

Quelque roide que nous paroiſſe le verre en maſſe, il n'eſt donc pas eſſentiellement auſſi caſſant & auſſi peu flexible que nous nous l'imaginons; ſi nous avions l'art d'en tirer des fils beaucoup plus déliés, ils ſeroient auſſi beaucoup plus flexibles, d'où il ſemble qu'on peut conclure, quelque hardie que ſoit cette conſéquence, que ſi nous ſavions faire des fils de verre auſſi déliés que ſont les fils dont les araignées enveloppent leurs œufs, que nous pourrions faire des fils de verre propres à entrer dans les tiſſus, & que ſi le verre n'eſt pas malléable, qu'il n'eſt pas vrai de dire, ſi on peut ſe ſervir de ce terme, qu'il ne ſoit pas textible. J'ai tenté diverſes manieres pour faire des fils de verre, incomparablement plus déliés que ne le ſont ceux que l'art travaille communément; mais il ne m'a pas été poſſible de parvenir à en faire de fort longs : il eſt difficile de ne pas donner un trop grand degré de fuſion à une matiere déja fort mince, telle que celle dont il faudroit ſe ſervir, & il eſt preſque auſſi difficile de tirer avec aſſez peu de force & d'une maniere égale des fils ſi fins; l'expédient qui m'a le mieux réuſſi, a été l'expédient ſuivant. J'ai pris un brin de fil de

verre de 7 à 8 pouces de longueur, je l'ai ſuſpendu en l'air par un de ſes bouts, & j'ai chargé ſon autre bout d'un petit morceau de cire, qui ne peſoit peut-être pas la dixiéme partie d'un grain, ce petit poids ſuffiſoit pour tirer en bas le fil de ce verre. Près de ce fil ſuſpendu j'approchois une petite bougie; dès-lors que la bougie en étoit proche à un certain point, je voyois le petit poids deſcendre par ſecouſſes: comme il tiroit le verre auſſitôt qu'il étoit en fuſion, il le contraignoit à s'allonger: par ce moyen j'ai ſouvent donné plus de 9 ou 10 pouces d'étendue à une portion de fil, qui n'avoit peut-être pas 2 ou 3 lignes de longueur; mais rarement ai-je pu aller plus loin, le plus léger ſouffle de vent qui agitoit la flamme de la bougie, ſuffiſoit pour l'approcher trop près du fil, elle le mettoit trop en fuſion, alors il ſe caſſoit. Il ne m'a pas même été aiſé de faire aſſez de fils de la maniere précédente, pour de leur aſſemblage en compoſer un brin un peu gros. Cette expérience m'a du moins appris qu'avec le verre on peut former des fils plus déliés que ceux des vers à ſoie; ceux que je tirois de la ſorte me paroiſſoient preſque auſſi fins que des fils de ſoie d'araignée; j'aurois bien voulu voir à quel point ils étoient flexibles, ils me le paroiſſoient prodigieuſement, mais ils étoient trop fins, trop courts, & j'en avois trop peu pour les manier commodément.

Ce qui eſt de certain, c'eſt que la maniere même dont les araignées & les vers à ſoie forment leurs fils, eſt caſſante lorſqu'elle eſt en maſſe, comme le ſont les gommes ſeches;

c'eſt ce que j'ai expérimenté en laiſſant ſécher de cette matiere, & il eſt sûr, outre cela, que quand les fils qui en ſont tirés ſeroient moins flexibles qu'ils ne le ſont, qu'on pourroit encore en faire des tiſſus; d'où il ſemble qu'il ne nous manque que l'art de ſavoir allonger le verre, pour le pouvoir faire entrer dans des étoffes.

Au reſte, ſi par leur fineſſe les fils de verre avoient acquis la flexibilité néceſſaire pour être tiſſus, ils ſeroient naturellement aſſez forts: pour eſſayer leur force, j'ai ſuſpendu différens poids aux fils de verre les plus déliés que les ouvriers ſavent former, & j'ai trouvé qu'un ſeul fil pouvoit ſoutenir juſqu'à 15 gros ſans ſe rompre, ou près de 2 onces; à la vérité ces fils avoient trois ou quatre fois plus de largeur qu'un fil de ſoie de vers, mais ils ne paroiſſent pas plus épais: d'où il ſuit que quand ils ſeroient auſſi déliés que des fils de ſoie de vers, qu'ils ſeroient conſidérablement plus forts, puiſqu'un fil de ſoie des plus forts ne peut ſoutenir ſans ſe rompre que deux gros & demi: leur force n'eſt donc, par rapport à celle des fils de vers les plus déliés, que comme un à ſix, rapport plus petit que celui de leurs ſolidités; auſſi ſi l'on choiſit les plus fins d'entre ces fils, & qu'en ayant formé un gros paquet, on diviſe ce paquet en différentes parties, que l'on entrelace les unes entre les autres, à-peu-près de la méme maniere que ceux qui portent de longs cheveux en forment des treſſes; ſi, dis-je, on forme de pareilles treſſes de fil de verre, on trouvera qu'elles

ont beaucoup de force ; divers fils pourtant ſe casseront pendant qu'on les entrelacera ; après tout il n'y a pas grande apparence que l'on tire des avantages considérables des fils de verre.

Les gommes, les réſines, la cire, ſont auſſi des corps ductiles mous ; mais la cire qui eſt de toutes ces eſpeces de corps celui ſur leſquels les arts s'exercent le plus, n'eſt guère travaillée comme ductile ; il eſt vrai que les Ciriers font paſſer leurs bougies par des filieres, mais ce n'eſt point pour les allonger, c'eſt pour les arrondir & pour les polir.

Si nous ſommes peu habiles à travailler les corps ductiles mous, la Nature nous a en quelque ſorte dédommagés de ce que nous ignorons de ce côté-là ; elle a inſtruit une infinité d'animaux à les étendre d'une maniere merveilleuſe, & nous n'avons qu'à mettre en œuvre les fils qu'ils nous ont préparés : on entend de reſte que c'eſt des fils de vers à ſoie dont je veux parler ; ils ne ſont formés que d'une eſpece de matiere viſqueuſe prodigieuſement étendue, qui ſortant du corps de l'inſecte, prend de la conſiſtance à-peu-près comme les fils de verre deviennent durs en s'éloignant de la lampe, quoique pourtant par une cauſe différente, comme nous le dirons bientôt. Ce n'eſt pourtant pas à la ſoie des vers que nous voulons nous arrêter, pour faire voir juſqu'où la Nature fait étendre les corps ductiles mous, les animaux dont nous retirons le plus d'utilité, ne ſont pas ceux où elle a raſſemblé le plus

de merveilles : il ſemble même qu'elle ait pris plus de ſoin à former ceux qui nous ſont les plus incommodes, & pour leſquels nous avons le plus d'averſion. Les araignées, par exemple, ces vilains inſectes, qui apparemment ne fileront jamais que pour nous incommoder, comme nous le fîmes voir, en examinant ce qu'on pouvoit retirer de leur ſoie ; les araignées, dis-je, (1) ſont incomparablement plus propres que les vers à ſoie, pour faire voir jusqu'où la Nature ſait allonger une liqueur gluante. Dans le diſcours que nous venons de citer, nous ne parlâmes qu'en paſſant de l'extrême fineſſe de leur fils, pour ne pas trop nous écarter de notre objet principal : nous allons à préſent les examiner d'un peu plus près, & conſidérer la belle méchanique que la Nature employe pour les former.

L'illuſtre *Malpighi*, dans ſon Anatomie des vers à ſoie, nous a décrit les parties d'où leur ſoie ſe tire ; nous allons bien trouver un autre appareil dans le corps des araignées. Près du derriere de l'araignée il y a ſix mamelons, (2) le bout de chaque mamelon eſt la filiere par où ſortent les fils de ſoie ; mais quelles filieres ! Dans un eſpace plus petit que la tête de la plus petite épingle, il y a aſſez de trous différens pour donner ſortie à une quantité ſurprenante de fils ſéparés ; on diſtingue ces trous par leurs

(1) *Mémoire de* 1710, *pag.* 504.
(2) *Fig.* 4.

effets. Si ayant choisi une grosse araignée de jardin prête à faire ses œufs, on applique le doigt sur une partie d'un de ses mamelons, en retirant le doigt on entraîne une quantité étonnante de fils séparés (1). J'ai voulu examiner leur nombre, en me servant d'un bon microscope, souvent j'en comptois plus de 70 ou 80, mais je voyois qu'il y en avoit incomparablement davantage que je ne pouvois compter, quoique les fils que j'avois tirés n'eussent pour base qu'une petite partie du mamelon ; enfin, quand je dirai qu'il n'y a pas de bout de mamelon qui ne puisse fournir mille fils ; je dirai un nombre assez étonnant, mais qui me paroît trop petit pour exprimer le nombre de ces fils ; on le pensera comme moi, si l'on veut se donner la peine d'examiner, avec un excellent microscope, le bout d'un mamelon d'une araignée de maison. Dans ce vilain insecte, on verra une partie d'une structure fort jolie ; le bout de ce mamelon est divisé en une infinité de petites convexités plus petites, mais disposées à-peu-près de la même maniere que le sont les convexités des cornées des yeux de papillons ou de mouches : chaque convexité sert ici sans doute pour un fil différent, ou plutôt il y a apparence que chaque petit creux qui est entre les convexités, est percé par un trou qui donne passage à un fil, les petites élévations empêchent apparemment que les fils ne se joignent à leur sortie ; ces petites convexités ne sont pas si sensibles sur

(1) *Fig.* 4, *K a*, *M N*.

le

le bout des mamelons des araignées de jardin ; mais on y apperçoit une forêt de petits poils qui servent apparemment aux mêmes usages que les convexités précédentes ; je veux dire, qu'ils séparent de même les fils les uns des autres. Quoi qu'il en soit, il paroît certain que de chaque mamelon d'araignée, il peut sortir des fils par plus de mille endroits différens ; de sorte que l'araignée ayant six mamelons, elle a des trous pour donner passage à six mille fils. La nature n'a pas borné son travail à percer ces trous d'une petitesse immense ; les fils sont déja formés lorsqu'ils arrivent au mamelon, ils ont chacun leur petit canal ou leur petite gaîne particuliere, on les trouve formés & séparés les uns des autres assez loin de l'origine des mamelons ; mais pour mieux comprendre toute cette admirable méchanique, il nous faut remonter jusqu'à la source de la liqueur dont les araignées les composent.

Dans des insectes si petits & si mous, ces parties délicates ne seroient pas aisées à distinguer sans un peu d'attention : il est nécessaire de faire bouillir l'animal, ou de le faire sécher, ou de le laisser quelques heures dans l'esprit de vin. Après cette petite préparation, les parties les plus essentielles restent en place & sont sensibles sans le secours du microscope. Près de l'origine du ventre (1) on trouve deux petits corps d'une matiere molle, ce sont-là les premieres sources de la soie. Ces deux corps ont assez la figure & la transparence d'une larme de

(1) *Fig.* 2. *DD.*

verre; auſſi pour nous exprimer commodément les nommerons-nous les larmes (1). La pointe de chaque larme (2) va en ſerpentant, & en faiſant une infinité de replis du côté des mamelons. De la baſe de la larme part une autre branche beaucoup plus groſſe (3) que celle qui ſort de ſa pointe; elle ſe recoude un plus grand nombre de fois, & fait de plus grands plis : elle forme enſuite divers lacis, & prend comme l'autre ſa route vers le derriere de l'araignée.

J'ai quelquefois déployé de cette derniere branche juſqu'à 9 ou 10 pouces de long, & je n'en déployois qu'une partie. Les larmes & les branches qu'elles jettent, contiennent la matiere propre à former la ſoie, mais une matiere encore trop molle, & qui dans une araignée qu'on n'a point fait ſécher, ne ſe tire pas en filets fort longs. Le corps de la larme eſt une eſpece de réſervoir, & les deux branches ſont deux canaux qui en partent. Lorſqu'on ne fait pas trop cuire l'araignée, les branches ſont viſiblement enveloppées d'une membrane qui empêche de voir la tranſparence de la liqueur. Cette membrane mince s'enleve ſi on frotte le canal même doucement. Un peu plus près du derriere il y a deux autres larmes plus petites, celles-ci ne jettent qu'une branche, elle part de leur pointe; de ſorte que de chaque côté de l'araignée, il y a deux larmes qui par trois canaux ſenſibles portent la liqueur, & ces canaux la portent aux vrais réſervoirs, d'où la liqueur ſort propre à faire la ſoie.

---

(1) *Fig.* 5. (2) *R.* (3) *S.*

De chaque côté de l'araignée (1) il y a trois corps que l'on doit regarder comme les derniers réservoirs où la liqueur s'assemble; nous les nommerons les grands réservoirs (2). Ils sont beaucoup plus gros que les larmes; les trois, qui sont d'un même côté, sont arrangés de façon les uns auprès des autres, qu'ils ne semblent former qu'un seul corps. La figure de chacun en particulier est différente, ils ont pourtant cela de commun qu'ils sont recoudés six à sept fois; que dans toute leur étendue leur grosseur est à peu près égale; une de leurs extrêmités est pourtant plus grosse que l'autre. La plus grosse (3) est la plus proche de la tête de l'insecte, & la plus petite la plus proche de l'anus (4). Les trois extrêmités déliées de ces réservoirs se terminent en pointe, & sont appliquées les unes près des autres comme le sont les trois doigts du milieu de la main. C'est des trois pointes de ces réservoirs que partent les fils, ou que part la plus grande partie des fils qui sortent de trois mamelons: chaque réservoir est destiné à fournir un mamelon; c'est ce qu'on découvre avec un peu de patience, non-seulement on voit toujours la pointe de chacun de ces corps terminée par un fil, mais si on ménage les parties voisines, on trouve quantité de fils distincts qui partent de l'extrêmité de ces corps, & on suit les fils jusqu'aux mamelons.

Enfin à l'origine des mamelons on distingue divers tuyaux charnus, il y en a apparemment autant que de mamelons. Si on

(1) *Fig.* 2 *en* *EE.* (2) *Fig.* 6. (3) *VVV.* (4) *TTT*

enleve doucement la membrane ou la légere pellicule qui paroît couvrir ces tuyaux, on trouve qu'intérieurement ils sont remplis de fils, tous séparés les uns des autres, & qui par conséquent sous une enveloppe commune avoient chacun une enveloppe particuliere, ou qui étoient comme des couteaux dans une gaîne.

Il est vrai qu'en suivant la route de ces fils, on en trouve quantité qui viennent de plus loin que de la pointe des grands réservoirs. Les uns paroissent venir du milieu, les autres d'un peu plus bas, les autres d'un peu plus haut; de sorte que je crois que cette immense quantité de fils qui se rassemble près des mamelons de l'araignée ne tire pas toute son origine des pointes de réservoirs. Il me paroît plus probable qu'il y en a qui sortent de tous leurs coudés, ou peut-être de différens endroits de ces corps; ce qui est de certain, c'est que ces corps paroissent avoir une enveloppe commune, & que l'on rencontre beaucoup de fils qui suivent leurs sinuosités.

Mais comment la liqueur s'assemble-t-elle dans les larmes? Comment des larmes passe-t-elle dans les grands réservoirs? Elle a apparemment des routes que nos yeux ne peuvent appercevoir. Le célebre *Malpighi*, tout clairvoyant qu'il étoit, quand il nous a donné l'anatomie du vers à soie, s'est contenté de décrire le vaisseau où s'assemble la liqueur d'où les vers tirent la soie. Il ne nous a expliqué ni la route par laquelle cette liqueur y entre, ni même exactement parlant, la route par laquelle elle en sort. Que pou-

vons-nous faire dans un insecte plus petit que le vers à soie, & où la nature a employé 6 ou 7000 fois plus de parties? Contentons-nous de faire quelques réflexions sur la prodigieuse ductilité de la matiere dont leurs fils sont composés, & sur la prodigieuse finesse des trous par où ils passent, & des tuyaux où ils se moulent. Nous avons dit, & nous n'avons pas craint de trop dire, que du bout de chaque mamelon il en peut sortir plus de 1000 fils. Ce bout de mamelon n'a pourtant pas plus de diametre qu'une petite épingle, & les trous sont nécessairement séparés les uns des autres, par des intervalles qui doivent être beaucoup plus grands que les trous mêmes. Mais nous ne considérons encore que les plus grosses araignées; si nous examinons les araignées naissantes produites par celles-ci, nous verrons qu'elles ne sont pas plutôt sorties de la coque de leur œuf qu'elles filent. A la vérité leurs fils ne sauroient guère être apperçus, mais on voit fort bien les toiles qu'elles en forment; souvent elles sont aussi épaisses que celles des araignées de maison; & cela, parce que 4 à 5 cens petites araignées concourent ensemble à ce même ouvrage. Quelle est alors la petitesse des trous de leurs filieres? C'est où l'imagination ne peut aller : à peine pourra-t-elle se représenter la petitesse de chacun de leurs mamelons. Ces araignées entieres sont peut-être moins grosses que ne l'est un mamelon de celle qui leur a donné naissance; il est aisé de le voir. Chaque grosse araignée fait 4 à 500 œufs; ces œufs sont enveloppés d'une

coque, & dès-lors que les petites araignées ont rompu cette coque, elles commencent à filer. Combien sont donc déliés chacun des fils qui sortent de leurs mamelons? Il seroit inutile de faire voir que la nature sait encore pousser beaucoup plus loin la ductilité de cette matiere. Nous pourrions pourtant le montrer. Certaines araignées sont si petites à leur naissance, qu'on ne sauroit les distinguer sans le secours du microscope; elles sont alors rouges, & comme elles sont jointes une infinité ensemble, elles ne paroissent à la vue simple que comme diverses traînées de points rouges; cependant sous ces araignées presque imperceptibles, il se forme des toiles, elles filent donc? Mais quelle est la ténuité des fils qui sortent de chacun des trous de leurs mamelons? un cheveu doit être plus gros comparé avec ces fils, que le lingot le plus gros par rapport au fil d'argent trait. Enfin ces fils qui se soutiennent cependant, ont moins de diametre que n'a d'épaisseur la légere couche d'or qui couvre l'argent le plus étendu. Ils sont certainement des ouvrages étonnans; aussi sont-ils des ouvrages du grand Maître.

La matiere dont sont formés les fils de soie, est, comme nous l'avons dit, une matiere visqueuse. Les larmes sont les premiers réservoirs où on la trouve assemblée, & ceux où elle a le moins de consistance; elle en a beaucoup davantage dans les six grands réservoirs où les canaux des précédens la portent; elle en acquiert en chemin faisant; une partie de l'humidité ou de la liqueur aqueuse

qui y étoit mêlée, s'en dissipe pendant sa route, ou en est séparée par des parties destinées à cet usage. Enfin cette liqueur en allant aux mamelons par des tuyaux particuliers, se séche encore davantage, elle devient fil. Au sortir de la filiere ces fils sont cependant encore gluans; ceux qui sont sortis de différens trous se colent ensemble à quelque distance de là. Cette matiere n'est parfaitement seche que lorsque le reste de l'humidité s'est évaporée à l'air.

Tout cela se prouve parfaitement si l'on fait sécher près du feu, ou si l'on fait bouillir dans l'eau une grosse araignée. Lorsqu'on ne l'a pas fait cuire pendant long-temps, ou qu'on ne l'a pas beaucoup fait sécher, on trouve que les larmes ont plus de consistance, elles se tirent en fils, & la matiere des grands réservoirs ne peut plus s'y tirer. Le même degré de chaleur qui a suffi pour sécher la premiere matiere ne suffit pas pour sécher la seconde. Enfin si on fait cuire l'araignée jusqu'à un certain point, la matiere des larmes ne peut plus se retirer en fils; elle paroît une espece de colle dure; d'où il est clair que c'est précisément en séchant, ou parce que l'humidité inutile s'évapore, que la matiere de la soie devient soie.

Une expérience assez séduisante m'avoit presque fait croire que ce n'est point par l'évaporation d'une matiere aqueuse que les fils de soie prennent leur consistance. Ayant tiré des fils du derriere d'une araignée, & les ayant entortillés sur un petit morceau de bois, comme sur une bobine, je plon-

geai l'araignée & le morceau de bois dans l'eau, & faisant tourner le morceau de bois autour de lui-même, je dévidai pendant aussi long-temps que je voulus des fils de soie.

Je n'étois pas instruit alors de la méchanique par laquelle les araignées filent. J'ignorois que les fils avant de sortir des filieres avoient déja assez de consistance ; à la vérité il leur manque quelque chose, mais ce qui leur manque n'est pas suffisant pour empêcher qu'ils ne se dévident, au reste ils n'achevent point de se sécher dans l'eau. Ce qui le prouve décisivement, c'est que si on met tremper dans l'eau froide les larmes ou les grands réservoirs, ils n'y prennent aucune consistance, & aussi l'eau ne les dissout-elle point, ils restent dans l'état où on les y a mis.

Si au contraire on laisse pendant quelque temps une araignée plongée dans l'esprit de vin, la matiere des larmes & des grands réservoirs prend la même consistance qu'elle eût prise si on eut fait sécher l'araignée ; mais l'esprit de vin ne la dissout pas non plus que l'eau.

Au reste la matiere de ces réservoirs étant seche ressemble à la soie par sa couleur, mais elle ne lui ressemble qu'en cela. Elle est semblable à une gomme ou à une colle transparente ; elle se casse si on la plie jusqu'à un certain point ou un certain nombre de fois. C'est une matiere qui ne peut comme le verre être flexible que quand elle est divisée en des filets fort déliés ; & peut-être que

ſi la nature a ſi fort multiplié le nombre des trous des filieres dans les araignées, que c'eſt parce que la matiere de la ſoie qui ſe forme dans leurs corps, eſt plus caſſante que la matiere de la ſoie des vers ; elle a beſoin d'être diviſée en plus de parties : ſans cela à quoi bon former un grand nombre de fils ſéparés, qui enſuite ſe réuniſſent ; un ſeul canal auroit pu faire un fil plus gros.

Il y a apparence que la matiere des réſervoirs expoſée à l'air, ne ſe ſéche jamais parfaitement ; je veux dire, que les parties du milieu reſtent un peu humectées ; la ſurface extérieure doit ſécher la premiere ; cette ſurface étant ſeche ne peut plus être diſſoute par l'eau, elle n'en peut plus être pénétrée ; elle doit donc empêcher l'humidité qui eſt au milieu de la maſſe de ſortir, comme elle empêche l'humidité extérieure d'entrer ; & c'eſt peut-être encore-là une des raiſons pour leſquelles la nature a rendu les fils d'araignées ſi déliés. Pour être forts, il eſt néceſſaire qu'ils ſoient ſecs, & ils n'auroient pas pu ſécher aſſez s'ils euſſent été moins déliés.

Enfin il n'eſt pas ſurprenant que l'humidité s'étant une fois évaporée de la matiere de la ſoie, qu'elle n'y puiſſe plus rentrer pour la diſſoudre ; les intervalles qui ſont entre les parties de cette matiere deviennent trop petites. La Phyſique nous fournit mille exemples ſemblables.

Il ſeroit temps d'expliquer d'où naît la prodigieuſe ductilité de cette matiere, de tâcher d'en faire connoître la nature, mais il eſt plu-

tôt temps de cesser de lire, (1) ce seroit mal reconnoître l'attention qu'on a bien voulu me donner, que de faire acheter le récit de quelques faits, par le récit de raisonnemens toujours incertains.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

FIGURE *premiere*, est une des especes d'araignées qui filent de la soie vue par-dessus.

Figure II. La même araignée vue en dessous, *AA* marquent l'endroit où le ventre se joint à la poitrine.

En *B* sont les mamelons & l'anus.

DD montrent l'endroit où sont placés les premiers réservoirs que nous avons appellés larmes.

EE montrent de même l'endroit où sont les derniers réservoirs.

Figure III. Est une partie du ventre d'une araignée représentée plus grande que nature.

F est l'anus.

GGGG sont les quatre grands mamelons seuls visibles quand l'araignée les couche comme ils sont ici ; ce qu'elle fait le plus souvent quand on la tient.

Figure IV. Est encore une partie du ventre d'une araignée représentée plus grande que nature, où l'on voit tous les mamelons disposés comme ils le sont, lorsqu'on presse le ventre de l'insecte.

---

(1) Ce Discours fut lû dans une Assemblée publique.

HH ſont les deux mamelons les plus éloignés de l'anus. Un paquet de fils *a* ſort d'une partie d'un de ces mamelons.

II ſont deux grands mamelons à peu près égaux aux précédens.

KK ſont deux mamelons plus petits, *L* eſt une partie charnue qui recouvre le derriere de l'araignée, elle la releve pour laiſſer ſortir les excrémens.

OMP ſont trois mamelons repréſentés plus grands que nature; différentes eſpeces d'araignées les ont faits différemment.

O eſt un des mamelons *H*.

M eſt un des mamelons *I* : on voit que d'une petite partie de celui-ci il ſort un nombre prodigieux de fils ſéparés *N*.

P eſt un des mamelons du milieu *K*; les uns & les autres ont quantité de poils, mais on les auroit rendus trop confus ſi on eut mis tous ceux que le microſcpe y fait voir.

Figure V. *RQS* eſt un des réſervoirs que nous avons appellés larmes; la partie *Q* eſt la plus proche de *AA* dans la Figure deuxiéme, *R* eſt partie de la larme qui ſe termine en pointe, *S* eſt celle qui fait un lacis avant d'arriver aux grands réſervoirs.

Figure VI. Sont trois des grands réſervoirs placés les uns auprès des autres, un peu moins proche pourtant qu'ils ne le ſont naturellement. On a eu en vue de montrer qu'ils ſont trois, dans l'animal ils ne ſemblent au premier coup d'œil faire qu'un même corps. *VVV* ſont leurs bouts les plus proches de la tête de l'inſecte.

TTT ſont leurs bouts les plus déliés & les plus proches de l'anus.

Figure VII. Eſt un de ces réſervoirs vu ſéparément.

PROPRIÉTÉS DES TRAPEZES,

Par M. DE LA HIRE.

(1) ENTRE toutes les figures de quatre côtés, il n'y en a point de plus irréguliere que le trapeze; car ſes côtés n'ont aucun rapport entr'eux, ni ſes angles non plus. Auſſi nous ne trouvons dans les anciens aucun théorême ſur cette figure, & ils n'en ont donné ſeulement que le nom pour la diſtinguer des autres. Cependant on en a trouvé depuis quelque temps quelques propriétés fort ſingulieres; en voici une qu'on dit avoir été découverte par M. *de Roberval.*

Si l'on diviſe chaque côté d'un trapeze en deux également, & qu'on mene des lignes par les points de diviſion, elles formeront un parallélogramme, & cela eſt auſſi vrai de toute figure de quatre côtés quels qu'en ſoient les angles.

La démonſtration en eſt ſi ſimple & ſi facile, qu'elle ne mériteroit pas d'être rapportée ici, cependant comme il y a encore quelques remarques à y faire, je les donnerai à la fin de ce Mémoire.

---

(1) 23 Août 1713.

Fig. 1.re



Fig. 4.e



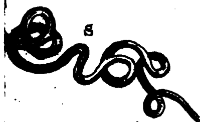
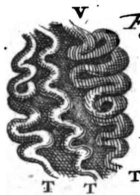


Fig. 6.e



Voici d'autres propriétés de cette figure, lesquelles j'ai trouvées depuis peu.

Soit dans la premiere figure le trapeze *ABED* dont deux de ses côtés *AD*, *BE* se rencontrent en *F*. Ayant divisé *AB* en deux également en *O*, soit tiré *FO*; & par les points *D* & *E* ayant mené les lignes *Db*, *Ea* chacune parallele à *AB* & terminées en *b* & *a* aux deux lignes *BE*, *AD*. Il est évident que *Db* & *Ea* seront chacune coupée en deux également par *FO* en *d* & en *h*.

Maintenant si par les points *h* & *d* on mene *hL* parallele à *AD*, & *dM* parallele à *EB*.

1°. Je dis qu'elles se rencontreront en *K* sur *DE*, & de plus que le point *K* coupera en deux également *DE*.

DÉMONSTRATION.

Dans le triangle *EDa* le côté *Ea* est coupé en deux également en *h*, & *hK* est parallele à *Da*; donc *DE* sera coupée en deux également en *K* par *hK*.

De même dans le triangle *DEb* le côté *Db* est coupé en deux également en *d*, donc *dM*, qui est parallele à *EB*, coupera aussi *DE* en deux également en *K*; donc le point *K* est la rencontre commune de *hL* & de *dM* sur *DE*: ce qu'il falloit démontrer.

2°. Mais si par les points *A* & *h* on tire la ligne *Ah* qui rencontre *DE* en *T*, & ensuite la ligne *DL* qui rencontre *AT* en *H*, je dis que *AH* est égale à *HT*.

Démonstration.

Si par le point *L* on mene *LN* parallele à *DE*, & par le point *K* la ligne *KS* parallele à *AB*, on formera les deux triangles *LAN*, *KSD* qui ſeront ſemblables & égaux au triangle *EhK* à cauſe de leurs côtés paralleles, & des côtés égaux *LN*, *KD*, *EK* : donc *NA* ſera égale à *Kh* à qui elle eſt parallele : donc ayant tiré la ligne *KN*, il ſe formera le parallélogramme *KNAh* & *KN* ſera égale & parallele à *Ah*. Mais il ſe forme auſſi un autre parallélogramme *KDNL* à cauſe des paralleles *KD*, *NL* & *DN*, *KL*, & dans ce dernier les deux diagonales *DL*, *KN* s'entrecoupent en deux également au point *R*, & comme *KN* eſt coupée en deux également en *R* par *DL*, auſſi *AT* parallele à *KN* le ſera par la même *DL* en *H* : ce qu'il falloit démontrer.

Je dis encore que la ligne *LE* eſt parallele à *AT* ou à *KN* ; car puiſque *DE* eſt coupée en deux également en *K* & *DL* en *R* par *KRN*, auſſi *EL* ſera parallele à *KN*.

Ce que je viens de démontrer du côté de *D* pour *KL* ſe trouvera de même du côté de *E* pour *KM* ; car puiſque *dKM* eſt parallele à *EB*, ſi par les points *d* & *B* on tire la ligne *dB* qui rencontre *DE* en *t*, & la ligne *EM* qui rencontre *Bt* en *I*, je dis que *BI* eſt égale à *Bt*.

DÉMONSTRATION.

Car si par le point *M* on mene *MP* parallele à *DE* qui rencontre *EB* en *P*, il est évident qu'on formera le triangle *MBP* égal & semblable, & semblablement posé au triangle *DdK* puisque leurs côtés sont paralleles, & que l'un *MP* est égal à *KE* égal à *DK*. Il se formera donc le parallélogramme *KEPM*; mais *dK* & *BP* sont paralleles & égales; c'est pourquoi la diagonale *EM* coupera l'autre diagonale *KP* en deux également en *V*. Mais comme il se forme aussi l'autre parallélogramme *dKPB*, donc *dB* est parallele à *KP*, & par conséquent *Bt* parallele à *PK* sera coupée en deux également en *I* par la même diagonale *EM*.

On démontrera aussi comme on a fait pour *LE* que la ligne *MD* sera parallele à *Bt* ou à *KP*.

3°. Je dis de plus que les deux lignes *Ah*, *Bd* se rencontrent en un même point *T* sur *DE*, ou, ce qui est la même chose, que les deux points *Tt* ne sont qu'un même point.

Ayant tiré *EQ* parallele à *DA*, laquelle rencontre *AB* en *X*, on aura *AL* égale à *LX*; car *DE* est coupée en deux également en *K*, mais *AT* étant prolongée jusqu'à *EQ* en *Q*, on a *EQ* égale à *EX*, puisque *AL* est égale à *LX*, & que *AQ* est parallele à *LE*. Donc *DA*:*EQ* ou *EX*:: *DT*:*TE*. Mais aussi *DA*:*EX*:: *DG*:*GE*. Donc *DT*:*TE*:: *DG*:*GE*, &

composant *DT* plus *TE*, ce qui est égal à *DE*:*TE*::*DG* plus *GE*:*GE*; & prenant la moitié des antécédens on aura *KE*:*TE*::*KG*:*GE*, car *KG* est la moitié de *DG* plus *GE*, & divisant *KE* moins *TE*, ce qui est égal à *KT*:*KE*::*KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE*:*KG*. Donc enfin les trois lignes *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continue.

On fera la même démonstration de l'autre côté en tirant par le point *D* la ligne *YDZ* parallele à *EB*, laquelle rencontre *AB* en *Z*, & l'on aura *MB* égale à *MZ*; car *DE* est coupée en deux également en *K*, & prolongeant *Bt* jusqu'à *DZ* en *Y*, on aura *DY* égale à *DZ*, car *DE* est coupée en deux également en *K*, & *MD* est parallele à *BtY*; donc à cause des triangles semblables formés par les paralleles, on aura

EB:*DY* ou *DZ*::*Et*:*Dt*; mais aussi *EB*:*DZ*::*GE*:*GD*; Donc *Et*:*tD*::*GE*:*GD*; & composant, on aura

Et plus *tD*, ce qui est égal à *DE*:*Et*::*GE* plus *GD*:*GE*; & prenant la moitié des antécédens, on a

KE:*Et*::*KG* qui égale à la moitié de *GE* plus *GD*:*GE*, & divisant, on a *KE* moins *Et*, ce qui est égal à *Kt*:*KE*::*KG* moins *GE*, ce qui est égal à *KE*:*KG*.

Donc enfin les trois lignes *Kt*, *KE*, *KG* sont en proportion continue comme les trois lignes *KT*, *KE*, *KG*; mais comme les deux *KG*, *KE* sont les mêmes, il faut aussi nécessairement que *KT* & *Kt* soient la même, ce qui est évident; & par consé-

quent les points Tt ne sont qu'un même point sur DE où se rencontrent Ah & Bd : ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera la même chose pour les côtés AD, AB & BE que pour DE, car les ayant divisés en deux également, & y ayant trouvé des points comme le point T sur DE, on aura aussi trois lignes en proportion continue sur chacun, comme KT, KE, KG sur DE en commençant aux points comme K, ou sur AB comme au point O, où les trois lignes Og, OB, OG sont en proportion continue.

4°. Je dis maintenant que si l'on tire des lignes comme Tg par les divisions T & g des deux côtés opposés DE, AB, elles concourront au même point F de rencontre des deux autres côtés AD, BE.

Cette seconde Figure a été séparée de la premiere pour éviter la confusion des lignes.

DÉMONSTRATION.

(1) Ayant mené la ligne FT qui rencontre Db en n & AB en m, & comme nous avons vu que dB passe en T, il se formera deux triangles semblables Tdn, TBm, & de même deux autres TDb, TGB, & d'autres encore à cause des paralleles Db, AB, d'où l'on tire,

$dn:Bm::Dd:GB$, ou bien alternant $dn:Dd$, ou $db::Bm:BG$; mais aussi $dn:db::Om:OB$. Donc $Bm:GB::Om:OB$, &

---

(1) FIG. II.

renverſant en alternant $Om : Bm :: OB : GB$, & compoſant,

$Om : Om$ plus Bm ce qui eſt égal $OB ::$ $OB : OB$ plus GB ce qui eſt égal à OG; donc les trois lignes Om, OB, OG ſont en proportion continue. Mais auſſi on avoit les trois lignes Og, OB, OG en proportion continue; donc le point m eſt le même que le point g, & par conſéquent la ligne Tg paſſe en F; ce qu'il falloit démontrer.

Ce ſera la même démonſtration pour les deux autres côtés AD, BE; car s'ils ſont diviſés chacun en deux également en l & en i, & ayant trouvé les points o & p en ſorte que lo, lD, lF & ip, iE, iF ſoient auſſi en proportion continue, la ligne op paſſera par le point G.

5°. Je dis encore que le point f étant la rencontre des lignes Tg, po, ſi l'on diviſe Tg en deux également en y, on aura yf, yT, yF en proportion continue : & de même de la ligne po.

De plus je dis que ſi l'on mene dans le trapeze les deux diagonales, AE, DB, elles ſe rencontreront au point f où les deux lignes Tg, po ſe rencontrent, & ſi l'on prolonge ces deux diagonales juſqu'à la ligne FG comme AE en q, & qu'on diviſe AE en deux également en v, on aura auſſi vf, vE, vq en proportion continue. Mais ſi DB ſe trouvoit parallele à FG, dans ce cas le point f diviſeroit DB en deux également, & les trois lignes qui devroient être en proportion continue ſe trouveroient être égales entr'elles & à fD ou à FB.

Enfin, je dis que ſi l'on mene les lignes oT, gp, elles ſe rencontreront ſur la ligne AE au point q, & ſi on les diviſe chacune

en deux également, elles donneront encore trois lignes en proportion continue, dont celles du milieu seront déterminées par les rencontres des lignes *FB*, *GD*.

Il seroit trop long de démontrer chacun de ces cas en particulier, & il ne sera pas difficile en se servant de la même méthode que j'ai employée ci-devant pour les parties *Og*, *OB*, *OG* de la ligne *AG* : mais tous ces cas différens peuvent aussi se démontrer sans beaucoup de peine, en y appliquant les propositions élémentaires qui sont dans le premier livre de mon Traité des Sections coniques, *in folio*, imprimé en 1685 ; car si l'on a trois parties d'une ligne, lesquelles soient en proportion continue, & qu'on ajoute à cette ligne la partie du milieu pour n'en composer qu'une seule ligne, comme dans la premiere Figure de ce Mémoire, où *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continue, à laquelle ajoutant *KD* égale à *KE*, on aura alors une ligne *DG* divisé en trois parties aux points *TE*, en sorte que le rectangle fait de la route *DG* sur la partie du milieu *TE* sera égale au rectangle fait des deux parties extrêmes *DT*, *GE*, & c'est cette division de ligne que j'ai appellée *en trois parties harmoniquement*, & au contraire ce qui est très-facile à démontrer.

6°. Il reste encore une propriété du trapeze, qui est que les trois lignes *FO*, *DL*, *EM* dans la premiere Figure concourront en un même point *C* au-dessous de *DE* comme dans cette Figure ou au-dessus, ou qu'elles seront toutes trois paralleles entr'elles.

DÉMONSTRATION.

La ligne KS parallele à ha ou à Dd coupera dh en deux également en e, puisqu'elle coupe DE en deux également en K; & à cause des triangles semblables deK, dOM, heK, hOL, on aura $de : eK :: dO : OM$, & de même de ou $he : eK :: hO : OL$; donc $dO : OM :: hO : OL$; ou bien $dO : hO :: OM : OL$.

Mais ayant prolongé LK jusqu'à db en f, & Ea rencontrant DL en r, on aura à cause des triangles semblables $dO : hO :: Lf Lh$ & $:: Df$ ou ha ou hE qui sont égales entr'elles : hr; donc $OM : LO :: hE : hr$; mais les lignes Er & LM sont paralleles entr'elles, & leurs parties étant en même raison, il s'ensuit que les lignes EM, FO, DL qui sont ces parties, concourront en un même point qui sera C: ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de tout ceci que les deux lignes GD, GA demeurant dans la même position, si au lieu de DA & de EB on tire d'autres lignes comme on voudra par les même points D, E, lesquelles rencontrent GA en quelque point que ce soit, il s'en formera un autre trapeze; mais les parties KT, KE, KG de la ligne DG demeureront toujours les mêmes, & dans la proportion continue.

De plus si les côtés DA, EB menés comme on voudra par les points DE, sont coupés par quelqu'autre ligne que ce soit menée par le

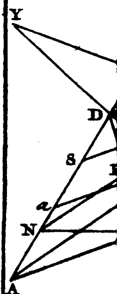


Fig: 4.

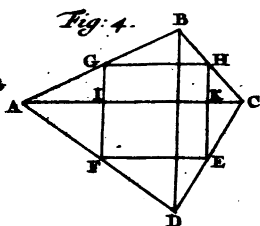


Fig: 3.

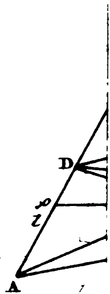
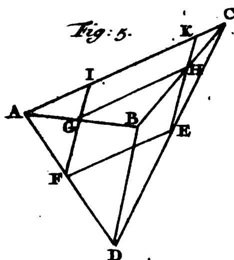


Fig: 5.



point *G*, ce qui formera encore d'autre trapezes tous différens du premier; cependant les points *KTE* de la ligne *DG* ne changeront pas, & leurs parties seront toujours dans la même raison, puisque *DE* ne change pas non plus que *DG*, & que le point *K* doit aussi diviser *DE* en deux également, & *KT* étant la troisiéme proportionnelle après *KG* & *KE*.

Voici enfin ce que j'avois promis au commencement de ce Mémoire sur la proposition de M. de *Roberval*.

(1) En tout triangle *ABC* on peut former très-facilement une infinité de parallélogrammes tous égaux entr'eux, & chacun égal à la moitié du triangle.

Soit divisé chacun des deux côtés *AB*, *AC* en deux également en *E* & en *F*, & du sommet *A* ayant mené la ligne *AD* comme on voudra à la base, des points *E*, *F* soit mené jusqu'à la base les lignes *EG* & *FH* paralleles à *AD* & soit tiré *EF*; il est évident que la Figure *EFGH* est un parallélogramme, & de plus qu'il est égal à la moitié du triangle; car par la construction le triangle *AEF* est le quart du triangle *ABC*, & le parallélogramme *EFGH* qui a sa base commune avec le triangle & sa hauteur égale, en sera double : ce qu'il falloit démontrer.

(2) Maintenant en tout trapeze *ABCD* si l'on divise chacun de ses côtés en deux également aux points *EFGH*, & que par

(1) FIG. III.
(2) FIG. IV.

ces points de division on mene les lignes *EF*, *EH*, *GF*, *GH*, je dis que la figure qui s'en formera sera un parallélogramme *EFGH*, & c'est la proposition de M. de *Roberval*.

La démonstration en est bien simple, car si l'on mene dans le trapeze les deux diagonales *AC*, *BD*, il est évident que *GH* & *FE* seront chacune parallele à *AC* à cause de la division égale des côtés; donc *GH* & *FE* seront paralleles entr'elles; & de même *FG* & *EH* seront parelleles à *BD*, & par conséquent paralleles entr'elles; donc la Figure *EFGH* est un parallélogramme.

J'ajoute à cette proposition que le parallélogramme *EFGH* est égal à la moitié du trapeze; car par la propriété du triangle que je viens de démontrer, le parallélogramme *EFIK* est la moitié du triangle *ADC*; donc, &c.

J'ajoute encore que si au lieu d'un (1) trapeze on pose un quadrilatere tel qu'on voudra *ABCD*, mais qui ait un angle rentrant *ABC*, on y formera aussi un parallélogramme par la même méthode que la précédente, mais ce parellélogramme *EFGH* sera égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* plus la moitié du triangle *ABC* excédant & formé dans l'angle rentrant *ABC*: car si l'on prolonge les côtés *FG*, *EH* du parallélogramme jusqu'à *AC* en *I* & en *K*, on aura par ce qui a été démontré du triangle, le parallélogramme *EFIK* égal à la moitié du triangle *ADC*, & si de ce triangle on retranche le triangle *ABC*, il restera le quadrilatere pro-

(1) FIG. V.

posé *ABCD*; & si de sa moitié qui est le parallélogramme *EFIK* on en retranche la moitié du triangle *ABC* qui est le parallélogramme *HGIK*, il restera le parallélogramme *EFGH* égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* joint à la moitié du triangle *ABC*: ce qu'il falloit démontrer.

NOUVELLE DÉCOUVERTE DES FLEURS,

Et des graines d'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre du Lichen.

Par M. MARCHANT.

(1) LA plupart de ceux qui ont travaillé sur l'histoire des Plantes, ont fait mention de celle qui fait le sujet de ce Mémoire; les uns l'ont décrite & en ont donné la figure, les autres ont publié ses vertus, & il y a peu de pharmacopées où cette plante ne soit employée dans des compositions galéniques, ou dans des remedes topiques; mais comme entre les Botanistes soit anciens soit modernes, qui ont donné des définitions des caracteres génériques des plantes, on n'en voit point qui ait véritablement connu les fleurs ni les graines de cette plante, on rapportera ici la découverte de ces parties ci-devant inconnues.

---

(1) 26 Avril 1713.

Quelques-uns de ces auteurs font consister le caractere générique du lichen en des plantes imparfaites, dont les feuilles s'étendent sur la surface de la terre ou sur le tronc des arbres, & ils divisent ces herbes en plantes stériles & en plantes portant des semences. D'autres établissent le genre du lichen en plantes qui ne portent point de tiges, & en plantes qui portent des tiges.

Enfin le plus moderne de ces auteurs, *Inst. R. herb.* définit le lichen un genre de plantes qui ne portent point de fleurs, mais dont le fruit ressemble en quelque façon à un bassin rempli de folle farine ou très-menue semence, qui étant vue au microscope paroît à peu près ronde.

Après avoir rapporté le sentiment de ces historiens sur la nature du lichen, pour éviter toute équivoque, nous déclarons que notre observation est faite sur la plante nommée dans le Pinax de *Gasp. Bauh. lichen petræus stellatus*, & que notre dessein n'est pas de décider si les trois premieres especes de ce genre de plantes, rapportées dans ce même auteur, ne sont que des variétés de cette plante, ainsi qu'il semble que *J. Bauhin* l'a cru, puisqu'il ne donne que la description & la figure du lichen étoilé pour ces trois especes, & qu'il reproche à plusieurs auteurs célebres de n'avoir décrit que le même lichen, quoiqu'ils exposent trois figures différentes. Nous ne parlerons point aussi de ce que cette plante a de commun avec les autres especes de lichen ; mais nous tâcherons de faire connoître ce qu'elle

a

a de particulier, & qui fait l'objet de cette dissertation.

Chaque tige de cette plante (*fig.* 1.) de grandeur naturelle : (*fig.* 2.) la même vue à la loupe, ainsi que toutes les suivantes, porte à son extrêmité une étoile ou rosette d'un demi-pouce de diametre, posée horizontalement, pour l'ordinaire composée de neuf rayons, qui avec la tige forment en quelque maniere la charpente d'un parasol ; & dont l'extrêmité de chaque rayon est terminée en pointe obtuse un peu recourbée en en-bas & sillonnée en-dessous. Le dessous de chacun de ces rayons (*fig* .3.) depuis leur origine jusques vers le milieu de leur longueur est garni de plusieurs membranes *A*, un peu confusément rangées entre des lignes paralleles ; ces membranes sont fort minces, transparentes, de couleur verd blanchâtre & godronnées par les bords. D'entre ces membranes sortent huit à dix boutons *B*, aussi verd-blanchâtres membraneux, rayés & à plusieurs pans terminés en pointe, & qui alors par leur figure ont un peu de rapport aux vessies de l'alkekenge des *Indes*, mais ils sont moins ronds.

Chaque bouton étant ouvert *C*, forme un calice en gobelet renversé, étroit par sa base, plus large & dentelé par le bord ; & de sa cavité il sort un pédicule qui porte une fleur *D*, de la figure d'une coupe ou tasse antique, en maniere de godet de couleur citron tirant sur l'oranger, légérement dentelée en ondes par le bord, qui se renverse en dehors, & cette coupe qui a tout au plus une demi-

ligne de diametre eſt ordinairement inclinée en en-bas.

Au même temps que cette fleur s'épanouit, on y découvre au-dedans une touffe de filets ſoieux très-fins *E*, de couleur jaune doré fort ſerrés entr'eux, & qui enſemble repréſentent aſſez bien une houpe de ſoie dont les brins ſeroient chiffonnés & repliés, leſquels s'alongeant peu à peu & s'épanouiſſant viſiblement, laiſſent échapper une infinité de très-petites particules jaunes à peu près rondes *F*, qu'on apperçoit actuellement ſortir par bouffées d'entre les filets ſoieux de cette houpe, & ſe répandre dans l'air, ainſi que feroient les étincelles d'un tiſon enflammé qu'on frapperoit coup ſur coup, leſquelles particules par leur extrême fineſſe s'évanouiſſent aux yeux & ſe perdent dans l'air. Ces fleurs ne s'épanouiſſent que ſucceſſivement, & ayant été viſibles pendant deux ou trois jours, elles deviennent de couleur rouſſe & ſe deſſechent entiérement.

Il eſt aſſez vraiſemblable que les petites particules jaunes, dont on vient de parler, ſont les graines de cette plante, puiſqu'on voit naître des millions de jeunes plantes de la même eſpece aux environs des anciennes; ce qui arrive non-ſeulement ſur la ſurface de la terre, mais auſſi contre des murs graveleux, dans des cours, entre les joints ou fentes du pavé, & même juſques ſur des toits voiſins expoſés au nord, & principalement pendant l'automne ou autres temps frais, ce qui nous fait appeller ces ſemences graines errantes ou vagabondes, à cauſe

qu'elles se dispersent dans l'air où elles sont invisibles.

On a souvent remarqué que dans des cours nouvellement pavées à chaux & à ciment on voit tout à coup paroître quantité de cette plante quoiqu'on n'y en eût point observé ci-devant; ce qui pourroit faire conjecturer que la chaux par ses principes ne contribue pas peu à faire germer ces graines.

Par ce qui vient d'être rapporté, il est certain que la structure de la fleur & de la graine du lichen étoilé n'a point été connue des Botanistes, puisqu'on ne trouve rien de semblable dans tous les caracteres génériques qu'ils nous ont donnés des plantes, joint à ce qu'ils disent que le lichen ne porte point de fleurs; or il étoit de quelque importance en Botanique de connoître parfaitement le caractere générique d'une plante, sur-tout lorsqu'elle est en usage en Médecine, & c'est ce que nous croyons avoir découvert par cette observation, qui donne lieu de croire que toutes les petites plantes qui naissent sur les troncs des arbres, sur les toits & sur des bâtimens, quoique fort élevés, ainsi qu'on y remarque plusieurs especes de mousse, de lichen, de moisissures ou mucosités & autres végétations, sont vraisemblablement autant de plantes qui ne s'y produisent aussi que par des graines vagabondes, entre lesquelles par la suite on découvrira peut-être une infinité de différens genres de plantes par rapport à la structure de leurs fleurs ou de leurs graines, lorsqu'elles auront été bien examinées, ce qui prouve parfaitement l'immense fécondité de la nature & l'étendue de la Botanique.

Il résulte de notre observation en faveur du lichen étoilé, qu'on découvre dans une des plus petites fleurs un mouvement continuel de plusieurs parties, ce que je ne sais point qu'on ait remarqué, même dans les plus grandes fleurs.

Il est vrai que les plantes appellées *Sensitives*, resserrent leurs feuilles quand on les touche, comme font aussi les étamines de la fleur de l'opuntia, qui étant frappées lorsque le soleil donne dessus, se contractent; mais ces parties de plantes n'ont un mouvement visible que lorsqu'elles sont touchées, au lieu qu'on découvre très-visiblement dans la fleur de notre plante, que ses filets soieux se développent & s'alongent ainsi que feroit un peloton de vermisseaux exposés à la chaleur du soleil, & que les semences de cette même plante se répandent continuellement comme des atomes dans l'air, ce qui fait la merveilleuse méchanique de cette fleur.

Le caractere générique de cette plante étant donc de porter une fleur en coupe ou tasse antique remplie d'une houpe composée de filets soieux d'où sortent par bouffées quantité de très-menues semences, & ainsi la structure de cette fleur ne convenant point au caractere du lichen ci-devant rapporté & extrait des plus célébres Botanistes modernes, nous établirons pour cette plante un nouveau genre, que nous appellerons *Marchantia*, du nom de feu M. *Marchant* mon pere, qui le premier eut l'honneur d'occuper une place de Botaniste dans cette Académie, lorsque le Roi, en 1666, créa cette Compagnie.

Nous avertiſſons ceux qui voudront ſe donner le plaiſir de voir la fleur de la *Marchantia ſtellata*, de la chercher après un temps d'orage ou de pluie chaude, car quoique cette plante fleuriſſe preſque pendant tout l'été, toutefois ſes fleurs ne s'épanouiſſent bien que dans un temps chaud & humide, & l'on a remarqué que le mois d'Août eſt ſouvent le plus convenable pour obſerver ce phénomene dont la découverte a ſi long-temps été cachée aux Botaniſtes, puiſque M. *Tournefort* même, qui a défini le caractere générique du lichen, ainſi qu'il a été dit, n'a fait nulle mention de cette plante dans aucun de ſes ouvrages; ce qui a augmenté l'envie que j'avois toujours eu de m'aſſurer parfaitement de la ſtructure de cette fleur; que j'avoue n'avoir pu découvrir qu'après une ſuite d'obſervations faites pendant pluſieurs années, à cauſe de la difficulté qu'il y a de trouver le moment où cette fleur s'épanouit, de ſon peu de durée, & l'extrême dilicateſſe des parties qui la compoſent.

Quant à ce qui regarde les vertus de cette plante, nous dirons qu'on l'employe dans le ſyrop de chicorée, ſi excellent contre les maladies du foie & de la rate, dont il dégage puiſſamment les obſtructions, & qu'on le donne contre la jauniſſe & pour ramollir les duretés du ventre. On ſe ſert auſſi avec ſuccès de la décoction ſimple de la *marchantia ſtellata*, ou de ſon eau diſtillée, dans les maladies de la peau, ainſi que pluſieurs le confirment.

SUR L'HYDROPISIE APPELLÉE TYMPANITE.

Par M. LITTRE.

(1) L'AIR que nous respirons, si nécessaire à notre conservation, nous cause souvent des maladies & quelquefois la mort. Nous avons déja vu, dans mon dernier Mémoire, comment il produit une espece d'enflure nommée *emphyseme*; nous allons voir dans celui-ci, qu'il est la véritable cause d'une autre espece d'enflure qui est beaucoup plus à craindre.

L'espece d'enflure dont je veux parler, est nommée par les Auteurs *hydropisie tympanite*, & cela, parce que dans cette maladie le ventre extrêmement enflé & tendu, lorsqu'on le frappe, résonne à peu près comme un tambour.

Les Auteurs, qui ont traité de l'hydropisie tympanite, ne conviennent entr'eux ni de la cause qui la produit, ni du lieu où cette cause a son véritable siege. Les uns prétendent que cette maladie est l'effet d'une convulsion; d'au-

(1) 19 Juillet 1713.

rchantia Stellata.

etræus Stellatus Casp. Bauh. Pin. 362.



Fig: 2e.



Fig.







tres veulent que l'air seul la produit; & d'autres assurent que de l'air & de l'eau en sont ensemble la cause.

Les premiers croyent que dans l'hydropisie tympanite les muscles du centre sont en convulsion, & que ces muscles étant en convulsion soulevent & tendent les tégumens du ventre. Opinion tout-à-fait insoutenable, puisque les muscles du ventre, suivant leurs attaches & leurs dispositions naturelles, ne peuvent absolument en se contractant que resserrer & abaisser le ventre.

Pour les auteurs qui regardent l'air comme la cause totale, ou comme la cause partiale de l'hydropisie tympanite, ils différent entre eux lorsqu'il s'agit de déterminer l'endroit que cet air occupe. Les uns le placent uniquement dans la capacité du ventre; & les autres le logent partie dans la poitrine, partie dans le mésentere & partie dans l'épiploon. Quant à ceux qui prennent l'eau pour cause partiale de cette maladie, ils veulent unanimement qu'elle soit contenue dans la capacité du ventre.

J'ai eu occasion de faire un grand nombre d'observations sur des hommes morts d'hydropisie tympanite. Je m'en vais rapporter celles qui me paroissent les plus considérables; les premieres feront voir qu'on a peu connu la cause de cette maladie, & les dernieres nous en donneront une parfaite connoissance.

PREMIERE OBSERVATION.

Le ventre de ces sortes d'hydropiques est aussi dur, aussi tendu & aussi sonore, ou

rend les mêmes sons après la ponction que devant.

Seconde Observation.

Pour découvrir si, dans l'hydropisie tympanite il y avoit de l'air renfermé dans la capacité du ventre, j'ai porté un troiquarts jusques dans cette capacité en plusieurs corps qui étoient morts de cette maladie. Ayant retiré le poinçon du troiquarts & laissé sa canule, j'ai présenté une bougie allumée à son embouchure pendant qu'on pressoit le ventre tout autour, & la flamme n'en a été nullement agitée. Cette observation renverse entiérement l'opinion de ceux qui prétendent que la cause de l'hydropisie tympanite est de l'air contenu dans la capacité du ventre.

Troisiéme Observation.

Lorsque les hydropisies étoient récentes, je n'ai trouvé que quelque humidité dans la capacité du ventre de ces hydropiques, & qu'environ trois chopines d'eau dans les invétérées, quantité peu considérable par rapport à la vaste cavité du ventre & à la grosseur excessive où il parvient dans ces maladies. On ne doit donc regarder cette quantité d'eau que comme une chose accidentelle à la maladie, & non comme une chose essentielle.

QUATRIÉME OBSERVATION.

J'ai examiné avec ſoin le péritoine, l'épiploon & le méſentere dans ces ſortes d'hydropiques, & je n'ai point apperçu d'air dans aucune de ces parties : ce n'eſt donc point encore là qu'il faut chercher la cauſe de l'hydropiſie tympanite.

CINQUIÉME OBSERVATION.

J'ai toujours trouvé dans les cadavres des tympanites l'eſtomac & les inteſtins fort gros & fort tendus, & ſur-tout les gros inteſtins. J'ai ſouvent vu le cæcum & le colon gros comme la cuiſſe d'un homme ; je n'ai jamais remarqué de groſſeur extraordinaire dans les autres parties qui ſont contenues dans la même capacité. C'eſt donc uniquement l'enflure de l'eſtomac, & principalement des gros inteſtins des tympanites, qui produit l'enflure extraordinaire de leur ventre.

SIXIÉME OBSERVATION.

Les membranes, qui compoſent l'eſtomac & les inteſtins des tympanites, ſont toujours fort minces ; leur tiſſu cependant eſt encore aſſez reſſerré pour ne pas laiſſer échapper à travers leurs pores l'air qu'elles renferment, & aſſez ferme pour réſiſter aux efforts que ce même air fait pour s'échapper en déchirant ces membranes. L'eſtomac & les inteſtins, quoique fort gros, ſont fort légers, auſſi con-

O v

tiennent-ils beaucoup d'air; le reste, qu'on y trouve, est peu de chose, & pour l'ordinaire glaireux. De cette observation on peut conclure, que c'est de l'air, & de l'air contenu dans la cavité de l'estomac & dans celle des intestins, qui produit l'hydropisie tympanite.

Essayons à présent d'expliquer comment de l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins peut produire une enflure aussi considérable que celle qu'on observe dans les hydropisies appellées tympanites.

Le même canal qui conduit les alimens, la boisson & la salive dans l'estomac, je veux dire l'œsophage, y porte aussi de l'air avec eux. L'œsophage est toujours plein d'air, parce qu'il est toujours ouvert par en-haut & qu'il y communique avec le nez & la bouche, & par conséquent avec l'air extérieur; & quoique ce canal ne soit vraisemblablement ouvert par en-bas que lorsque les alimens passent de sa cavité dans celle de l'estomac, il en passe alors assez dans ce viscere pour qu'il n'en manque point.

L'air reçu dans la cavité de l'estomac peut y avoir trois usages.

Le premier est de contribuer à la digestion des alimens, soit par son ressort, soit par des sels & des soufres volatils qu'il contient entre ses parties.

Le deuxiéme est de donner prise aux membranes de l'estomac sur les alimens, lorsqu'ils sont en très-petite quantité, parce que ces membranes, par leur contraction ordinaire, ne s'approchent pas d'assez près entr'elles pour presser, écraser, &c. immédiatement ce peu

d'alimens & pour les pouſſer dans la cavité des inteſtins après qu'ils ſont digérés. *Actio enim non datur in diſtans.* Il faut donc qu'il y ait un autre corps entre les alimens & ces membranes qui en occupe l'intervalle ; or, ce corps eſt l'air contenu dans la cavité de l'eſtomac.

Le troiſiéme uſage eſt de ſoutenir les parois de l'eſtomac, & d'empêcher par ce moyen, que par leur poids & par leur contraction elles ne s'approchent entr'elles de ſorte que la cavité en devienne ſi petite, qu'elle ne puiſſe contenir la quantité d'alimens qui eſt néceſſaire pour la nourriture du corps.

Il y a lieu de préſumer que l'air, qu'on trouve auſſi dans les inteſtins, vient de l'eſtomac, & qu'il a à peu près les mêmes uſages dans les inteſtins que dans l'eſtomac.

L'eſtomac & les inteſtins ſont de vrais muſcles creux, dont l'air, qui eſt renfermé dans leur cavité, eſt l'antagoniſte. On peut regarder cet air & les parois de ces viſceres comme deux reſſorts qui agiſſent ſans ceſſe l'un contre l'autre. L'action de l'air tend toujours du dedans en-dehors, & l'action principale des parois muſculeuſes tend toujours au contraire du dehors en-dedans.

Tant que ces deux reſſorts ſe contrebalancent alternativement l'un l'autre, l'eſtomac & les inteſtins ſe contractent & ſe relâchent alternativement, & leur cavité ne devient ni trop grande ni trop petite. Dans cet état ces viſceres peuvent accomplir les fonctions auxquelles ils ſont deſtinés. Mais ſi le reſſort des parois du canal l'emporte abſolument ſur celui

de l'air qui y eſt contenu, il reſſerrera ce canal, en chaſſera l'air par la bouche ou par le fondement, & empêchera le cours des matieres qui y doivent couler. Si au contraire le reſſort de l'air l'emporte abſolument ſur celui des parois du même canal, il les dilatera & augmentera la cavité ; cependant les matieres n'y couleront pas facilement, parce qu'elles ne ſeront preſque point pouſſées par les parois quoique muſculeuſes à cauſe de leur relâchement.

Or, pendant le cours des grandes & longues maladies, auxquelles ſuccede ordinairement l'hydropiſie tympanite, le ſang ſe gâte & perd ce qu'il a de fin & de ſubtil, & il s'amaſſe dans la cavité de l'eſtomac & des inteſtins des ſucs qui, venant à s'y aigrir par leur ſéjour, y excitent des fermentations extraordinaires.

D'où il ſuit que le reſſort des parois de ces viſceres, qui dépendent d'une abondance d'eſprits, & d'eſprits bien conditionnés, doit être foible & énervé ; & que le reſſort de l'air au contraire, dont la force conſiſte dans ſa grande raréfaction, doit être fort & vigoureux ; car d'un côté cet air doit être fort échauffé à l'occaſion des fermentations extraordinaires qui ſe font dans le canal ; & de l'autre ſon antagoniſte eſt preſque ſans réſiſtance. L'air doit donc l'emporter de beaucoup ſur les parois de l'eſtomac & des inteſtins, ſe raréfier extraordinairement, dilater à proportion le canal, étendre à meſure les tégumens du ventre, qui pour lors ſont auſſi minces & lâches, & produire enfin une enflure qu'on appelle hydropiſie tympanite.

On pourra objecter que le reſſort de l'air extérieur devroit contrebalancer celui de l'air intérieur, s'oppoſer à la dilatation extraordinaire de l'eſtomac & des inteſtins, auſſi bien qu'à celle des tégumens du ventre, & par conſéquent empêcher la production de l'hydropiſie tympanite. A quoi je réponds, que l'air extérieur eſt condenſé, & que l'intérieur eſt raréfié par la chaleur des viſcéres où il eſt contenu, & qu'un air raréfié a incomparablement plus de force qu'un air qui ne l'eſt point.

Les obſervations & les réflexions précédentes étant ſuppoſées, il n'eſt pas bien difficile de rendre raiſon des accidens qui accompagnent l'hydropiſie tympanite, & dont voici les principaux.

Dans l'hydropiſie tympanite les malades jettent peu & difficilement des vents par la bouche, & encore moins & plus difficilement par le fondement. Ils jettent peu & difficilement des vents par la bouche, parce que la dilatation exceſſive des membranes de l'eſtomac, auſſi bien que des tégumens du ventre & même du diaphragme, met ces parties hors d'état de ſe contracter aſſez pour chaſſer par la bouche l'air qui eſt enfermé dans la cavité de ce viſere, & qui étant d'ailleurs très-raréfié, réſiſte beaucoup à leur effort. Outre cela le diaphragme peut s'oppoſer à la ſortie de cet air, principalement lorſqu'il ſe contracte, parce qu'alors il ſerre la partie inférieure de l'œſophage qui le traverſe pour ſe rendre à l'eſtomac.

Les tympanites rendent encore moins &

plus difficilement des vents par le fondement, parce qu'outre que les organes qui les doivent chaſſer par cette voie ſont très-foibles, il y a un muſcle ſitué à l'extrêmité de l'inteſtin *rectum* qui la ferme conſtamment & qu'il faut forcer pour que cette iſſue ſoit libre.

On ne ſent point de fluctuation en frappant le ventre des tympanites, de même qu'on en ſent une en frappant celui des aſcitiques; la raiſon en eſt aiſée. Le ventre des aſcitiques eſt une eſpece de vaſe qui contient de l'eau, mais qui n'en eſt pas entiérement rempli; au lieu que l'eſtomac & les inteſtins des tympanites ſont comme un vaſe tout à fait plein d'air. En agitant un vaſe, que l'eau ne remplit qu'en partie, on oblige cette eau à aller choquer les parois du vaſe en pluſieurs endroits & à y faire une impreſſion ſenſible: mais l'air incomparablement plus rare, & qui outre cela remplit tout le vaſe où il eſt contenu, ne ſauroit exciter une fluctuation dans l'eſtomac ni dans les inteſtins comme l'eau fait dans le ventre des aſcitiques.

Il eſt facile de comprendre pourquoi dans l'hydropiſie tympanite le ventre frappé rend un ſon à peu près ſemblable à celui d'un tambour; les parois de l'eſtomac & celles des inteſtins ſont devenues extrêmement minces, & elles ſont fort tendues par l'air qu'elles renferment. Ces viſceres ſont donc ſemblables alors à une eſpece de tambour, ou plutôt à ces veſſies de porc que les enfans rempliſſent d'air. Or, ces veſſies frappées ren-

dent un son, l'estomac & les intestins frappés doivent donc en rendre un aussi.

Dans l'hydropisie tympanite les malades ne ressentent point de douleur dans le ventre comme ceux qui ont une colique venteuse ; c'est que dans l'hydropisie tympanite les membranes de l'estomac & des intestins sont étendues au point que le cours des esprits y doit être intercepté ; de sorte que les impressions des objets sur ces membranes ne peuvent être transmises jusqu'au cerveau pour que l'ame s'en apperçoive. Il n'en est pas de même dans la colique venteuse où les membranes de l'estomac & des intestins sont incomparablement moins étendues ; par conséquent le cours des esprits y peut être encore assez libre pour que les impressions des objets soient portées jusqu'au cerveau & qu'elles y excitent le sentiment de douleur.

De ce que l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins est la cause de l'hydropisie tympanite, il est clair que pour la guérir on ne doit point avoir recours à l'opération de la paracenthese ; car par la ponction on pourroit percer les intestins ; d'où il pourroit résulter un épanchement dans la capacité du ventre, de matieres soit nourricieres, soit excrémenteuses, ou bien de l'air, qui sont contenues dans leur cavité. Or, les matieres épanchées dans cette capacité y séjournant se corromproient & ne manqueroient pas de causer la gangrene & par conséquent la mort du malade ; & quand il n'y auroit que l'air, qui s'échappât dans la même capacité, ne pourroit-il pas s'y en accumuler assez pour com-

primer les parties, principalement l'inteſtin percé, empêcher leurs fonctions & conſéquemment cauſer auſſi la mort dans la ſuite.

Enfin l'hydropiſie tympanite eſt pour l'ordinaire mortelle, parce que cette maladie conſiſtant dans une dilatation démeſurée des membranes de l'eſtomac & des inteſtins, ces viſceres ont perdu la plus grande partie de leur reſſort. Ils ne peuvent donc ſe contracter que fort foiblement, ni par conſéquent exercer leurs fonctions que fort imparfaitement, d'autant que c'eſt par leur contraction qu'ils les accompliſſent. Or, ces fonctions ſont abſolument néceſſaires à la vie.

REMARQUES

Sur un Paradoxe des Effections Géométriques.

Par M. ROLLE.

(1) LA regle que j'ai donnée dans les Mémoires de 1711, pages 113 & 114, n'eſt pas exempte de paradoxe. Il ſuit de cette regle qu'une portion de courbe auſſi petite qu'on voudra & par-tout cave vers ſon axe générateur, ſe peut couper ou être touchée par autant de courbes qu'on voudra & en autant de points qu'on voudra : de maniere que toutes ces courbes ſoient caves vers ce même axe dans

(1) 12 Juillet 1713.

l'étendue qui renferme tous ces points ; & que toutes leurs appliquées ſoient de celles qui vont toujours en augmentant ou toujours en diminuant dans une ſuite non interrompue, le long de cette étendue. En cela, il n'y a rien qui révolte la raiſon ; mais quand on compare les lunules qui ſe forment des rencontres de toutes ces courbes, aux portions de ces mêmes courbes, qui ſont compriſes entre le premier & le dernier point de rencontre, on ne laiſſe pas de trouver une eſpece de paradoxe dans un changement de cavités relatives qui arrive à ces lunules.

Pour mieux marquer en quoi conſiſte ce paradoxe, & pour en donner les premiers éclairciſſemens, j'ai fait deux ſortes de remarques. Les unes ne regardent que des courbes du premier genre, & les autres ſont priſes des courbes de tout genre. On les peut voir ces remarques dans le Mémoire de 1711, pag. 117, & *ſuiv.* Mais l'on y peut voir auſſi qu'elles demandent des explications, & c'eſt pour ce premier beſoin que j'ai fait d'autres remarques que l'on va voir ici. Enſuite viendront les preuves.

Sur les Courbes du premier genre.

REMARQUE I. Lorſque les racines d'une égalité du quatriéme degré ſont toutes réelles & poſitives, elle eſt toujours un cas de celle qui eſt ici en *A*.

$$A \ldots x^4 - ax^3 + bxx - cx + d = 0.$$

Et ſi dans le deſſein de la conſtruire, on prend pour le premier lieu $xx = hy$; on a

d'abord pour le ſecond lieu ou une ellipſe ou une hyperbole :

Quand on ne fait la ſubſtitution que dans les deux premiers termes de *A*, on a le lieu à l'ellipſe marqué *B*.

$$B \ldots hhyy - ahyx + bxx - cx + d = 0.$$

Et quand on ſubſtitue dans les trois premiers termes, on a le lieu à l'hyperbole marqué *C*.

$$C \ldots hhyy - ahyx + bhy - cx + d = 0.$$

En conſtruiſant l'ellipſe de *B*, l'hyperbole de C & la parabole de $xx = hy$; ſur un même axe & une même origine les trois courbes ſe rencontreront en autant de points qu'il y aura de différentes racines dans *A*. Mais ſi ces racines ſont toutes réelles, toutes poſitives ou toutes négatives, & ſi avec cela elles ſont toutes inégales entr'elles ; alors, on verra que les trois courbes ſeront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle des quatre points d'interſection. C'eſt ce qu'il faut expliquer pour préparer & conduire à l'intelligence du paradoxe en queſtion.

Eclairciſſemens & Preuves.

Si l'on prend 1, 2, 3, 4, & ſi l'on en fait les racines d'une égalité du quatriéme degré ; cette égalité ſera comme on le voit en *D*.

$$D.\, x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Et comparant cette égalité *D* à l'égalité *A*, on aura

$a = 10$, $b = 35$, $c = 50$ & $d = 24$.

Subſtituant ces valeurs dans B & dans C, on aura les lieux particuliers E, G.

E .. $yy - 10yx + 35xx - 50x + 24 = 0$.

G .. $yy - 10yx + 35y - 50x + 24 = 0$.

En cela je prends $h = 1$ pour déterminer $xx = hy$, alors on aura $xx = y$.

Conſtruiſant le lieu $xx = y$ avec le lieu E ſur un même axe & une même origine, la parabole coupera l'ellipſe en quatre points dans le ſens marqué par Fig. 1, où l'on peut voir que cette parabole entre dans cette ellipſe au point A : qu'elle en ſort au point B : qu'elle y rentre au point D, & qu'elle en ſort de nouveau au point E pour continuer ſon chemin vers L.

Conſtruiſant auſſi le lieu $xx = y$ avec le lieu G ſur un même axe & une même origine, on verra que l'hyperbole coupe la parabole en quatre points comme en Fig. 2. Que cette hyperbole entre dans l'eſpace parabolique au point A : qu'elle en ſort pour la premiere fois au point B : que ſa ſeconde immerſion ſe fait au point D : que ſa ſeconde ſortie ſe fait en E, & qu'elle continue ſon chemin vers δ.

Comme ces courbes ont été fort examinées & ſont auſſi fort connues, on verra d'abord que les quatre interſections forment trois lunules : que la premiere eſt terminée par le point A & par le point B; la ſeconde par les points B & D, & la troiſiéme par D & par E.

On verra auſſi que dans la Fig. 2, par exemple, la parabole eſt plus cave que l'hy-

perbole dans la premiere lunule : qu'elle est moins cave que l'hyperbole dans la seconde lunule, & qu'elle se trouve plus cave que l'hyperbole dans la troisiéme lunule. Et comparant la parabole à l'ellipse dans Fig. 1, on verra une semblable suite alternative du plus & du moins cave. En cela il ne paroît point de difficulté ; car menant une droite par les deux points qui terminent une lunule, il paroît évident que le segment de courbe le plus cave est celui qui s'éloigne le plus de cette droite. Mais les portions entieres de la parabole, de l'ellipse & de l'hyperbole comprises entre le point *A* & le point *E* sont par-tout caves vers l'axe des *y*. Et comme ces portions renferment les lunules où le cave reçoit le plus & le moins, il est bon de s'assurer de la cavité de ces mêmes portions vers cet axe.

Pour cela, il me paroît qu'il faut donner ici une partie du calcul qui sert à la génération des trois courbes.

Axe.....Parabole... Hyperbole.... Ellipse.

$y = 0$ donne $x = 0$.... $x - \frac{12}{25}$.. x. imaginaire.
$y = 1$..... $x = 1$.... $x = 1$... $x = 1$.
$y = 4$..... $x = 2$.... $x = 2$... $x = 2$.
$y = 9$..... $x = 3$.... $x = 3$... $x = 3$.
$y = 16$.... $x = 4$.... $x = 4$... $x = 4$.
$y = 100$... $x = 10$... $x = 12\frac{154}{275}$ x. imaginaire.

Ainsi l'on voit que l'intervalle où les cou-

bes se rencontrent est terminé d'un côté par $x = 1$ & de l'autre par $x = 4$. Et comme l'on a des regles fort précises pour s'assurer que dans cet intervalle il n'y a aucun *maximum*, on peut déja voir que les appliquées vont en augmentant & dans une suite non interrompue le long de cet intervalle.

On sait aussi que dans les courbes du premier genre, il n'y a jamais de points d'inflexion ni aucun de ceux qu'on appelle de rebroussement & recourbement, ainsi l'on pourra s'assurer de la cavité des portions totales *AE*, vers l'axe des y par le moyen de la petite regle qui prescrit de prendre des abscisses en progression arithmétique & de les comparer à leurs appliquées. Nous avons ici $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, qui sont quatre abscisses de l'axe des x & qui sont aussi en progression arithmétique. Si l'on prend les trois premieres $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, on a vu que leurs appliquées sont $y = 1$, $y = 4$ & $y = 9$. On voit aussi que la somme des extrêmes $1 + 9$ surpasse 8 double de la moyenne, ainsi l'on peut conclure suivant la regle que la portion *AE* de chaque courbe est convexe vers l'axe des x, & que par conséquent elle est cave vers l'axe des y.

En prenant les trois dernieres $y = 2$, $x = 3$, $x = 4$, leurs appliquées seront $y = 4$, $y = 9$, $y = 16$, dont la somme des extrêmes surpasse le double de la moyenne. Donc selon la regle, la courbe est convexe vers l'axe des x & cave vers l'axe des y.

D'où il suit par la même regle que les trois courbes sont caves vers l'axe des y; depuis

$x=1$, jusqu'à $x=4$, c'est-à-dire, dans toute l'étendue de l'intervalle dans lequel se font les quatre intersections de ces courbes Fig. 1 & 2. On a vu aussi que les appliquées vont toujours en augmentant le long de cet intervalle, & que leur suite n'est point rompue.

Mais l'on a encore pu voir par les portiuncules qui forment les lunules, que chacune des trois courbes est tantôt plus cave & tantôt moins cave que les deux autres courbes dans ce même intervalle, & rappellant ici la premiere idée que j'ai donnée du paradoxe dont il s'agit, on voit en quel sens deux courbes qui se couperoient en mille en un point avec les trois conditions ci-dessus marquées, formeroient mille lunules où chacune des courbes seroit alternativement plus & moins cave que l'autre courbe dans l'intervalle qui renferme tous ces points, quoique chacune de ces courbes prise à part soit par-tout cave vers l'axe générateur commun à l'une & à l'autre; quoique leurs appliquées soient de celles qui vont toujours en augmentant; quoique ces appliquées soient d'une suite continue. Ainsi cette espèce d'uniformité du cave dans les portions entieres, & le changement du cave dans les lunules contribuent de quelque chose à fixer l'idée du paradoxe & serviroient en quelque maniere à l'expliquer, mais avant que d'en venir-là, il est bon de marquer d'autres faits.

Que les trois courbes se coupent ici sans se toucher, cela est si facile à voir par les tangentes, qu'il seroit inutile de s'y arrêter.

En poussant le calcul un peu davantage que je ne l'ai fait ici, on verroit comment le côté de l'ellipse marqué *tVNI*, Fig. 1, se trouve entre l'axe des *y* & le côté de la parabole qui est coupé par cette ellipse, & l'on verroit aussi la détermination de son grand diametre de *r* vers *S* par les formules de la transposition des axes. On peut trouver par les mêmes formules le sommet de l'hyperbole Fig. 2, & celui de son opposée, & il est d'ailleurs facile de voir comment cette hyperbole coupe l'axe des *y* au point *C*, pour s'approcher de son asymptote λ*M*, &c. Je laisse de semblables recherches ; parce qu'il m'a paru qu'elles seroient inutiles au dessein de ce Mémoire, après le détail que l'on vient de voir ici.

En prenant les trois courbes deux à deux, on peut faire trois constructions pour éviter la confusion des segmens curvilignes dans les lunules, mais j'ai cru qu'il suffisoit d'en donner deux, pour marquer les cavités relatives de ces segmens, & que cela désigne assez celles qui se forment en construisant l'hyperbole & l'ellipse sur un même axe & une même origine.

REMARQUE III. De tout ce que je viens de dire, & de la théorie des effections géométriques, on peut voir que si l'on construit sur un même axe & une même origine le lieu $xx = y$ avec les lieux *E*, *G*, leurs trois courbes se couperont en quatre points; qu'elles seront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle de ces points, & que leurs appliquées augmenteront toujours sans interruption le long de cet intervalle.

En combinant les lieux $xx = y$, E, G, on aura autant d'autres ellipſes & d'autres hyperboles qu'on voudra, qui étant conſtruites ſur l'origne O & ſur l'axe des y, couperont les précédentes & la parabole auſſi, dans les quatre points A, B, D, E; & chacune y coupera auſſi toutes les autres : de maniere que toutes ces courbes ſe trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de tous ces points. Quelques-unes des combinaiſons ne donneront que des lignes droites; mais il y en a peu de cette ſorte, & il eſt facile de les reconnoître. Il eſt facile auſſi d'éviter celles qui ne donnent que des lieux imaginaires.

Cette infinité de courbes réſulte de $h = 1$, & des quatre racines 1, 2, 3, 4, ainſi, un changement ſi grand ou ſi petit qu'on voudra dans la valeur de h ou dans les racines, donnera une autre infinité de courbes; de maniere qu'en prenant ſucceſſivement tous les nombres pour h ſans changer les racines, on concevra une infinité d'infinités de courbes du premier genre qui s'entrecouperont aux mêmes points A, B, D, E, & ſeront toutes caves vers l'axe des y.

Si l'on fait du changement aux racines, il eſt évident que les courbes ſe rencontreront en d'autres points. Delà d'autres exemples, d'ailleurs ſemblables aux précédens, & dont la multiplicité me paroît inexprimable. Entre tous ces exemples les plus ſimples ſeroient ceux que donneroient les quatre racines 0, 1, 2, 3. Mais alors la ſomme de la parabole ſeroit un des points de rencontre.

Comme

Comme l'on peut prendre une portion de parabole aussi petite qu'on voudra, & prendre aussi quatre appliquées de cette portion pour les introduire dans une égalité du quatriéme degré, on peut par conséquent trouver autant de courbes du premier genre que l'on voudra, qui couperont cette portion en quatre points ; & si elle est par-tout cave vers son axe générateur, toutes ces courbes se trouveront caves vers ce même axe dans l'intervalle de tous ces points. Cela me paroît évident après ce qui a été dit ici, & d'ailleurs il faut ménager l'étendue qui m'est donnée pour les remarques qui regardent les courbes de tous les genres & qui doivent servir à l'éclaircissement du paradoxe en question.

Sur les Courbes de tout genre.

Entre les courbes qui sont au-delà du premier genre, je n'en vois pas de plus simple que la parabole $x^3 = y$. Elle est commode pour quantité de constructions & convient à mon sujet. Car si l'on prend cette parabole pour le premier lieu d'une égalité dont toutes les racines sont positives, alors toutes ces racines se trouveront dans un de ses rameaux, & les courbes seront caves d'un même côté dans l'intervalle des points de rencontre. Mais en cela il n'y a pas beaucoup d'exemples où l'on puisse faire que le second lieu soit du premier genre. On aura un indice de la difficulté en rappellant ici l'égalité marquée *D*.

D. $x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0$.

Le premier lieu étant $x^3 = y$, on aura le second lieu F,

F, $yx - 10y + 35xx - 50x + 24 = 0$.

Construisant l'hyperbole que donne ce lieu avec la parabole $x^3 = y$ sur un même axe & une même origine, une des branches de cette parabole sera coupée en quatre points par un rameau de l'hyperbole, & ce rameau avec cette branche se trouveront par-tout caves vers l'axe des y dans l'intervalle de ces quatre points. On verra aussi que les appliquées vont en augmentant dans une suite non interrompue le long de cet intervalle.

En prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu de D, l'hyperbole du second lieu changera à mesure qu'on changera la valeur de f. De-là une infinité d'hyperboles telles que chacune coupe toutes les autres & coupe aussi la parabole dans les quatre mêmes points aux mêmes conditions que dessus.

Multipliant D par $xx + 10x - 75$, & prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu, la variété de f fournira une autre suite infinie d'hyperboles qui couperont une des branches de la parabole en cinq points, qui seront partout caves vers l'axe de y, & qui couperont encore cette parabole en un point au-dessus de l'inflexion, pour la racine -15.

Mais si l'on multiplie l'égalité D par $xx + 10x + 65$, & si l'on prend $x^3 = fy$ pour le premier lieu pour avoir un cercle dans le second lieu, alors, il faut faire $f = \sqrt{1799}$, & le cercle ne coupera qu'en quatre points une des branches de la parabole.

Ainſi, dans le deſſein qu'un des lieux ſoit toujours du premier genre pour la conſtruction d'une égalité quelconque, & pour avoir des points de rencontre autant qu'on en voudra, ce ne feroit que rarement un avantage de prendre les premiers lieux au-delà du ſecond degré. Si l'on prend la voie des indéterminées & des problêmes auxiliaires dont j'ai parlé dans les Mémoires de 1708, pag. 462, on trouvera des exemples du paradoxe dont les lieux ſeront plus ſimples dans le degré & plus compoſés dans les coefficiens, (le nombre des points étant le même) que par la voie ordinaire que j'ai entrepris de perfectionner dans les Mémoires de 1711. Mais je ſuis obligé de ſuivre ici cette voie ordinaire, & il me paroît qu'il vaut mieux pour ce deſſein, de prendre les premiers lieux du premier genre, & c'eſt auſſi ce que j'ai fait pour former deux ſuites infinies d'exemples qui ſerviront à l'explication du paradoxe dont il s'agit, comme on l'a pu voir par les deux projets inſérés dans les Mémoires de 1711, pag. 120. Je les répeterai ici, puiſqu'il faut les éclaircir, & prouver les vérités qu'ils renferment.

PREMIER PROJET. Si l'on forme une égalité d'autant de racines qu'on voudra, toutes réelles & toutes poſitives, auſſi grandes & auſſi petites qu'on voudra; & ſi l'on prend la parabole $xx = ay$ pour le premier lieu de cette égalité; alors la courbe du ſecond lieu rencontrera cette parabole en autant de points qu'il y a de différentes racines, & les deux courbes ſe trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle qui renferme

tous ces points. Les appliquées de cet intervalle iront toujours en augmentant, & leur ſuite ne ſera point rompue.

SECOND PROJET. L'égalité propoſée étant formée comme dans le premier projet; ſi l'on prend $xx = yy = ff$ pour le premier lieu, & ſi l'on donne au rayon f une valeur qui ſurpaſſe la plus grande racine de la propoſée; alors le cercle rencontrera la courbe du ſecond lieu en deux fois autant de points qu'on aura mis de différentes racines dans la propoſée, toutes les rencontres ſe feront dans un demi-cercle, & la courbe du ſecond lieu ſe trouvera cave le long de l'intervalle où ſe font ces rencontres, dans le ſens que ce demi-cercle eſt cave vers le diametre qui le termine.

Dans ces deux projets les courbes ne ſe rencontreront que de trois manieres; elles ſe couperont & auront diverſes tangentes dans chaque point que déterminent les racines inégales de la propoſée; elles ſe couperont & auront une même tangente dans chaque point qui eſt déterminé par des racines égales dont la multitude eſt exprimée par un nombre impair. Elles ſe toucheront & auront une même tangente dans chaque point que déterminent les racines égales dont la multiplicité eſt de nombre pair.

Si l'on fait dans le ſecond projet que le rayon f ſoit plus petit qu'une des racines; alors cette racine ni toutes celles qui ſurpaſſent ne ſe trouveront pas dans la conſtruction.

Et ſi l'on fait que le rayon ſoit égal à une des racines laquelle on voudra; cette

racine se trouvera dans la construction; mais les courbes se toucheront & auront même tangente au point qu'elle détermine; soit que cette racine ait son égale ou non dans la proposée.

Je suppose dans ces deux projets, qu'en formant le second lieu, on ait soin de pousser les substitutions jusqu'à ce que l'inconnue de la proposée ne se trouve qu'au premier degré dans le second lieu.

On peut démontrer l'un & l'autre projet en deux manieres. La premiere suppose que l'on ait l'image des courbes, ainsi elle demande que les exemples soient pris un à un: la seconde maniere détermine tout ce qui est nécessaire de cette image des courbes pour la démonstration générale des deux projets, sans obliger de tracer ces courbes, si ce n'est en deux ou trois exemples pour soutenir l'esprit dans ses abstractions. Je ne me propose dans ce premier Mémoire que la premiere maniere de démontrer, & comme il ne peut pas avoir l'étendue qui seroit nécessaire en cela pour ces deux projets, je me suis déterminé au second; parce que les preuves qu'il demande portent avec elles presque tout ce qui doit servir à la démonstration du premier projet.

On a encore un avantage dans le second projet. Car l'on sait que la courbure d'un cercle est par-tout très-uniforme. D'où il suit que les changemens de courbure qui sont nécessaires pour former les lunules ne peuvent être attribués qu'à la courbe du second lieu dans chaque exemple. Ce qui facilite l'explication du paradoxe dans ce projet.

Les proposées qui se présentent les premieres ici, sont des égalités du second degré, mais elles sont trop simples pour s'y arrêter. Ce qui m'a déterminé à prendre pour mon premier exemple, une égalité du troisiéme degré.

PREMIER EXEMPLE.

La proposée est celle qu'on voit ici en A,

$$A \ldots x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0,$$

dont les racines sont 1, 2, 3.

Le premier lieu soit $D. xx + yy = 10$, alors on aura le second lieu E, dont la courbe est celle de Fig. 3.

$$E \ldots x = \frac{6yy - 66}{yy - 21}.$$

Construisant ce lieu E avec le lieu au cercle marqué D sur un même axe & une même origine, les courbes se couperont en six points, & seront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de tous ces points. Mais des six appliquées à cet axe, il n'y en a que trois qui vont en augmentant, & les trois autres vont en diminuant.

Pour expliquer & pour démontrer les cavités dans cet exemple, d'une maniere qui puisse servir à tous les exemples du second projet, il faut deux sortes de calcul : l'un regarde les deux courbes, & l'autre le second lieu seulement.

Il suffira pour le premier calcul de donner ici les valeurs qui suivent.

Abſciſſes..... Appliq. de *D*... Appliq. de *E*.

$y = 0 \ldots\ldots x = \pm \sqrt[2]{10} \ldots\ldots x = 3\frac{1}{7}$.

$y = \pm 1 \ldots x = \pm 3 \ldots\ldots\ldots\ldots x = 3$.

$y = \pm \sqrt{6}. x = \pm 2 \ldots\ldots\ldots\ldots x = 2$.

$y = \pm 3 \ldots x = \pm 1 \ldots\ldots\ldots\ldots x = 1$.

$y = \pm \sqrt[2]{10}. x = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots x = \frac{6}{10}$.

Comme le ſecond calcul doit fournir les principales déterminations de la courbe du ſecond lieu déſignée par Fig. 3, & comme il ſuffit d'avoir celles qui contribuent à la démonſtration des cavités pour le paradoxe ; on peut ſe contenter des valeurs que l'on va voir ici, ſachant que l'axe des y eſt *BOL* & que l'origine eſt au point *O*.

$y = \pm \sqrt{11}$ donne les points *A* & *I*, où la courbe coupe cet axe.

$y = \sqrt{21}$ donne les points *K*, & *V*, & pour chacun on a x infini, c'eſt-à-dire, l'aſymptote *MKH* & l'aſymptote *GVP*.

$y = \pm 4$ donne $x = -6$ qui marque l'uſage de ces deux aſymptotes & leur direction, l'un de *K* vers *H*, & l'autre de *V* vers *P*.

$y = \pm \sqrt{22}$ donne $x = 66$, ainſi l'un de ces aſymptotes paſſe encore de *K* vers *M*, & l'autre de *V* vers G. On voit par ces dernieres déterminations que chacun eſt pour deux rameaux infinis.

$x - 6$ donne $y = \pm \sqrt[2]{\infty}$ pour l'aſymp-

tote MG parallele à BL & commun aux rameaux NR, $\delta\lambda$.

La courbe n'a aucun *minimum* & n'a que le seul *maximum* QF que donne $x = 3\frac{1}{7}$.

La tangente au point F est parallelle à l'axe BL, & dans cet exemple comme dans tous les autres du second projet, toutes les appliquées font un angle droit avec leur axe générateur.

Le premier calcul avec le second fournissent une image de la courbe qui suffira avec des raisons pour prouver que la portion AFI est coupée en six points par le demi-cercle, & qu'elle est par-tout cave vers l'axe des y dans l'intervalle de ces six points. Pour les intersections il ne faut pour s'en assurer que le premier cacul & quelque connoissance des tangentes. Mais pour démontrer les cavités, je me sers des propositions suivantes.

PROPOSITION I. Si une portion de courbe AFI terminée par une droite AI qui fait partie de son axe générateur BL, Fig. 3, si les appliquées à cet axe vont toujours en diminuant depuis le point O jusqu'au point A, & depuis le même O jusqu'en I; & si une ligne droite placée en tout sens sur cette portion AFI ne peut la couper en plus de deux points : alors, je suppose que cette même portion AFI est par-tout cave vers la droite AI; que le circuit AF est partout cave vers la droite AQ & vers OF, & que le circuit FI est aussi par-tout vers les droites AI, OF.

Ainsi, je ne donne, pour premiere proposition, qu'une hypothèse, mais cette hypothèse

est très-conforme à la notion ordinaire des cavités. A cela je pourrois ajouter que les appliquées de l'axe des x, OF, vont toujours en augmentant depuis le point F jusqu'au point A, & depuis F jusqu'en I; puisqu'il n'y a ni *maximum* ni *minimum* sur cet axe

PROPOSITION II. Il est impossible qu'une ligne courbe soit coupée ni touchée par une ligne droite, en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le lieu qui renferme cette courbe.

Cette proposition est reçue par de savans Géometres, & même ils en ont parlé comme d'un axiome. Ainsi, il n'est pas nécessaire de donner ici le détail des preuves. Je dirai seulement que l'on peut la démontrer par les formules générales de la transposition des axes. On peut aussi en donner la démonstration par le moyen du lieu indéterminé $rx = ay + mr$ qui exprime toutes les positions d'une ligne droite dans le plan d'une courbe quelconque. Car en le comparant au lieu de cette courbe pour faire évanouir x ou y, il est évident que le nombre des dimensions de la réduite ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu de cette même courbe; & comme les racines de cette réduite déterminent tous les points où la droite rencontre la courbe à chaque fois que l'on prend arbitrairement des valeurs connues pour a, m, r, on voit que le nombre de ces points ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu qui exprime la courbe, puisque le nombre de ces racines ne surpasse jamais le nombre de ces dimensions.

P r

PROPOSITION III. Il n'eſt pas poſſible qu'une ligne droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points. Car la droite ſeroit parallele à l'axe *OE*, ou à l'axe *BL*, Fig. 3, ou ſe confondroit avec l'un des deux, ou bien elle ſeroit oblique à l'un & à l'autre.

Il eſt évident par la génération de la courbe que l'axe *OE* & toute droite qui lui eſt parallele ne peut couper la portion *AFI* qu'en un point. Il eſt encore clair par la même génération que chaque droite parallele à l'axe *BL* ne peut pas couper cette portion *AFI* en plus de deux points. Mais il faut démontrer qu'elle ne peut pas être coupée en plus de deux points par aucune droite oblique aux axes.

Pour cela, ſuppoſons qu'une droite coupant la portion *AFI*, Fig. 3, coupe auſſi l'axe *BL*, & que ces deux lignes font des angles obliques au point de leur interſection. Alors cette droite coupera l'axe *EO* & l'aſymptote *MG* qui lui eſt parallele : elle coupera auſſi les deux aſymptotes *MH*, *GP*, paralleles à *BL*. Tout cela ſuit d'*Euclide* & du dernier calcul. Donc la même droite coupera un des quatre rameaux aſymptotiques $\delta\varphi$, $\delta\lambda$; *NS*, *NR*. Donc une droite oblique à l'axe *BL*, coupant la portion *AFI*, coupera encore la courbe en un point qui eſt hors de cette portion. Donc dans la ſuppoſition que cette droite coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la courbe entiere en plus de trois points. Mais le lieu *E* qui exprime cette courbe n'a que trois dimen-

tions ; donc cette courbe ne peut pas être coupée par une droite en plus de trois points, par prop. 1.

Donc, il n'est pas possible qu'une droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points.

COROLLAIRE. Delà il suit qu'une droite ne peut pas couper en plus de deux points, la demi-portion *AF*, ni son égale & semblable *FI*.

PROPOSITION IV. La portion *AFI* (de la courbe du second lieu *E*, Fig. 3.) est par-tout cave vers *AI*, qui fait partie de l'axe *BL*.

Car cette portion ne pouvant pas être coupée en plus de deux points par une droite, elle est alors par-tout cave vers *AI*, suivant la propos. 2.

Or, cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite selon la troisiéme proposition. Donc elle est par-tout cave vers *AI*. Ce qu'il falloit, &c.

COROLLAIRE. Il suit de cette quatriéme proposition & du corollaire de la troisiéme que chaque demi-portion *AF*, *FI*, prise séparément, est par-tout cave vers *OF* & vers *AI*.

REMARQUES. Pour aider la raison par les sens, j'ai réduit la portion *AFI* de Fig. 3, à celle qui est marquée *MEDBKZRδN* dans la Fig. 4, avec le demi-cercle *GEDBZRδH* que fournit le premier lieu *D*. Où l'on peut voir que les six intersections de ces deux courbes se font aux six points *E*, *D*, *B*, *Z*, *R*, *δ*, & que les racines de la proposée sont *FE*, *CD*, *AB*, répétées en *VZ*, *Rω*, *λδ*.

On y peut voir aussi que la courbe entre dans le demi-cercle au point *E*, qu'elle en sort au point *D*, qu'elle y rentre au point *B*. Ainsi de suite alternativement jusqu'au point *δ*, où elle en sort pour n'y plus entrer & pour continuer son chemin vers *N*.

De la définition du cercle, de ces entrées, de ces sorties, & de la cavité déja prouvée, on peut conclure que la courbe du second lieu est moins cave que le cercle dans la lunule que terminent les points *E*, *D*; qu'elle est plus cave que le cercle dans la lunule de *D*, *B*; ainsi de suite du moins cave au plus cave jusqu'à la lunule *Rδ*.

Si l'on prend la voie des développées pour avoir une idée plus précise des curvités de la courbe dans chaque lunule & dans chaque point d'intersection, il suffira de faire quelque calcul pour les rayons de la développée de cette courbe ; puisque le rayon de la développée d'un cercle est toujours égal au rayon qui est propre à ce même cercle.

Comme la démonstration précédente & ces remarques s'appliquent aisément à tous les exemples du second projet, quand on a l'image de la courbe du second lieu ; j'insisterai peu sur les deux exemples suivans, & j'y suis encore obligé, parce que j'approche du terme où je dois finir ce Mémoire.

SECOND EXEMPLE.

La proposée est l'égalité *G*.

$$G \ldots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

C'est la même que l'égalité *D* des premiers exemples, mais le premier lieu est ici le lieu *L*. $xx + yy = 16$. Ainsi l'on aura le second lieu *T*. $xx = \frac{y^4 - 67yy + 840}{210 - 10yy}$ dont la courbe est désignée par la Fig. 5.

Construisant le cercle que fournit le premier lieu sur l'origine *O* & sur l'axe *DC*, il rencontrera en sept points la portion du second lieu marquée *AFI*. Ce cercle touchera cette portion au point *F* sans la couper, & donnera en ce point *OF* pour la racine 4 de *G* qui est égale au rayon du même cercle. Il coupera en trois points la demi-portion *AF* pour les trois racines 1, 2, 3 de *G*, & encore en trois points la demi-portion *FI* pour ces mêmes racines.

La démonstration des cavités s'abrege lorsque la proposée est de degré pair, & c'en est ici un exemple. Aussi peut-on voir par la génération même de la courbe, que les quatre racines du numérateur de *T* donnent les quatre points où l'axe *DC* coupe la courbe ; c'est-à-dire, que cet axe la coupe en autant de points qu'il y a de dimensions dans le lieu *T*. Ce qui fournit un abrégement. On peut encore voir que les deux racines du dénominateur donnent les deux asymptotes *KH*, *VP*, &c.

REMARQUE. Si l'on résout analytique-

ment le problême des lieux, & si l'on se détermine à faire évanouir y, alors on ne trouvera point de racines égales dans la réduite. Mais en faisant la substitution rétrograde, on verra que la résultante de L renferme deux racines égales de y par $x = 4$. On trouvera aussi des racines égales de y dans la réduite des lieux & sans substitution rétrograde si l'on fait évanouir x, & que la multitude de ces égales est de nombre pair; ainsi, l'on pourra se servir de l'analyse pour expliquer l'attouchement des courbes au point F, quoique la proposée n'ait que des racines inégales. Le semblable arrive dans tous les exemples du second projet, lorsque le rayon du cercle est égal à une des racines de la proposée.

TROISIÈME EXEMPLE.

La proposée est B.

$$B \ldots x - 8x^4 + 24x^3 - 34xx + 23x - 6 = 0.$$

Le premier lieu est S. $xx + yy = 10$. Ainsi le second lieu est celui qu'on voit en D.

$$D \ldots x = \frac{8y^{1} - 194yy + 1146}{y - 44yy + 363}.$$

Les quatre racines du numérateur de D donnent les quatre points M, A, I, N, où la courbe coupe l'axe TH, Fig. 6.

Les quatre racines du dénominateur donnent les quatre points T, K, V, H, pour les quatre asymptotes perpendiculaires à cet axe TH.

$x=8$ donne l'asymptote GP parallele au même axe.

Ainsi l'on peut prouver comme dans l'exemple du troisiéme degré, que dans celui-ci la portion AFI est par-tout cave vers la droite AI; que chaque demi-portion F, FI est par-tout cave aussi, vers cette droite AI, & encore vers OF.

En construisant le lieu D avec le lieu S sur un même axe & une même origine, la portion ne rencontrera le cercle qu'en six points. Cette portion la coupe en deux points, un de chaque côté de OF, pour $x=3$ racine de B. Elle le coupe en deux autres points pour la racine $x=2$.

Mais elle coupe & touche ce cercle en deux autres points pour $x=1$ qui est une des trois racines égales de la proposée B. Ainsi le cercle & la portion AFI sont d'égale courbure dans ces deux points.

REMARQUE I. Il est clair par l'énoncé des deux projets que l'on peut avoir aisément autant d'exemples qu'on voudra pour chacun de ces projets, & faire aussi que dans chaque exemple il y ait des points autant qu'on voudra où les deux courbes se touchent en se coupant. Mais si l'on vouloit les exemples les plus simples de cette sorte, pour l'un & pour l'autre projet, on peut se servir d'une remarque que j'ai donnée dans les Mémoires de 1709, page 435. C'est sous l'indice de 1°. de cette remarque que se trouve la maniere de former ces exemples : ce qui suit au même endroit sous l'indice de 2°. ne regarde pas les deux projets dont il est ici question. Et même l'on y peut

voir qu'il y a des exemples où deux rameaux se touchent sans se couper, quoique la proposée n'ait point de racines égales, & que les racines égales d'une des réduites soient en nombre impair (page 437.) Pour s'assûrer de l'attouchement de ces rameaux il est bon de rappeller la regle qui est dans la page 43 de ces Mémoires. Par exemple si la proposée est $x^4 - 2a^3x + a^4 = 0$ & le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le second lieu le plus simple est $axx - 2aax + a^3 = 2yyx - ayy$. Construisant ces lieux sur un même axe & une même origine, alors un des rameaux du second lieu touche un des rameaux du premier lieu au point que donnent $x = a$ & $y = 0$, quoique la proposée n'ait point de racines égales, & que $x = a$ soit une des trois racines égales de la réduite dont l'inconnue est x.

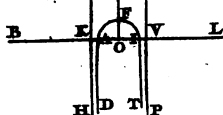
REMARQUE II. Une portion de courbe peut se couper ou être touchée par autant d'autres courbes qu'on voudra; mais ce n'est pas en cela que consiste le paradoxe, il ne consiste que dans les cavités sur lesquelles j'ai insisté, & comme il devient plus considérable à mesure que l'on augmente le nombre des points de rencontre, il faut des exemples plus composés que ceux que l'on a vus ici pour donner de plus forts indices de ce paradoxe, & pour préparer à la seconde démonstration. C'est ce qui sera le sujet d'un autre Mémoire.



Fig: 1.re



Fig: 3.



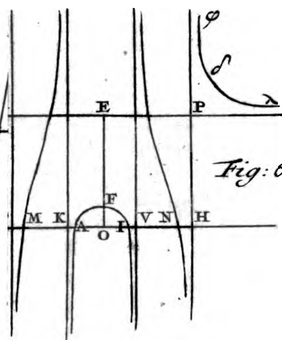


Fig: 6.

Fig: 4

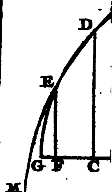
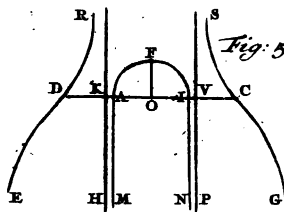


Fig: 5.



SUR UNE OBSERVATION DE M. ROLLE,

Par rapport aux Constructions Géométriques ; proposée à l'Académie comme un Paradoxe.

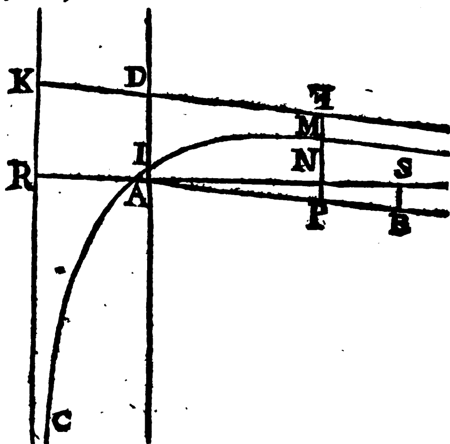
Par M. SAURIN.

(1) J'AI examiné le paradoxe que M. *Rolle* proposa la semaine passée, & l'exemple qu'il rapporta pour l'établir. J'ai trouvé l'exemple bon, & le paradoxe vrai. Quand on répand sur les choses un air de mystere, souvent ce qu'il y a de plus commun paroît surprenant ; mais quoique le merveilleux que M. *Rolle* a jetté sur sa découverte s'évanouisse en partie, lorsque le paradoxe est bien entendu ; ce qui reste ne laisse pas d'être encore digne de remarque.

On sait que deux sections coniques peuvent se rencontrer en quatre points, & que ces quatre points peuvent varier à l'infini par la différente position des deux courbes : mais je ne sais si l'on avoit encore observé que ces points peuvent se trouver tous quatre d'un même côté par rapport aux axes principaux : c'est ce qu'il y a de singulier dans l'observation de M. *Rolle*, & ce qu'il démontre par l'exemple proposé, dans lequel en effet une portion de la moitié d'une hyperbole rencontre en

(1) 19 Juillet 1713.

quatre points la moitié d'une parabole. Le lieu à l'hyperbole est $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$; & en voici la construction.



Ayant mené les lignes AD, AS qui font un angle droit, & pris sur AS le point A pour l'origine des coordonnées; sur la même ligne du côté opposé au point S, je prends $AR = 5$, & par le point R je mene l'indéfinie KR parallele à DA. Je mene aussi du point A la droite AB faisant avec AS un angle tel que $AS : SB :: 10 : 1$; je fais $AD = 3$; je mene par le point D la droite indéfinie KF parallele à AB; & ayant pris sur DA, $DL = 3 - \frac{11}{25}$, je décris par le point L, entre les droites KF, KR, comme asymptotes, l'hyperbole CLM, & je dis que cette hyperbole est le lieu requis.

Car nommant AP, x; PM, y; & KD, qui est connue, e; l'analogie, AR (5). KD (e) :: AP (x). DF, donnera $DF = \frac{ex}{5}$; & l'on aura KF, ou $KD + DF = e + \frac{ex}{5}$. On a d'ailleurs $FM = FN + NP - PM = 3 + \frac{1}{10}x - y$; Donc $KF \times FM = \overline{e + \frac{ex}{5}} \times \overline{3 + \frac{1}{10}x - y} = 3e + \frac{3ex}{5} + \frac{1}{10}ex + \frac{1}{10} \times \frac{exx}{5} - ey - \frac{exy}{5} = KD \times DL$ (par la propriété de l'hyperbole) $= ex \times 3 - \frac{12}{25}$; ou multipliant par 5, & divisant par e; $15 + 3x + \frac{5}{10}x + \frac{1}{10}xx - 5y - xy = 15 - \frac{12}{5}$; & enfin multipliant par 10, & mettant tout d'un côté, $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$: ce qu'il falloit démontrer.

Cette construction posée, il est évident, ainsi que M. *Rolle* l'a montré, que dans l'équation construite x étant pris $= 1$, $= 4$, $= 9$, $= 16$, donne $y = 1$, $= 2$, $= 3$, $= 4$; que ces quatre points sont de même dans la moitié d'une parabole qui auroit pour axe la droite AS, pour sommet le point A, & pour parametre l'unité; & par conséquent qu'elle seroit rencontrée dans ces quatre points par la portion de cette moitié d'hyperbole où se trouvent les mêmes points.

Si la parabole étant donnée avec les quatre points déja marqués on vouloit trouver le lieu à l'hyperbole qui passe par ces quatre points, il n'y auroit qu'à prendre l'équation du lieu cherché en exprimant les quantités qui doivent être constantes par des indéterminées ; elles se détermineroient par la substitution des valeurs données de x & de y dans les quatre points, & il viendroit le même lieu que nous avons construit.

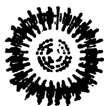
Car la moindre attention fait d'abord connoître que l'hyperbole que l'on cherche, ne peut avoir d'autre position que celle qu'on voit dans la Figure, c'est-à-dire que le sommet de cette hyperbole, ne sauroit être au point A qui est le sommet de la parabole, qu'il en doit être éloigné du côté opposé à S ; qu'il ne sauroit être sur la ligne AS prolongée, ni au-dessus ; qu'il ne peut être qu'au-dessous. La supposant donc dans la position qu'elle a dans la Figure ; prenant les droites KF, KR pour ses asymptotes ; & menant la droite AB parallele à l'asymptote KF ; on nommera les constantes, mais indéterminées, AK, r ; AD, d ; DL, c ; & le rapport de AS à SB, $\frac{1}{n}$; AP, x : & PM, y ; on aura $KD = \frac{1}{n} r\sqrt{n^2+1}$, & $DF = \frac{1}{n} x\sqrt{n^2+1}$; $FM = d + \frac{1}{n}x - y$; & $\overline{KD + DF} \times FM = \overline{\frac{1}{n} r\sqrt{n^2+1} + \frac{1}{n} x\sqrt{n^2+1}}$

$$\times d + \frac{1}{n}x - y = \frac{1}{n}dr\sqrt{n^2+1} + \frac{1}{n}dx\sqrt{n^2+1}$$
$$+ \frac{rx}{nn}\sqrt{n^2+1} + \frac{xx}{nn}\sqrt{n^2+1} - \frac{1}{n}ry\sqrt{n^2+1}$$
$$- \frac{1}{n}xy\sqrt{n^2+1} = KD \times DL = \frac{1}{n}r\sqrt{n^2+1}$$

$\times c$; ce qui étant divisé par $\sqrt{n^2+1}$, & multiplié par n^2 donne cette équation, $ndr + ndx + rx + xx - nry - nxy = cnr$; ou $1xx - nxy - nry + ndx + 1rx + ndr - cnr = 0$.

Comme il n'y a dans cette équation que quatre indéterminées, r, d, c, n; il est évident qu'elles seront déterminées par les quatre égalités que fournira la substitution des valeurs de x & de y données dans les quatre points; d'où naîtra le même lieu que l'on a déja construit.

L'observation de M. *Rolle* peut s'étendre, & il l'étend en effet à tous les lieux plus élevés. Le fondement de toute cette recherche est connu; mais il y a un détail où M. *Rolle* est entré & où nous pourrions entrer ici, s'il ne nous paroissoit injuste de le prévenir, & de ne lui pas laisser tout l'honneur de ce qu'il a trouvé.



OBSERVATION SUR UNE SUBLIMATION DE MERCURE.

Par M. Homberg.

(1) Parmi les matieres minérales, le mercure est une des plus volatiles, qui se lie facilement avec toutes sortes de sels & se sublime avec eux. Tous ces sublimés paroissent en forme seche quand ils sont hors du feu ; mais quelques-uns d'entr'eux se tiennent long-temps fondus dans une médiocre chaleur, ce qui fait qu'en les sublimant on a de la peine de les séparer entiérement de leurs têtes mortes : parce que la voûte du matras sublimatoire, n'étant pas par-tout assez froide pour que le sublimé s'y puisse figer, il recoule continuellement dans le fond du vaisseau, qui par là se casse fort aisément; & la sublimation ne s'y fait qu'à demi dans le sommet seulement du matras, ce qui demande une opération fort longue, & encore faut-il la réitérer dans d'autres vaisseaux, si l'on veut séparer de la tête morte tout ce qu'elle peut contenir de sublimé corrosif. Cet inconvénient m'est arrivé depuis peu dans un mêlange de parties égales de sublimé corrosif & de sel décrépité, que j'ai voulu sublimer plusieurs fois ensemble; j'ai cru y remédier parfaitement en mettant

(1) 6 Septembre 1713.

ce mêlange dans une cornue, pour faire couler le sublimé dans un récipient par le moyen de la distillation, comme je l'avois vu couler le long des parois du matras sans se figer pendant les sublimations, mais je me suis apperçu que la plupart du sublimé sortoit en vapeurs par les jointures, parce que n'y ayant point d'autres ouvertures, le récipient seroit crevé ou la cornue. J'ai donc éteint le feu, & j'ai percé le ballon d'un petit trou près de son fond; j'ai radapté ce ballon, en le plaçant de maniere, que le petit trou se trouvoit dans sa partie supérieure. J'ai remis le feu sous la cornue sans luter les jointures, & ma sublimation a passé dans le ballon sans qu'il se soit perdu la moindre fumée par la jointure ni par le petit trou. Tout le sublimé s'est trouvé dans le fond du ballon, en partie congelé comme du beurre d'antimoine sec, & en partie comme de la neige, & rien ne s'est sublimé au haut du ballon.

Il y a beaucoup d'apparence que le sublimé est sorti plutôt en fumée par les jointures dans la premiere opération qu'il n'est entré dans le ballon, parce que l'air froid dont le ballon étoit rempli, se rarefiant peu à peu par la chaleur de la cornue, en est sorti par cette jointure à mesure qu'il s'est échauffé, & a entraîné avec lui le sublimé qui étoit encore en vapeurs; mais ce même air froid contenu dans le ballon, ayant trouvé une issue par le petit trou au haut du ballon dans la seconde opération, il en est sorti seul, & la vapeur mercurielle est entrée dans le ballon sans aucun obstacle; &

comme elle y a trouvé un lieu assez froid pour se condenser promptement, elle ne s'est pas élevée jusqu'à la hauteur du trou dont j'avois percé le ballon ; & par conséquent il ne s'y est point fait de sublimation, mais elle s'est déposée au fond du ballon en forme de flocons comme de la neige, & a rempli plus de la moitié du ballon, en sorte que ces ouvertures n'en ont causé aucune perte.

La raison pourquoi dans cette opération le sublimé est plus fusible, & se tient plus long-temps en liqueur que dans les sublimations du sublimé corrosif ordinaire, & encore moins dans celle du mercure doux, est apparemment, parce que le mercure y est plus chargé de sels que ne le sont ces autres sublimés ; & comme ce surplus de sel, qui s'éleve dans cette opération, ne trouve pas assez de mercure pour s'y loger, & pour en être absorbé dans la grande chaleur, il s'y joint un esprit acide, qui l'entretient liquide pendant qu'il est encore chaud : cet esprit acide n'est pas en trop grande quantité dans les premieres de ces opérations, ce qui fait qu'il se condense aisément avec le mercure dans un lieu froid, mais en réitérant sept ou huit fois cette même opération sur du nouveau sel décrépité, comme j'avois fait ici, il s'en sépare à la fin une si grande quantité d'esprit acide, que le mercure n'est plus capable de l'absorber même dans le froid ; & il paroît alors en huile épaisse, ou comme du beurre d'antimoine fondu.

Toute cette opération s'est achevée en deux heures de temps sur six livres de sublimé,

au lieu que par la maniere ordinaire je n'avois pas achevé la sublimation en douze heures sur trois livres de sublimé. La raison en est, que dans cette derniere opération le sublimé a pû sortir de la cornue à mesure qu'il s'est élevé en vapeurs; au lieu que dans l'opération ordinaire, ne trouvant pas de lieu assez froid dans le vaisseau sublimatoire pour se figer, il retombe dans le fond de son vaisseau à mesure qu'il s'éleve, & y circule pendant long-temps.

RÉFLEXIONS SUR LES OBSERVATIONS DES MARÉES.

Par M. CASSINI.

(1) LES Philosophes n'ont point été jusqu'à présent d'accord ensemble, touchant la cause & les effets du flux & du reflux de la mer.

Possidonius, au rapport de *Strabon*, dit que le mouvement de l'Océan imite la révolution des corps céleſtes; & qu'il y a dans le flux de la mer un mouvement journalier, un mouvement qui fait la révolution des mois lunaires, & un mouvement annuel.

Que le mouvement diurne est celui que la mer fait en montant & descendant deux

(1) 2 Août 1713.

fois le jour ; que celui des mois se remarque par les différentes hauteurs des marées, qui sont grandes vers les nouvelles lunes, diminuent jusqu'au premier quartier, & augmentent ensuite jusqu'aux pleines lunes, après quoi elles redescendent. Qu'à l'égard du mouvement annuel, il a appris des Habitans de *Cadix*, que vers les solstices d'été les flux & reflux de la mer étoient les plus grands, ce qui lui faisoit conjecturer qu'ils diminuoient jusqu'à l'équinoxe d'automne ; qu'ils augmentoient ensuite jusqu'au solstice d'hiver, après quoi ils diminuoient, & ainsi successivement.

Pline prétend que le soleil & la lune sont la cause du flux & du reflux ; il paroît être du même sentiment que *Possidonius*, en ce qui regarde le mouvement journalier du flux & du reflux de la mer, & en celui qu'on observe dans chaque révolution de la lune ; mais il assure au contraire que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes, & les plus petites dans les solstices, & qu'elles sont encore plus grandes dans l'équinoxe d'automne, que dans celui du printems. Il ajoute que les marées sont plus petites lorsque la lune est septentrionale, & qu'elle s'éloigne de la terre, que lorsqu'elle est méridionale, & que sa force agit de plus près, & que dans l'espace de huit années, après cent révolutions de la lune, on observe les mêmes principes du mouvement des marées & les mêmes augmentations. Il remarque enfin que tous ces changemens n'arrivent point précisément dans les temps marqués ci-dessus, mais quelques jours après, l'effet des choses qui se passent dans le Ciel,

ne se faisant pas sentir sur la terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la vûe.

Divers Philosophes modernes ont aussi reconnu dans le flux & le reflux de la mer trois sortes de mouvemens, l'un qui se fait deux fois tous les jours, l'autre qui suit les périodes de la lune, & le troisiéme dont on s'apperçoit tous les ans au temps des équinoxes & des solstices.

Ils s'accordent avec *Pline*, en ce qu'ils supposent tous que les marées sont plus grandes dans les équinoxes que dans les solstices, mais ils sont différens entr'eux, en ce qui concerne la cause de ces phénomenes.

Galilée prétend que la cause principale du flux & du reflux de la mer, vient du mouvement de la terre autour de son axe, qui se fait en 24 heures, pendant qu'elle est entraînée en même temps par son mouvement annuel qu'elle fait autour du soleil dans l'espace d'une année. Quoique ces deux mouvemens se fassent de l'Occident vers l'Orient, chaque point de la surface de la terre doit avoir des degrés différens de vitesse par rapport à un point fixe pris dans le Ciel. Car par la révolution journaliere de la terre, les parties exposées au soleil emportées d'un sens différent à celui dont la terre est mûe par son mouvement propre, & tout au contraire les parties de la surface de la terre qui sont dans l'hémisphere opposé au soleil, sont emportées par la révolution journaliere du même sens, dont elles sont entraînées par son mouvement propre, d'où il résulte un mouvement composé, dont la vitesse est plus

grande que dans le cas précédent, & qui varie suivant les différentes directions de ces deux mouvemens. Les parties de la surface de la terre étant donc mûes tantôt plus lentement, tantôt plus vîte dans l'espace de 24 heures, il suit que les eaux contenues dans la mer, qui ne peuvent pas suivre exactement le mouvement de la surface de la terre, sont obligées de fluer & de refluer dans l'espace d'un jour, de même que feroit l'eau contenue dans un vaisseau, qui étant emportée avec un certain degré de vitesse d'un certain côté, reflueroit du côté opposé, & retourneroit ensuite vers l'autre bord, lorsque cette vitesse viendroit à se rallentir considérablement. Il conclut de-là qu'il doit y avoir un flux & un reflux dans l'espace de 24 heures, mais qu'à cause de l'eau qui tend toujours à se mettre en équilibre, & de divers accidens qui peuvent survenir, comme des différentes profondeurs de la mer, & de la direction des côtes de la mer qui interrompent son mouvement, le flux peut accélérer de 2, 3, 4, 5 à 6 heures, ce qui fait qu'on observe ordinairement dans la Méditerranée le flux de la mer de 6 heures, quoiqu'en d'autres endroits on puisse le trouver différent.

A l'égard du mouvement des marées qui suivent les périodes des mois lunaires, il prétend qu'elles sont produites par l'inégalité du mouvement de la terre, qui acquiert un plus grand degré de vitesse lorsque la lune est en conjonction, que lorsqu'elle est en opposition. Il suppose pour cela que la force émanée du soleil agit de même à égale

distance de cet astre, & meut avec plus de vitesse les corps qui sont plus proches du centre de leur mouvement, que ceux qui en sont plus éloignés, d'où il suit que la lune doit avoir un plus grand degré de vitesse dans sa conjonction, où elle est plus près du soleil que dans son opposition où elle en est plus éloignée, ce qui contribue aussi à accélérer ou retarder le mouvement de la terre; semblable à un pendule qui fait des vibrations plus promptes ou plus lentes, suivant que l'on place un plomb plus proche ou plus loin du centre de son mouvement. Cette inégalité du mouvement de la terre dans les conjonctions & oppositions, dont la période est la même que celle de la révolution de la lune, est la cause, à ce qu'il prétend, des inégalités que l'on observe dans les marées dans le cours d'un mois.

Pour ce qui regarde les inégalités que l'on observe dans les marées dans le cours de l'année, *Galilée* juge qu'elles proviennent de la différence qui résulte de la composition du mouvement annuel & du mouvement journalier, suivant les différentes situations de la terre sur l'écliptique. Car la révolution journalière se faisant autour des poles de l'équateur, & la révolution annuelle autour des poles de l'écliptique, qui en est éloigné de $23^{d}\frac{1}{2}$, il suit que lorsque la terre est dans les tropiques, le cercle de déclinaison concourt avec le cercle de latitude qu'on appelle *Colure*, & ces deux révolutions se font suivant la même direction; au lieu que lorsque la terre est dans les équi-

noxes, les directions de ces deux mouvemens sont inclinées l'une à l'autre de $23^{d}\frac{1}{2}$, d'où il suit une composition de mouvemens différente de celle qui arrive lorsque la terre est dans les tropiques. Il résulte, suivant cet auteur, de la différence de ces deux mouvemens composés des inégalités, qui sont la cause de celles que l'on observe dans les solstices & dans les équinoxes.

Il conclut de-là que les périodes des marées qui sont réglées suivant les jours, les mois & les années, ont toutes pour cause premiere & principale le mouvement de la terre annuel & son mouvement journalier, & que le soleil & la lune n'y entrent que par accident.

Descartes, qui paroissoit mieux informé que *Galilée* des phénomenes que l'on observe dans les marées sur les côtes de l'Océan, & qui savoit qu'on y observe réguliérement le flux & le reflux de la mer deux fois le jour, dans l'espace de $24^{h}\ 48'$ ou environ; de sorte que la mer employe assez exactement 6^{h} & $12'$ à monter, & autant à descendre, attribua les principales causes de ce phénomene au mouvement de la lune.

Il jugea que la matiere céleste qui environne la terre, étant mûe par le mouvement journalier avec plus de vitesse que la terre, se trouvoit resserrée entre la terre & la lune, ce qui obligeoit la terre à céder un peu du côté opposé; que ses eaux étoient par cet effet comprimées de côté & d'autre, suivant la direction de la lune à la terre, ce qui les faisoit refluer de côté &

d'autre à la distance de 90 degrés, où étoit la plus grande hauteur de la mer. Que la lune étant arrivée 6h & 12' après, à la distance de 90 degrés du lieu où elle étoit auparavant, les eaux qui y avoient été élevées s'y trouvoient comprimées par l'interposition de la lune, & la mer y étoit par conséquent plus basse qu'en aucun autre endroit. Qu'ainsi il devoit y avoir dans un même lieu une vicissitude de haute & de basse mer dans l'espace de 12^h 24', semblable à celle que l'on y observe.

A l'égard des marées qui, dans chaque lunaison sont les plus hautes dans les nouvelles & pleines lunes, & les plus basses dans les quadratures, il prétend que cela provient de la direction du tourbillon de la terre qui, suivant son systême, est elliptique, & a son petit axe toujours dirigé vers le soleil. Que dans les conjonctions & oppositions la lune se trouve dans cette direction, & que par conséquent le flux & le reflux de la mer doit être plus grand que dans les quadratures, où la lune est située dans la direction du plus grand axe de l'ellipse.

Il ajoute enfin que la lune étant toujours dans un plan qui est près de l'écliptique, & la terre faisant sa révolution journaliere suivant le plan de l'équateur, ces deux plans se coupent dans les équinoxes, au lieu que dans les solstices ils sont fort éloignés les uns des autres, d'où il suit que les plus grandes marées doivent arriver vers le commencement du printems & de l'automne.

Kepler, dans son *Astronomie lunaire* (pag.

70), attribue la cause du flux & du reflux de la mer aux corps du soleil & de la lune, qui attirent les eaux de la mer par une vertu à-peu-près semblable à celle de *l'aimant*. Il avoue qu'il est difficile d'expliquer par ce moyen comment le flux de la mer est aussi grand à minuit lorsque le soleil & la lune sont absens, qu'à midi, lorsqu'ils sont présens. Il conjecture cependant que le flux de la nuit peut être produit par la réflexion qui se fait contre la côte de l'*Amérique*, des eaux que la lune a entraînées avec elle, & réciproquement, par la réflexion qui se fait contre les côtes de l'*Europe* & de l'*Afrique* des eaux que la lune amene à son retour.

M. *Newton*, dans ses *Principes de Mathématiques*, adopte le sentiment de *Kepler*, en attribuant la cause des marées à l'attraction produite par le soleil & par la lune. Il trouve, suivant ses principes, que la mer doit s'élever deux fois tous les jours, tant solaires que lunaires, & que la plus grande hauteur de la marée doit arriver moins de six heures après le passage du soleil & de la lune par le méridien, comme on l'observe dans la partie orientale de la mer *Atlantique* & *Ethiopique*, entre la *France* & le Cap de *Bonne-Espérance*, & sur les côtes du *Chili* & du *Pérou* de la mer *Pacifique*, où le flux de la mer arrive environ sur la troisiéme heure.

Ces deux mouvemens que le soleil & la lune produisent, ne s'apperçoivent point distinctement, mais font un mouvement mixte. Dans les conjonctions & oppositions, ces deux effets sont joints ensemble, & forment

le plus grand flux & reflux. Dans les quadratures le ſoleil éleve l'eau dans l'endroit où la lune l'abaiſſe, & les flux & reflux de la mer, qui réſultent de cette différence, ſont les plus petits qui puiſſent arriver dans le cours d'un mois : & parce que, ſuivant les expériences, l'effet de la lune eſt plus grand que celui du ſoleil, la plus grande hauteur de la mer doit arriver à la troiſiéme heure lunaire. Il appelle *heure lunaire*, la vingt-quatriéme partie du temps que la lune employe à retourner au méridien du même lieu.

M. *Newton* juge auſſi que les effets du ſoleil & de la lune ſont plus grands dans leurs plus petites diſtances à la terre que dans leur plus grande, & cela en raiſon triplée des diametres apparens. Que par conſéquent toutes choſes égales, le ſoleil étant l'hiver dans ſon périgée, les marées doivent être un peu plus grandes que dans l'été ; & que la lune étant dans ſon périgée, les marées doivent être plus grandes que quinze jours avant ou après où elle eſt dans ſon apogée.

Il ajoute que l'effet du ſoleil & de la lune dépend de ſa déclinaiſon ou diſtance à l'équateur. Que ſi ces deux planetes étoient dans la direction du pole, elles attireroient toutes les eaux uniformément ; de ſorte qu'il n'y auroit aucun mouvement réciproque, & qu'ainſi le ſoleil & la lune, en s'éloignant de l'équateur vers les poles, perdent peu à peu leur effort, & cauſent des marées plus petites dans les ſyzygies des ſolſtices, que dans celles des équinoxes ; mais dans les qua-

dratures des solstices, les marées doivent être plus grandes que dans les quadratures des équinoxes, à cause que l'effet de la lune qui est alors dans l'équateur, surpasse celui du soleil.

Les plus grandes marées arrivent donc dans les syzygies, & les petites dans les quadratures qui sont vers le temps des équinoxes, & la plus grande marée d'une syzygie est suivie de la plus petite d'une quadrature, ce qu'il dit s'accorder à l'expérience. Il résulte aussi de la distance du soleil à la terre, qui est plus petite dans l'hiver que dans l'été, que les plus grandes & les plus petites marées précedent plus souvent l'équinoxe du printems qu'elles ne le suivent, & suivent plus souvent l'équinoxe d'automne qu'elles ne le précedent.

M. *Newton* trouve ensuite que les effets du soleil & de la lune dépendent aussi de la latitude des lieux; qu'on peut considérer la mer comme partagée par le flux de la mer en deux hémisphéroïdes, dont l'un est vers le nord & l'autre vers le midi; que les marées de ces deux hémisphéroïdes opposés passent successivement par le méridien de chaque lieu dans l'espace de douze heures; que les pays septentrionaux participent davantage de la marée boréale, & les méridionaux de la marée australe; & qu'ainsi hors de l'équateur les marées de chaque jour sont alternativement plus grandes & plus petites. La plus grande marée arrive trois heures après le passage de la lune par le méridien, lorsque cette planete décline de l'é-

quinoxial vers le zenith, & la lune changeant de déclinaison, la marée sera plus petite.

La plus grande différence entre les marées d'un même jour doit arriver dans les temps des solstices, principalement lorsque le nœud ascendant de la lune est au commencement d'aries. Aussi on a trouvé par expérience, que dans l'hiver la marée du matin est plus grande que celle du soir, & dans l'été celle du soir plus grande que celle du matin à *Plymouth* d'environ un pied, & à *Bristol* de quinze pouces.

Les autres sentimens des Philosophes touchant la cause & les effets du flux & du reflux de la mer, se réduisent presque tous à ceux que je viens de rapporter ; c'est pourquoi l'on a cru devoir examiner quels sont ceux qui s'accordent aux expériences, & quels sont ceux qui leur sont contraires.

A l'égard de ce qui nous est rapporté de *Possidonius*, il a fort bien distingué les trois mouvemens des marées qui suivent les périodes des jours, des mois & des années, mais il suppose que les marées sont plus grandes les solstices que vers les équinoxes, ce qui n'est pas conforme aux expériences. Il se pourroit faire qu'on eût observé dans le solstice d'été la marée dans le temps que la lune étoit fort près de la terre, auquel cas la mer auroit dû s'élever à une grande hauteur, ce qui auroit donné lieu de conjecturer que les plus grandes marées arrivent toujours dans les solstices & les plus petites dans les équinoxes. En effet *Strabon*, qui rapporte le sentiment de *Possidonius*, dit que

cet auteur ayant été à *Cadix* dans le *temple d'Hercule*, vers le solstice d'été, n'avoit point remarqué de marées extraordinaires dans la pleine lune, mais que vers la nouvelle lune il étoit arrivé dans le fleuve *Bætis* ou *Quadalquivir* un si grand débordement d'eaux, que le rez-de-chaussée du fanal *d'Hercule*, & le rempart du port de *Cadix*, avoient été couverts jusqu'à la hauteur de 10 coudées.

Le sentiment de *Pline*, touchant les marées des équinoxes & des solstices, paroît plus conforme aux observations, puisqu'il assure que les plus grandes marées arrivent dans les équinoxes, & les plus petites dans les solstices; mais il avance que les marées sont encore plus grandes dans l'équinoxe d'automne que dans celui du printems, ce que nous n'avons pas pu reconnoître par les observations. Ce qu'il y a de singulier est, qu'il a reconnu que les marées sont plus petites lorsque la lune s'éloigne de la terre, que lorsqu'elle s'en approche & que sa force agit de plus près: ce qui est conforme à nos observations. Il remarque aussi que dans l'espace de huit années, après cent révolutions de la lune, on y observe les mêmes principes du mouvement des marées & les mêmes augmentations; ce qui a beaucoup de rapport au mouvement de l'apogée de la lune, qui, dans l'espace de huit à neuf années, revient au même point du zodiaque après 118 révolutions de la lune, que l'on peut prendre par conséquent pour la période des principales inégalités que l'on observe dans les marées. Il ajoute enfin que les effets produits

par les mouvemens des corps céleſtes, ne ſe font point ſentir ſur la terre auſſi-tot qu'on les apperçoit à la vûe, ce qui s'accorde parfaitement à nos obſervations.

A l'égard de *Galilée*, qui prétend que la cauſe principale des phénomenes que l'on obſerve dans le flux & le reflux de la mer, doit être attribuée au mouvement de la terre, il ſeroit difficile de concilier ſon ſentiment avec les obſervations. Il convient lui-même, que ſuivant ſes principes, il ne doit y avoir dans l'eſpace de 24 heures qu'un flux & un reflux, & que s'il arrive quelquefois plutôt, cela provient de divers accidens, comme de la profondeur de l'eau, de la direction des côtes de la mer, &c. Mais ſi cela étoit ainſi, comment pourroit-on ſe perſuader que ces cauſes accidentelles, & qui varient en tant de manieres différentes, ſuivant les différens lieux, cauſaſſent un effet aſſez régulier, pour faire en ſorte qu'au lieu d'un flux & d'un reflux, dans l'eſpace de 24 heures, il y eut deux flux & deux reflux dans ce même intervalle plus 48 minutes? Effet qui eſt connu de tout le monde, & que nous avons remarqué dans tous les ports de la *France* qui ſont ſur l'Océan, où nonobſtant la diverſe profondeur de l'eau & la différente direction des côtes, la marée employe aſſez réguliérement 6 heures & environ un quart à monter & autant à deſcendre.

Outre les périodes du flux & du reflux de la mer qu'on obſerve tous les jours, & dont *Galilée* attribue la cauſe au mouvement de la terre, il trouve que ſuivant ſon

syſtéme il doit y avoir dans les marées une période réglée, ſuivant la révolution de la lune à l'égard du ſoleil, la terre ayant, à ce qu'il conjecture, un plus grand degré de viteſſe dans les conjonctions que dans les oppoſitions. On peut répondre à cela, que ces divers degrés de viteſſe qu'il attribue à la terre dans les nouvelles & pleines lunes, n'ont point été connus juſqu'à préſent aux Aſtronomes. Mais quand même cet effet qui n'eſt peut-être pas aſſez ſenſible pour être apperçu par les obſervations aſtronomiques, le ſeroit aſſez pour faire quelque impreſſion ſur la mer, comme le conjecture *Galilée*, il ſuivroit de-là que les marées qui arrivent dans les conjonctions, ſeroient différentes de celles que l'on obſerve dans les oppoſitions, & que celles des quadratures ſeroient les plus uniformes: ce qui ne ſatisfait point aux expériences, par leſquelles on a trouvé que les plus grandes marées arrivent également dans les conjonctions & oppoſitions où elles ſont aſſez uniformes, & que les plus petites s'obſervent dans les quadratures, où elles ſont ſujettes à plus d'irrégularités. La raiſon que *Galilée* rapporte de la période annuelle des marées, ne paroît pas non plus s'accorder aux expériences, car dans les ſolſtices le mouvement journalier de la terre ſe faiſant dans la même direction que le mouvement annuel, il ſemble qu'alors la compoſition de ces deux mouvemens devroit cauſer des marées plus grandes que dans les équinoxes, où les directions de ces mouvemens ſont inclinées l'une à l'autre, & cependant on obſerve tout au

contraire que les marées sont plus grandes dans les équinoxes que dans les solstices.

Les différens degrés de vitesse du mouvement annuel de la terre, lorsqu'elle est dans son périhélie ou dans son aphélie, devroient aussi causer, suivant ce sentiment, une très-grande altération dans les marées; on n'observe pas néanmoins de variations considérables dans les marées du solstice d'hiver, où la terre se meut avec plus de vitesse au solstice d'été, où elle se meut plus lentement.

Le sentiment de *Descartes*, touchant la cause du flux & du reflux de la mer, paroît plus conforme aux observations; car il est aisé de concevoir que tous les corps célestes faisant par leur mouvement quelques impressions les uns sur les autres, la terre est obligée de céder du côté opposé à la lune; de sorte que les eaux de la mer se trouvent comprimées, suivant la direction de la lune à la terre, & forcées de refluer de côté & d'autre à la distance de 90 degrés où se fait la haute mer.

La raison qu'il apporte de ce que les marées sont plus grandes dans les syzygies que dans les quadratures, est une suite de son systême, dans lequel il suppose que le petit axe du tourbillon de la terre, lequel est elliptique, est toujours dirigé vers le soleil; de sorte que la lune est plus près de la terre dans les syzygies que dans les quadratures. Mais cela ne s'accorde pas toujours aux observations astronomiques; car il est vrai que la lune étant dans les syzygies, & en même

temps dans ſon périgée, eſt plus près de la terre que dans toute autre phaſe; mais on ne peut pas conclure de-là que le petit axe du tourbillon de la terre, lequel emporte la lune, ſoit toujours dirigé vers le ſoleil: car il arrive ſouvent que la lune eſt plus près de la terre dans les quadratures que dans les ſyzygies, & cependant on obſerve toujours que dans les quadratures les marées ſont plus petites que dans les ſyzygies.

On ne peut donc point attribuer la cauſe des grandes marées dans les nouvelles & pleines lunes, à la proximité de la lune à la terre, & celle des petites marées dans les quadratures à ſon éloignement, & c'eſt ce qui nous donna lieu de conjecturer que le ſoleil, auſſi bien que la lune, concourroit à produire la hauteur des marées, quoique ſon effet fût moins conſidérable que celui de la lune; que dans les ſyzygies ces deux cauſes agiſſant ſuivant la même direction, les marées devoient être plus grandes que vers les quadratures, où le ſoleil agiſſoit dans une direction perpendiculaire à celle de la lune.

Nous avons trouvé que *Kepler*, & enſuite M. *Newton*, avoient jugé que le ſoleil, auſſi bien que la lune, contribuoient à la hauteur des marées, avec la différence, qu'au lieu que nous ſuppoſons que les marées ſont produites par la preſſion du ſoleil & de la lune ſur la matiere céleſte qui environne la terre, ils ont attribué cet effet aux corps du ſoleil & de la lune, qui attirent les eaux de la mer par une vertu à-peu-près ſemblable à celle

de l'aimant. Ces deux hypothèſes, quoique fort différentes dans leurs principes, ſemblent pouvoir rendre également raiſon de tous les phénomenes qu'on obſerve dans les marées. Il eſt vrai que ſuivant le ſyſtême de la preſſion, la mer doit être baſſe dans les endroits où elle devroit être haute, ſuivant le ſyſtême de l'attraction; mais comme dans les nouvelles & pleines lunes la haute mer arrive en divers lieux, à différentes heures du jour, avant & après midi, il n'eſt pas aiſé de diſcerner à quelle des deux cauſes on doit attribuer le flux & le reflux de la mer. Il eſt donc plus à propos, avant que d'embraſſer aucun ſyſtême, de s'aſſurer d'un grand nombre d'obſervations; ce que nous avons fait juſqu'à préſent, & que nous avons eu occaſion de continuer par un nouveau Journal d'obſervations ſur les marées, faites à *Breſt* pendant les années 1712 & 1713.

Ce Journal commence au 13 Juillet de l'année 1712, où le précédent avoit fini, & a été continué juſqu'au dernier Mars de l'année 1713.

Dans cet intervalle, qui eſt d'environ neuf mois, on a obſervé les marées de 18, tant nouvelles que pleines lunes, entre leſquelles il ſe rencontre celle de l'équinoxe d'automne, du ſolſtice d'hiver, & de l'équinoxe du printems.

La marée qui eſt arrivée le plutôt, a été obſervée le 24 Février 1713, à 3^h 6' du matin, la nouvelle lune étant marquée ce jour-là dans la *Connoiſſance des temps*, à 10^h 50' du ſoir. Celle qui eſt arrivée le plus tard

a été observée le 13 Décembre à $4^h\ 27'\ \frac{1}{2}$, la pleine lune étant marquée ce jour-là à $1^h\ 3'$ du matin. La différence entre ces deux observations, qui est de $1^h\ 24'\ \frac{1}{2}$, peut se corriger en partie, en supposant, de même que dans les Mémoires précédens, le temps moyen de la pleine mer à *Brest* à $3^h\ 45'$, & y employant l'équation ordinaire de deux minutes par heure, qu'il faut ajouter au temps moyen, ou l'en retrancher, selon qu'il retarde ou anticipe à l'égard du temps de la nouvelle ou pleine lune. Car on trouvera que le 24 Février 1713, jour de la nouvelle lune & de la plus grande accélération de la marée, la haute mer a dû arriver à $3^h\ 7'$, à une minute près de celle qui a été observée, & que le 13 Décembre, jour de la pleine lune & du plus grand retardement, la haute mer a dû arriver à $4^h\ 14'\ \frac{1}{2}$, à $12'\ \frac{1}{2}$ près de celle qui a été observée.

L'observation du 24 Février 1713, est celle où l'on a remarqué la plus grande accélération dans l'espace de près de deux années, & est éloignée du temps moyen de la haute mer de 39 minutes, qui par l'équation prescrite, se réduisent à une minute, & l'observation du 13 Décembre, est celle où l'on a trouvé le plus grand retardement dans le même espace de temps, & est éloignée du temps moyen de 42 minutes, qui par notre équation se réduisent à $12'\ \frac{1}{2}$, ce qui fait voir la nécessité qu'il y a d'employer cette équation, & l'utilité qu'on en peut retirer pour connoître plus sûrement le temps de la haute mer, le jour des nouvelles & pleines lunes.

A l'égard du temps de la haute mer dans les quadratures, il est sujet à de grandes inégalités, qu'on corrigera cependant en partie, en supposant le temps moyen de la haute mer à *Brest*, le jour des quadratures à $8^h\ 57'$, comme on l'a fait ci-devant, & employant l'équation ordinaire de deux minutes & demie par heure, au lieu de celle de deux minutes, que l'on suppose dans les nouvelles & pleines lunes.

On a été obligé d'employer dans les quadratures cette équation horaire de deux minutes & demie, parce que l'on a observé que d'un jour à l'autre les marées retardent beaucoup plus vers les quadratures que vers les nouvelles & pleines lunes, dont voici la raison.

Dans les nouvelles & pleines lunes la pression est plus grande que vers les quadratures, & par conséquent l'effort, produit sur les eaux de l'Océan qui sont en pleine mer, employe moins de temps à se communiquer vers les côtes que dans les quadratures, où la pression de la lune étant beaucoup plus petite, son effort employe beaucoup plus de temps à se communiquer vers les côtes, & cause un retardement dans les marées, ce qui fait un effet semblable aux flots de la mer, qui sont plus grands, & acquiérent une plus grande vitesse, plus la force qui les agite est grande.

Nous avions déja remarqué que la mer employe plus de temps à descendre qu'à monter. Cela se confirme par ces nouvelles observations, & il paroît qu'on peut en attribuer la cause, à ce que l'effort qui oblige les eaux

à s'élever les pousse avec violence, & par conséquent avec beaucoup de vitesse vers les côtes, d'où elles se retirent ensuite par leur propre poids avec moins de vitesse qu'elles n'étoient montées.

A l'égard des marées qui arrivent deux fois dans le même jour, de douze heures en douze heures, elles doivent changer continuellement de hauteur, puisque dans chaque mois elles sont les plus grandes un ou deux jours après les nouvelles & pleines lunes; qu'elles diminuent ensuite continuellement jusqu'à un jour ou deux après les quadratures; qu'elles remontent ensuite, & ainsi successivement; mais outre cette inégalité de hauteur qu'on a remarquée de tout temps, il s'en rencontre encore d'autres. Car on observe souvent, que depuis les quadratures jusqu'aux nouvelles & pleines lunes, la marée du soir devant être plus grande que celle du matin, à cause que les marées d'un jour à l'autre vont en augmentant, elle ne laisse pas de se trouver quelquefois plus petite le matin que le soir, de la hauteur de plusieurs pouces; & tout au contraire, en d'autres circonstances depuis les nouvelles & pleines lunes jusqu'aux quadratures, on trouve la marée du soir plus grande que celle du matin, quoiqu'elle eût dû être plus petite, à cause que les marées d'un jour à l'autre vont en diminuant.

Cette inégalité de hauteur dans les marées a été, au rapport de M. *Newton*, observée à *Plymouth* & à *Bristol* par MM. *Colleprescius* & *Sturmius*, qui ont remarqué que dans

l'hiver la marée du matin étoit plus grande que celle du ſoir, & que dans l'été celle du matin étoit plus petite que celle du ſoir.

Ils avoient apparemment fait ces obſervations vers les nouvelles & pleines lunes qui arrivent près des ſolſtices, où l'on obſerve en effet preſque toujours cette variété de hauteur dans les marées, qui ſe ſuccedent les unes aux autres de douze heures en douze heures.

Par exemple, le 19 Juin 1712, jour de la pleine lune, la marée du matin fut obſervée à *Breſt*, de 17 pieds 1 pouce, plus petite d'un pied un pouce que celle du ſoir, qui fut trouvée de 18 pieds 2 pouces.

Le 2 Juillet ſuivant, jour de la nouvelle lune, la marée du matin fut obſervée de 14 pieds 10 pouces 6 lignes, plus petite de 9 pouces 2 lignes que celle du ſoir, qui fut trouvée de 15 pieds 7 pouces 8 lignes.

Tout au contraire, le 13 Décembre 1712, jour de la pleine lune, la marée du matin fut obſervée de 16 pieds 7 pouces, plus grande de 4 pouces 4 lignes que celle du ſoir, qui fut trouvée de 16 pieds 2 pouces 8 lignes. Le 29 Décembre ſuivant, jour de la nouvelle lune, la marée du matin fut obſervée de 18 pieds 10 pouces, plus grande de 7 pouces que celle du ſoir, qui étoit de 18 pieds 3 pouces.

Il paroît donc par ces obſervations, de même que par pluſieurs autres, qu'il ſeroit trop long de rapporter, que vers les nouvelles & pleines lunes, les marées de l'été ſont plus petites le matin que le ſoir, & les ma-

rées de l'hiver plus petites le soir que le matin, dont on peut rendre aisément raison, pourvu que l'on suppose, conformément à notre hypothèse, que les marées sont à-peu-près d'égale hauteur dans les lieux de la terre, directement opposés les uns aux autres.

En été, dans les nouvelles lunes, cette planete passe vers le midi avec le soleil par notre méridien, avec une déclinaison septentrionale, & par conséquent son plus grand effort doit se faire sentir dans les pays septentrionaux de notre hémisphere, & dans les pays méridionaux de l'autre hémisphere, qui nous sont directement opposés. Douze heures ou environ après vers le minuit, la lune passe par le méridien dans l'hémisphere opposé avec une déclinaison semblable, & par conséquent son plus grand effort doit s'appercevoir dans les pays septentrionaux de l'autre hémisphere, & dans les pays méridionaux de notre hémisphere, qui lui sont directement opposés. L'effort ou la pression de la lune dans les nouvelles lunes d'été, est donc plus grand à midi dans les pays septentrionaux où nous habitons, que dans les pays méridionaux; & tout au contraire cette pression est plus grande à minuit dans les pays méridionaux, que dans les pays septentrionaux; d'où il suit que les hauteurs des marées étant proportionnées aux différens efforts ou pressions de la lune, la marée du soir, immédiatement après midi, doit être plus grande dans les nouvelles lunes d'été, que la marée qui arrive le matin après minuit.

Dans les pleines lunes qui arrivent aussi dans la même saison, la lune passe à minuit par notre méridien, avec une déclinaison méridionale, & par conséquent la marée du matin, qui suit immédiatement, doit être plus petite que celle d'après midi, la lune passant à midi par le méridien d'un lieu, dont l'opposite est dans la partie septentrionale de la terre, où doit arriver la plus grande marée du soir.

Tout au contraire, dans les nouvelles lunes d'hiver cette planete passe avec le soleil par le méridien, avec une déclinaison méridionale, & par conséquent la pression qu'elle cause dans les pays septentrionaux, doit être alors moins grande que celle qu'elle produit dans les pays méridionaux, & la marée du soir, qui suit immédiatement, doit être plus petite que celle du matin, la lune passant à minuit par le méridien d'un lieu, dont l'opposite est dans la partie septentrionale de la terre, où doit arriver la plus grande marée du matin. Dans les pleines lunes d'hiver, la lune passe à minuit par le méridien, avec une déclinaison septentrionale, & par conséquent la marée du matin, qui suit immédiatement, doit être plus grande que celle du soir, la lune passant à midi par le méridien d'un lieu, dont l'opposite est dans la partie méridionale de la terre, où doit arriver la plus grande marée du soir.

Il paroît donc par ce raisonnement, que dans les nouvelles & pleines lunes, les marées de l'été doivent être plus petites le matin

tin que le ſoir, & que la plus grande marée doit arriver le ſoir. Que tout au contraire, dans l'hiver les marées ſont plus petites le ſoir que le matin, & que la plus grande marée doit arriver le matin.

On obſerve ſeulement, que la différence de hauteur entre les marées du matin & celles du ſoir, eſt plus grande l'été que l'hiver, ce qui doit arriver en effet, parce que la marée du ſoir qui, dans l'été, eſt plus grande que celle du matin, par les raiſons que nous venons de rapporter, ſe trouve encore augmentée de hauteur, par l'augmentation qui ſe fait dans les marées de douze heures en douze heures, depuis un ou deux jours après les quadratures, juſqu'à un ou deux jours après la nouvelle ou pleine lune; au lieu que dans l'hiver la marée du ſoir, qui eſt plus petite que celle du matin, ſe trouve augmentée de hauteur, à cauſe que les marées qui croiſſent dans les nouvelles & pleines lunes, ſont plus grandes le ſoir que le matin, ce qui cauſe en hiver une différence moins grande dans la hauteur des marées du même jour que dans l'été.

Il y a donc deux cauſes qui concourent enſemble à la variation de hauteur que l'on obſerve dans les marées qui arrivent dans un même jour, de douze heures en douze heures; l'une qui eſt produite par l'augmentation ou diminution continuelle qui arrive entre les nouvelles & pleines lunes & les quadratures, & l'autre que l'on doit attribuer à la différente hauteur de la lune ſur l'horiſon,

l'horizon, suivant que sa déclinaison est plus septentrionale ou méridionale. Cette derniere cause l'emporte ordinairement sur l'autre, lorsque la lune est dans les signes septentrionaux ou méridionaux, mais elle est peu sensible dans les nouvelles ou pleines lunes de l'équinoxe où la lune passe par le méridien avec fort peu de déclinaison.

Cette augmentation ou diminution dans les marées de douze en douze heures, que nous venons de remarquer dans les nouvelles & pleines lunes qui arrivent vers les solstices, doit s'observer aussi dans les quadratures qui arrivent vers les équinoxes.

Dans l'équinoxe du printemps, la lune est dans son premier quartier dans les signes septentrionaux, & passe par le méridien sur les 6 heures du soir, avec une déclinaison septentrionale, & par conséquent la marée du soir qui suit son passage par le méridien doit être plus grande que celle du matin. Dans le troisiéme quartier la lune passe par le méridien sur les 6 heures du matin avec une déclinaison méridionale, & par conséquent la marée du matin doit être plus petite que celle du soir. Ainsi dans les quadratures qui arrivent vers l'équinoxe du printemps les marées sont plus petites le matin que le soir, & les plus petites marées doivent arriver le matin.

Tout au contraire vers l'équinoxe d'automne la lune dans son premier quartier est dans les signes méridionaux, & passe par le méridien sur les 6 heures du soir avec une déclinaison méridionale, & par conséquent la marée du soir qui suit son passage par le

méridien, doit être plus petite que celle du matin. Dans le troisiéme quartier la lune passe par le méridien sur les 6 heures du matin, avec une déclinaison septentrionale, & par conséquent la marée du matin qui suit son passage par le méridien doit être plus grande que celle du soir.

Ainsi dans les quadratures, qui arrivent vers l'équinoxe d'automne, les marées du matin sont plus grandes que celles du soir, & les plus petites marées doivent arriver le soir.

Ce raisonnement s'accorde assez bien aux expériences, car le 6 Septembre 1711, jour de la plus petite marée de l'équinoxe d'automne, la marée du soir fut observée de 10 pieds 3 pouces, plus petite de 7 pouces que la marée du matin qui fut trouvée de 10 pieds 10 pouces. Le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite marée de l'équinoxe d'automne, la marée du soir fut aussi observée de 10 pieds 8 pouces 4 lignes, plus petite de 9 pouces 8 lignes que la marée du matin qui fut trouvée de 11 pieds 6 pouces.

Tout au contraire le 16 Mars 1712, jour de la plus petite marée de l'équinoxe du printemps, la marée du matin fut observée de 10 pieds 10 pouces, plus petite de 3 pouces que celle du soir; & le 20 Mars 1713, jour de la plus petite marée du dernier quartier, la marée du matin fut observée de 11 pieds 7 pouces, plus petite de 9 pouces que celle du soir.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédens que les diverses distances de la lune

à la terre causent une très-grande variété dans la hauteur des marées. Cela se confirme par ces dernieres observations, car le 28 Décembre 1712, jour de la pleine lune, la distance de cette planete à la terre étant de 936 parties dont le rayon est 1000, c'est-à-dire, la lune étant fort près de son perigée, on observa le 30 Décembre au matin, jour de la plus grande marée, la hauteur de la pleine mer de 19 pieds 2 pouces au-dessous du point fixe, & celle de la basse mer de 1 pied 8 pouces au-dessous de ce point, de sorte que la mer avoit monté ce jour-là de la hauteur de 20 pieds 10 pouces.

Le 11 Janvier suivant, jour de la pleine lune, la distance de cette planete à la terre étant de 1064, c'est-à-dire la lune étant fort près de son apogée, on observa le 15 Janvier au matin, jour de la plus grande marée, la hauteur de la pleine mer de 17 pieds 5 pouces & celle de la basse mer suivante de 1 pied 0 pouce, de sorte que la mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 16 pieds 5 pouces, moins de 4 pieds 5 pouces que dans l'observation précédente, où la lune étoit près de son perigée.

Il faut remarquer que dans la nouvelle lune périgée du 28 Décembre 1712, sa déclinaison étoit de 23d 0' méridionale, fort éloignée de l'équinoxial, & par conséquent sa pression sur la terre devoit être moins grande que lorsque la lune étant à peu près à égale distance de la terre, elle se trouve en même temps plus près de l'équateur.

En effet nous trouvons que le 24 Février

1713, jour de la nouvelle lune, sa distance à la terre étant de 953, c'est-à-dire, près de son périgée, & sa déclinaison de 5d méridionale près de l'équateur, la hauteur de la pleine mer fut observée le 26 Février au matin de 21 pieds 2 pouces, qui est la plus haute marée que l'on ait observé à *Brest*, dans l'espace de près de deux années. La basse mer suivante fut observée de 1 pied 3 pouces au-dessous du point fixe, de sorte que la mer monta ce jour-là de la hauteur de 22 pieds 5 pouces.

Le 12 Mars suivant, jour de la pleine lune, sa distance à la terre étant de 1032, assez près de son apogée, & sa déclinaison méridionale d'un degré, c'est-à-dire, près de l'équateur, on observa le 13 Mars suivant, jour de la plus grande marée, la hauteur de la pleine mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la basse mer de 0 pied 0 pouce, de sorte que l'élévation de la mer n'a été ce jour-là que de 18 pieds 2 pouces, moindre de 4 pieds 3 pouces que dans l'observation précédente, où la lune étoit près de son périgée, mais plus grande de 1 pied 9 pouces que dans l'observation du 11 Janvier 1713 rapportée ci-devant, où la lune étant près de son apogée, sa déclinaison septentrionale étoit de 20 degrés.

A l'égard des petites marées qui suivent les quadratures, nous trouvons aussi par ces dernieres observations que leurs hauteurs sont proportionnées aux diverses distances de la lune à la terre. Par exemple, le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite marée qui a suivi le troisiéme quartier, la distance de

la lune à la terre étant de 1063, fort près de son apogée, la hauteur de la pleine mer fut observée le soir de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, & celle de la basse mer de 5 pieds 10 pouces, de sorte que la mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 4 pieds 10 pouces 8 lignes. Le 7 Octobre suivant, jour de la plus petite marée qui a suivi le premier quartier, la distance de la lune à la terre étant de 976, près de son périgée, la hauteur de la pleine mer fut observée le soir de 12 pieds 10 pouces, & celle du matin de 3 pieds 6 pouces, de sorte que l'élévation de la marée a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces, plus grande de 4 pieds 5 pouces 4 lignes que dans l'observation précédente, où la lune étoit près de son apogée.

La déclinaison septentrionale de la lune étoit le 22 Septembre 1712, jour du dernier quartier, de $24^d \frac{1}{2}$, & par conséquent la plus petite marée suivante devoit être basse comme on l'observa en effet, ayant été trouvée le 23 au soir de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, plus basse de 2 pieds 0 pouce que le 26 Décembre où la distance de la lune à la terre étant de 1036, près de l'apogée, & sa déclinaison méridionale de 5 degrés, la hauteur de la marée fut trouvée de 12 pieds 8 pouces 8 lignes.

Outre les variations dans la hauteur des marées qui résultent des diverses distances de la lune à la terre & de sa différente déclinaison à l'égard de l'équinoxial, il doit y en avoir aussi, suivant nos hypothèses, quelques-unes causées par la différente distance du soleil à

la terre, & par sa différente déclinaison. Nous avons déja remarqué que les marées des nouvelles & pleines lunes étoient plus grandes vers les équinoxes, où le soleil n'a point de déclinaison, que vers les solstices, où il en a une de $23^d\ 29'$, & il y a apparence que le soleil qui se trouve alors en conjonction & en opposition avec la lune, concourt avec elle aux différentes hauteurs qu'on y observe.

A l'égard de la distance du soleil à la terre, comme elle est plus petite vers le solstice d'hiver, où le soleil est présentement près de son périgée, qu'au solstice d'été où il est près de son apogée, les marées doivent être plus grandes en hiver qu'en été, toutes choses égales, comme on l'observe en effet. Car le 30 Juillet 1711, jour de la pleine lune, la distance de la lune à la terre étant de 960, & sa déclinaison de $25^d\ 29'$, le soleil étant aussi dans son apogée, on observa le premier Juillet au soir la hauteur de la plus grande marée de 17 pieds 10 pouces. Le 8 Janvier suivant, jour de la nouvelle lune, la distance de la lune à la terre étant de 951, & sa déclinaison de $23^d\ 0'$ à peu près de même que le 30 Juin, le soleil étant alors près de son périgée, on observa le 10 Janvier au matin, la hauteur de la plus grande marée de 19 pieds 10 pouces plus haute de 2 pieds que dans l'observation précédente, où le soleil étoit dans son apogée. Le 19 Juin suivant la distance de la lune à la terre étant de 936, & sa déclinaison méridionale $24^d\ 50'$, le soleil étant alors près de son apogée, la hauteur de plus grande ma-

rée fut observée le 21 Juin au soir de 18 pieds 4 pouces plus petite de 1 pied 6 pouces que dans l'observation précédente. Enfin le 28 Décembre 1712, le soleil étant dans son périgée, la distance la lune à la terre étant de 936, & sa déclinaison méridionale de 23 degrés, la hauteur de la plus grande marée fut observée le 30 Décembre de 19 pieds 2 pouces, plus grande de 10 pouces que le 19 Juin, où le soleil étoit près de son apogée, & la lune à peu près à égale distance de la terre.

Il résulte donc de ces observations qu'il y a quatre causes qui contribuent aux différentes hauteurs qu'on observe dans les marées. La premiere dépend des diverses situations de la lune à l'égard du soleil, & produit les variations que l'on observe dans la hauteur des marées, depuis les nouvelles & pleines lunes jusqu'aux quadratures. La seconde est produite par les diverses distances de la lune à la terre, les marées étant plus grandes, lorsque la lune est près de son périgée que lorsqu'elle est près de son apogée. La troisiéme est produite aussi par les diverses distances du soleil à la terre, les marées étant plus grandes lorsque le soleil est dans son apogée que lorsqu'il est dans son périgée. Enfin la quatriéme dépend de la distance de la lune à l'équinoxial, les marées étant plus petites lorsque la lune a une grande déclinaison que lorsqu'elle est près de l'équateur. Cette derniere cause produit aussi les variations que l'on observe dans les marées qui arrivent dans un même jour. Ces

L'*Europe* a l'obligation de la culture de cet arbre aux ſoins des *Hollandois* qui de *Moka* l'ont porté à *Batavia* & de *Batavia* au Jardin d'*Amſterdam*; & la *France* en eſt redevable au zele de M. de *Reſſon*, Lieutenant Général de l'Artillerie, & amateur de la Botanique, qui ſe priva, en faveur du Jardin Royal, d'un jeune pied de cet arbre qu'il avoit fait venir d'*Hollande*. Mais M. *Pancras*, Bourguemeſtre Régent de la ville d'*Amſterdam*, nous a fourni plus de lieu d'éclaircir cette matiere par le ſoin qu'il prit l'année derniere d'en faire tranſporter un autre à *Marly*, où il fut préſenté au Roi, & de-là envoyé à *Paris*, au Jardin de ſa Majeſté, dans lequel nous lui avons vu donner ſucceſſivement des fleurs & des fruits.

Cet arbre auquel on peut donner le nom de *jaſminum Arabicum, lauri folio, cujus ſemem apud nos* café *dicitur. Jaſmin d'Arabie à feuilles de laurier, & dont la ſemence nous eſt connue ſous le nom de café.* Cet arbre, dis-je, dans l'état auquel il eſt actuellement au Jardin Royal, y eſt de la hauteur de cinq pieds & de la groſſeur du pouce. Il donne des branches qui ſortent d'eſpace en eſpace de toute la longueur de ſon tronc, toujours oppoſées deux à deux, & rangées de maniere qu'une paire croiſe l'autre. Elles ſont ſouples, arrondies, noueuſes par intervalle, couvertes auſſi-bien que le tronc d'une écorce blanchâtre, fort fine, qui ſe gerſe en ſe deſſéchant. Leur bois eſt un peu dur, & eſt douçâtre au goût. Les branches inférieures ſont ordinairement ſimples, & s'étendent plus

horizontalement que les ſupérieures qui terminent le tronc, leſquelles ſont diviſées en d'autres plus menues qui partent des aiſſelles des feuilles, & gardent le même ordre que celles du tronc. Les unes & les autres ſont chargées en tout temps de feuilles entieres, ſans dentelures ni crenelures dans leurs contours, aigues par leurs deux bouts, oppoſées deux à deux, qui ſortent des nœuds des branches, & reſſemblent aux feuilles du laurier ordinaire, avec cette différence qu'elles ſont moins ſeches & moins épaiſſes, ordinairement plus larges, plus pointues par leur extrêmité qui ſouvent s'incline de côté, qu'elles ſont d'un beau vert gai & luiſant en-deſſus, vert pâle en-deſſous, & vert jaunâtre dans celles qui ſont naiſſantes, qu'elles ſont ondées par les bords, ce qui vient peut-être de la culture, & qu'enfin leur goût n'eſt point aromatique, & ne tient rien que de l'herbe. Les plus grandes de ces feuilles ont deux pouces environ dans le fort de leur largeur ſur quatre ou cinq pouces de longueur. Leurs queues ſont fort courtes. De l'aiſſelle de la plupart des feuilles naiſſent des fleurs (1) juſqu'au nombre de cinq ſoutenues chacune par un pédicule court. Elles ſont toutes blanches, d'une ſeule piece, à peu près du volume & de la figure de celles du jaſmin d'*Eſpagne*, excepté que le tuyau en eſt plus court, & que les découpures en ſont plus étroites & ſont accompagnées de cinq étamines (2) branches à ſommets jaunâtres, au lieu qu'il n'y en a que deux dans nos jaſmins. Ces étamines débordent le tuyau

de leurs fleurs & entourent un ſtile (3) fourchu qui ſurmonte l'embryon (4) ou piſtile placé dans le fond d'un calice (5) vert à quatre pointes, deux grandes & deux petites diſpoſées alternativement. Ces fleurs paſſent fort vîte & ont une odeur douce & agréable. L'embryon (4) ou jeune fruit qui devient (6) à peu près de la groſſeur & de la figure d'un bigarreau, ſe termine en umbilic, & eſt vert clair d'abord, puis rougeâtre, enſuite d'un beau rouge, & enfin rouge obſcur dans ſa parfaite maturité. Sa chair (7) eſt glaireuſe, d'un goût déſagréable qui ſe change en celui de nos pruneaux noirs ſecs lorſqu'elle eſt deſſechée, & la groſſeur de ce fruit ſe réduit alors en celle d'une baie de laurier. Cette chair ſert d'enveloppe à deux coques (8) minces, ovales, étroitement unies, arrondies (9) ſur leurs dos, applaties (10) par l'endroit où elles ſe joignent; de couleur d'un blanc jaunâtre & qui (11) contiennent chacune une ſemence calleuſe pour ainſi dire, ovale, voutée (12) ſur ſon dos, & plate (13) du côté oppoſé, creuſée dans le milieu & dans toute la longueur de ce même côté d'un ſillon aſſez profond. Son goût eſt tout à fait pareil à celui du *café* qu'on nous apporte d'*Arabie*. Une de ces deux ſemences venant à avorter, celle qui reſte, acquiert ordinairement plus de volume, a ſes deux côtés plus convexes, & occupe ſeule le milieu du fruit.

On appelle *café en coque*, ce fruit entier deſſéché, & *café mondé*, ſes ſemences dépouillées de leurs enveloppes propres & communes.

Par cette deſcription, faite d'après nature, il eſt aiſé de juger que l'arbre du café qu'on peut appeller le caſier, ne peut être rangé ſous un genre qui lui convienne mieux que celui des jaſmins, ſi l'on a égard à la figure de ſa fleur, à la ſtructure de ſon fruit & à la diſpoſition de ſes feuilles; ce qui eſt conforme au ſentiment de M. *Commelin*, habile Profeſſeur en Botanique à *Amſterdam*.

Par la vue du fruit ſur l'arbre, l'idée que l'on s'étoit formée que ce fruit fût une féve crue dans une gouſſe ſe trouve fauſſe, & nous ſommes auſſi déſabuſés de l'opinion de *Rauvolf*, qui nous a voulu perſuader que ce qui eſt marqué dans *Avicenne* ſous le nom de *Bunk*, & dans *Rhaſes* ſous le nom de *Bunca*, & que la plupart de leurs interpretes diſent être une racine provenant de l'*Arabie Heureuſe* ſoit le café.

Et par la figure que j'en donne ici, on s'appercevra d'abord combien celles des auteurs qui en ont parlé ſont défectueuſes, ſoit parce que les fleurs y manquent, ſoit parce que les feuilles & les fruits y ſont placés peu exactement.

Si après cette deſcription il reſtoit encore le moindre doute que cet arbre fût véritablement celui qui porte le café que nous tirons d'*Arabie*, on pourroit s'en éclarcir pleinement par la conformité qui ſe trouve à peu près entre tout ce que je viens de rapporter, & les relations de ceux qui ſont arrivés tout récemment de *Zedia*, lieu où il ſe cultive, éloigné de quelques journées de la rade de *Moka*.

Ces relations, quoiqu'imparfaites, nous apprenoient que cet arbre croît dans ſon pays natal & même à *Batavia* juſqu'à la hauteur de quarante pieds, & que le diametre de ſon tronc n'excede pas quatre à cinq pouces, qu'on le cultive avec ſoin, qu'on y voit en toutes les ſaiſons des fruits & preſque toujours des fleurs, qu'il fournit deux à trois fois l'année une récolte très-abondante, & que les vieux pieds portent moins de fruits que les jeunes, leſquels commencent à en produire dès la troiſiéme & quatriéme année après leur germination. Circonſtances qui avoient déja été en partie obſervées dans le même pays par M. *Clyve*, Anglois, & citées par M. *Sloane* dans les *Tranſactions Philoſophiques d'Angleterre* de l'année 1694.

Si la variété des noms que les voyageurs donnent à l'arbre du café, à ſon fruit, à ſa ſemence, pouvoit ajouter quelque choſe à la connoiſſance parfaite que nous voulons en avoir, j'en ferois ici une mention exacte, mais outre que la différence de ces noms & de la maniere de les écrire en rendroit l'énumération ennuyeuſe, c'eſt que les Auteurs qui les ont rapportés, ni les interpretes des *Arabes* ne conviennent point entr'eux de leur propre ſignification, ni de leur véritable étymologie, comme feu M. *Galana* l'a fait remarquer dans l'extrait d'un manuſcrit *Arabe* de la Bibliotheque du Roi, traitant de l'origine & du progrès du café. Qu'il ſuffiſe donc de ſavoir que le mot de café en *François* ou *coffé* en *Anglois* & en *Hollandois*, tirent l'un

& l'autre leur origine de celui de *Caouhe*, nom que les Turcs donnent à la boiſſon qu'on prépare avec cette ſemence.

Des obſervations ſur la culture d'une plante qui par ſon uſage eſt devenue auſſi néceſſaire, ſeroient plus intéreſſantes pour nous la rendre commune en ce pays, ſi le peu de temps qu'il y a que nous la poſſédons pouvoit nous en avoir fourni un aſſez grand nombre. Je puis néanmoins établir celles-ci pour certaines; que ſi la ſemence du café n'eſt pas mis en terre toute récente, comme pluſieurs autres ſemences de plantes, on ne doit pas eſpérer de la voir germer. Les ſemences qu'en a recueillies M. *Commelin*, ſur les pieds cultivés dans le Jardin d'*Amſterdam*, & jettées preſque auſſi-tôt en terre, ont produit d'autres arbres : celles tirées des fruits mêmes que ce ſavant profeſſeur m'a envoyées, ont eu peu de ſuccès au Jardin Royal, quoique plantées auſſi-tôt qu'elles ont été reçues, au lieu que celles de l'arbre cultivé depuis une année au Jardin Royal pour avoir été miſes en terre auſſi-tôt après avoir été cueillies, ont preſque toutes levé ſix ſemaines après.

Ce fait juſtifie les Habitans du pays où ſe cultive le café, de la malice qu'on leur a imputée de tremper dans l'eau bouillante ou de faire ſecher au feu tout celui qu'ils débitent aux Etrangers, dans la crainte que venant à élever comme eux cette plante, ils ne perdiſſent un revenu des plus conſidérables.

La germination de ces ſemences n'a rien que de commun.

A l'égard du lieu où nous avons reconnu

de diſſipation de ſes parties volatiles que lorſqu'il eſt mis d'abord dans l'eau froide.

Il me reſte parmi ce grand nombre d'opinions ſi différentes touchant ſes qualités, de donner quelque choſe de certain ſur ſa maniere d'agir & ſur ſes vertus.

La matiere huileuſe qui ſe ſépare du caffé & paroît ſur ſa ſuperficie lorſqu'on le grille, & ſon odeur particuliere qui le fait diſtinguer du ſeigle, de l'orge, des pois, des fèves & autres ſemences que l'épargne fait ſubſiſter au café, doivent être les vraies indications de ſes effets, ſi l'on en juge par leur rapport avec les huiles tirées par la cornue, puiſqu'elle contient auſſi-bien que celles-là des principes volatils, tant ſalins que ſulphureux.

C'eſt à la diſſolution de ſes ſels & au mêlange de ſes ſoufres dans le ſang, que l'on doit attribuer la vertu principale de tenir éveillé, que l'on a toujours remarquée comme l'effet le plus conſidérable de ſon infuſion.

C'eſt de-là que viennent ſes propriétés de faciliter la digeſtion, de précipiter les alimens, d'empêcher les rapports des viandes, & d'éteindre les aigreurs, lorſqu'il eſt pris après le repas.

C'eſt par-là que la fermentation qu'il cauſe dans le ſang, utile aux perſonnes graſſes, repletes, pituiteuſes, & à celles qui ſont ſujettes aux migraines, devient nuiſible aux gens maigres, bilieux, & à ceux qui en uſent trop fréquemment.

Et c'eſt auſſi ce qui, chez certains ſujets, rend cette boiſſon diurétique.

L'expérience a introduit quelques précau-

tions que je ne saurois blâmer touchant la maniere de prendre cette infusion; telles sont celles de boire un verre d'eau auparavant la prise du café, afin de la rendre laxative; de corriger par le sucre l'amertume qui pourroit le rendre désagréble, & de la mêler ou de la faire quelquefois au lait ou à la crême pour en étendre les soufres, en embarrasser les principes salins & la rendre nourrissante.

Enfin l'on peut dire en faveur du café, que quand il n'auroit pas des vertus aussi certaines que celles que nous lui connoissons, il a toujours l'avantage par-dessus le vin de ne laisser dans la bouche aucune odeur désagréable, ni d'exciter aucun trouble dans l'esprit, & que cette boisson au contraire semble l'égayer, le rendre plus propre au travail, le récréer & en dissiper les ennuis avec autant de facilité que ce fameux Nepenthes si vanté dans *Homere*.



DESCRIPTION

D'UNE MACHINE PORTATIVE,

Propre à soutenir des Verres de très-grands Foyers,

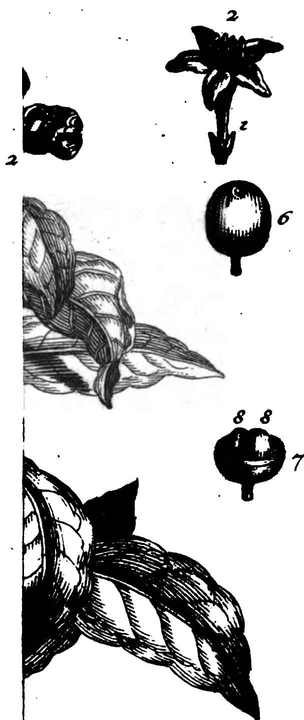
Présentée à l'Académie par M. BIANCHINI.

Par M. DE REAUMUR.

(1) QUANTITÉ d'observations, dont M. *Bianchini* a enrichi nos Mémoires, ont assez appris au public son habileté & son attention à observer le ciel. Le zele de M. *Bianchini* pour l'Astronomie ne s'est pas borné-là; instruit mieux que personne du point où cette science a été portée depuis que l'on fait travailler les grands verres, il a songé à en rendre l'usage facile. MM. *Huygens* & *Cassini* avoient beaucoup fait, en nous montrant qu'on pouvoit se servir des verres des plus grands foyers sans tuyaux; c'étoit avoir levé une difficulté considérable que d'avoir appris qu'on pouvoit se passer d'instrumens qu'il étoit presqu'impossible de construire, & dont il n'étoit guère plus aisé de se servir. Malgré pourtant cette belle découverte, il restoit encore bien des

(1) 29 Juillet 1713.

l: 7. Pag: 400



difficultés; pour placer ces verres il falloit construire ou des tours de bois, telles qu'on en a vu une à l'Observatoire; ou élever solidement sur terre diverses poutres: il falloit avoir des terreins spacieux; & outre tous ces embarras, il étoit encore nécessaire d'employer plusieurs personnes & diverses machines pour changer la direction de l'objectif, selon que l'astre changeoit de place. Les dépenses où cela engageoit étoient au-dessus de la fortune & de l'ardeur de bien des particuliers.

C'est ce qui fit croire à M. *Bianchini* que rien ne seroit plus propre à multiplier le nombre des observations, ou, ce qui est la même chose, à perfectionner l'Astronomie, qu'une machine qui eût les qualités suivantes: 1°. Qu'elle soutînt très-haut le verre objectif, quoique légere. 2°. Qu'on pût facilement changer sa hauteur, selon la différente élévation des planetes au-dessus de l'horizon. 3°. Qu'elle fût solide & ferme, sans qu'il fût nécessaire d'employer des clous pour la fixer, ou d'enfoncer des poutres dans la terre. Des qualités précédentes il étoit aussi essentiel qu'il en résultât deux autres; savoir, que la machine entiere pût être transportée aisément, & coûtât peu.

Il chercha cette machine, qui ne paroissoit pas aisée à trouver, & pria M. *Chiarelli*, Prêtre de *Vicence*, célebre en *Italie* pour les ouvrages d'optique, de la chercher de concert avec lui. *Galilée*, qui a tant fait pour les sciences, leur fut encore utile dans cette occasion. M. *Bianchini*, instruit de ce que ce célebre auteur a démontré sur la force d'un cylindre creux, ne douta point qu'il ne

pût donner au verre objectif un support élevé, solide & léger en même temps, en employant des cylindres creux, c'est-à-dire, en faisant faire des tuyaux de différens diametres qui s'emboîtassent les uns dans les autres comme ceux des lunettes. L'usage des lunettes, si familier à M. *Bianchini*, l'avoit encore conduit-là. C'étoit déja avoir un support haut, léger, & dont on pouvoit aisément varier la hauteur, deux des qualités essentielles à la machine cherchée. Il ne restoit plus qu'à trouver une maniere solide & commode d'élever perpendiculairement à la surface de la terre ce haut support. C'est ce que M. *Chiarelli* a exécuté très-ingénieusement, & qui donne à la machine tous les avantages souhaités, comme on le verra par la description que nous en allons donner.

Un tuyau hexagone (1) d'environ quatre pieds & demi de haut, y sert tantôt d'étui & tantôt de base ou de support à six autres tuyaux. La largeur de chacune des faces de ce gros tuyau est d'à peu près deux pouces & demi; il est composé de six petites planches collées ensemble, ou assemblées avec des pointes de clous. Il est de la perfection de la machine que ces planches soient minces & d'un bois léger.

Le second tuyau n'est différent du premier que par sa grosseur (2); il doit entrer commodément dans l'autre, mais il n'y doit pas flotter; s'il a moins de diametre que celui qui le reçoit, il a un peu plus de longueur

(1) *A B.* (2) *B C.*

afin qu'on l'en puisse retirer aisément ; ou pour le mieux encore, le bout supérieur de chaque tuyau a un petit rebord, une espece de petit collet qui ne sauroit entrer dans le tuyau qui lui sert d'étui ; dans le second tuyau est renfermé un troisiéme tuyau (1), comme le second est renfermé dans le premier, & ainsi de suite.

Pour soutenir perpendiculairement à l'horizon le tuyau qui sert tantôt de base & tantôt d'étui à tous les autres, on lui donne trois pieds (2), qui, comme trois arc-boutants, font un angle aigu avec l'horizon, & s'appuyent contre trois des faces du tuyau. La maniere dont les pieds le soutiennent est ingénieuse. Un petit tuyau hexagone (3), qui n'a que quelques pouces de hauteur, comme une espece d'anneau, entoure quelque part le gros tuyau entre son ouverture & son milieu. Il peut descendre & monter librement, mais il est toujours à peu près entre les limites que nous venons de lui donner. Pour nous exprimer commodément, nous le nommerons un anneau.

A cet anneau sont attachés avec des couplets trois tringles de bois (4). Ces tringles sont égales entr'elles, & la longueur de chacune est la même que celle du gros tuyau où elle la surpasse peu. Leur largeur est aussi à peu près égale à celle d'une des faces du même tuyau. Elles sont attachées chacune vis-à-vis une face différente. Ces trois tringles font les trois pieds de la machine ; comme elles sont tenues par des couplets, ou ce qui revient au même, comme elles sont assemblées à charniere, on imagine assez

(1) CD. (2) HHH. (3) I. (4) HHH.

qu'en plaçant l'anneau auquel elles ſont jointes entre le milieu & le bout ſupérieur du gros tuyau, & qu'en leur donnant de plus une inclinaiſon à peu près égale, qu'elles arc-boutent le gros tuyau de trois côtés, & qu'elles le retiennent dans une poſition verticale.

Mais comme il y auroit eu à craindre que quelqu'un des pieds ne gliſſât, on y a remédié en aſſemblant à charniere, avec l'extrêmité inférieure de chaque pied, une petite tringle (1) de même largeur que le pied, & auſſi longue que les deux tiers ou environ du gros tuyau. Cette tringle eſt aſſemblée de même par ſon autre extrêmité avec un anneau (2) ſemblable à celui auquel les pieds ſont attachés; il eſt inutile de dire que ce ſecond anneau entoure auſſi le gros tuyau, qu'il peut monter & deſcendre librement, & qu'on le place proche de l'extrêmité inferieure du tuyau, lorſqu'on veut élever la machine perpendiculairement. Il eſt viſible que dans cette derniere diſpoſition les trois tringles inférieures empêchent les trois pieds de s'écarter.

La maniere dont ces pieds & les tringles qui les retiennent ſont aſſemblés, fait encore voir que ſi l'on fait monter l'anneau ſupérieur & l'anneau inférieur le long du gros tuyau, qu'on oblige en même les pieds & les tringles à ſe coucher ſur le tuyau. La machine entiere occupe alors un petit volume, comme il paroît dans la Fig. *MILNN*, & elle eſt ſi légere, qu'un homme la peut commodément porter ſous un bras.

(1) *KKK*. (2) *L*.

Lorſque

Lorſqu'on veut s'en ſervir, on commence par la coucher par terre, ou par la mettre dans une poſition fort inclinée. On fait alors ſortir chaque tuyau dedans celui qui lui tient lieu de gaîne autant qu'on le juge néceſſaire, & on l'arrête dans l'endroit où on veut qu'il reſte d'une maniere également ſimple & commode. A cet uſage M. *Bianchini* a imaginé d'employer des coins de bois extrêmement minces. On ôte aiſément ces coins, & on les remet avec la même facilité : l'avantage qu'on retire delà eſt de pouvoir donner plus ou moins de hauteur à la machine lorſqu'elle eſt dreſſée, ſelon que l'élévation de l'aſtre le demande. Légere comme elle eſt, il n'y a pas beaucoup de difficulté à la mettre dans une poſition verticale, & pour la retenir dans cette poſition, on voit qu'il n'y a qu'à déplier les pieds.

Peut-être craindra-t-on que ſa légéreté ne diminue ſa ſtabilité, & ce ſeroit une crainte fondée, ſi on ne pouvoit pas remédier commodément à cet inconvénient. Dans tous les endroits où l'on trouve des pierres, on donne aiſément à la machine la ſtabilité néceſſaire ; on en met quelqu'une ſur les tringles ou traverſes qui retiennent les pieds. Ainſi on la charge avec des poids que l'on n'eſt point obligé de tranſporter.

Afin que le gros tuyau qui ſert de baſe à tous les autres, ne flotte point dans les deux anneaux qui le ſoutiennent, la perfection de cette machine demande que l'on perce trois écroues dans l'épaiſſeur de l'anneau ſupérieur : mettant une vis dans chaque écroue, il n'y aura qu'à ſerrer les vis pour aſſujettir le tuyau.

Si l'on appréhende que la pointe des vis ne perce avec le temps le bois du tuyau, on peut recouvrir ce tuyau avec une bande de fer ou de cuivre très-mince dans l'endroit que l'anneau entoure lorſque la machine eſt montée. En faiſant une entaille peu profonde tout autour, on y logera la bande dont nous parlons, & elle ne débordera pas au-deſſus du reſte du tuyau.

Il eſt à propos auſſi de donner un rebord à l'extrêmité inférieure de ce gros tuyau, ou d'y mettre quelques pointes de clous, pour empêcher l'anneau inférieur de ſortir du tuyau lorſqu'on tranſporte la machine toute montée d'une place à une autre.

Nous ne nous arrêterons point à expliquer au long comment on place le verre objectif au haut de cette machine, on le peut faire de différentes manieres. Celle de M. *Bianchini* eſt commode. Cet objectif eſt logé à l'ordinaire dans un tuyau cylindrique (1) qui n'a que ſept à huit pouces de longueur; mais le même tuyau a une eſpece de queue d'un pied & plus (2). Cette queue n'eſt qu'une gouttiere de bois; une eſpece de petit tenon (3) de bois aſſez mince eſt collé contre la ſurface extérieure du tuyau, vers le milieu de la longueur de ce tuyau, ce tenon eſt percé d'un trou; un autre tenon de bois ſemblable au précédent en eſt éloigné de ſept à huit pouces, & eſt collé ſous la queue du tuyau (4).

Dans le dernier des tuyaux exagones de la machine, on fait entrer une petite piece dans laquelle eſt creuſée une entaille verticale; cette entaille reçoit le premier des deux tenons qui

(1) *O*. (2) *P*. (3) *Q*. (4) *P*.

ſont attachés au tuyau de l'objectif ; on y retient ce tenon par le moyen d'une vis.

A la ſeconde des piéces qui eſt attachée au tuyau ou plutôt à la queue de l'objectif, on arrête le bout d'une petite ficelle. Cette ficelle a du moins autant de longueur que les verres ont de foyer ; elle ſert à marquer la diſtance où l'oculaire doit être placé.

Cet oculaire eſt dans un tuyau (1) ſemblable à celui de l'objectif, je veux dire, qui a de même une eſpece de gouttiere qui lui fait une queue (2) ; ſous cette queue on attache le ſecond bout de la ficelle (3).

Pour ſoutenir le tuyau de l'oculaire, M. *Bianchini* employe auſſi un ſupport (4) composé de tuyaux qui s'emboîtent les uns dans les autres. Il a fait faire ceux-ci quarrés ; il leur auroit pu donner une autre figure. Cela eſt fort arbitraire ; il ne paroît pas même de raiſon eſſentielle de donner aux tuyaux qui ſervent de ſupport à l'objectif une figure exagone plutôt qu'une autre.

Il a composé de trois tuyaux le ſupport de l'objectif ; le dernier, c'eſt-à-dire, l'inférieur (5), eſt terminé par une entaille ; dans cette entaille on fait entrer une petite planche (6), & on arrête cette planche dans l'entaille par le moyen d'une vis : l'épaiſſeur de cette planche ſert de pied au ſupport de l'objectif ; ce n'eſt pas-là un pied bien ſolide, il l'eſt pourtant de reſte, parce qu'on met ce ſupport dans une poſition inclinée, de façon qu'il fait un angle obtus avec la partie de l'horiſon qui eſt entre lui & le ſupport de l'objectif. La ficelle dont un des bouts

(1) *V*. (2) *X*. (3) *Y*. (4) *Za*. (5) *a*. (6) *b*.

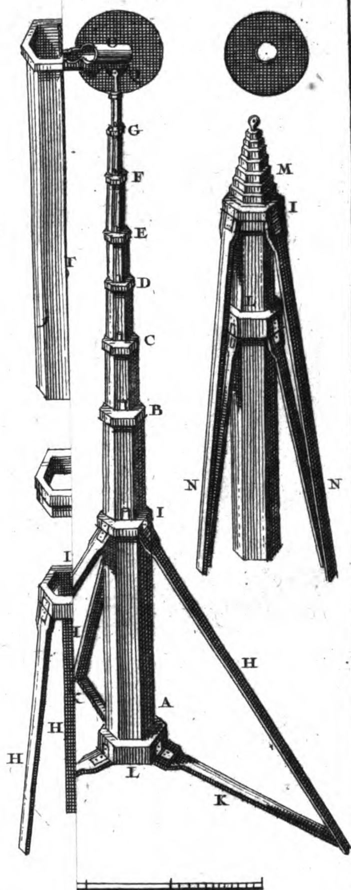
eſt attaché au tuyau de l'objectif & l'autre bout au tuyau de l'oculaire, retient le ſupport de l'oculaire dans cette ſituation.

Au reſte, il eſt aiſé de voir quelle hauteur doivent avoir enſemble les tuyaux de ce dernier ſupport : elle doit être telle qu'un homme debout ou aſſis puiſſe appliquer l'œil près du verre.

Tous les verres avec leurs tuyaux & le ſupport de l'objectif peuvent être renfermés dans une boîte aſſez petite & aſſez légere ; de ſorte que le même homme qui ſous un bras porte le ſupport de l'objectif, peut porter de l'autre bras la boîte qui contient le reſte de l'atirail ; ainſi un obſervateur qui n'a pas chez lui aſſez de terrein, ou un terrein propre pour obſerver, tranſporte quand il lui plaît à la campagne tout ce qui lui eſt néceſſaire ; il eſt en état de choiſir pour obſervatoire les terreins les plus commodes ; il peut ſeul tout faire ; il eſt pourtant bon qu'il ait une perſonne avec lui qui abaiſſe ou éleve quelques-uns des tuyaux du grand ſupport, ſelon que l'aſtre monte ou deſcend, quoiqu'en cas de beſoin il puiſſe tout faire lui ſeul.

Un grand vent ne ſeroit pas un temps favorable pour obſerver avec cette machine ; le vent y fait pourtant moins d'impreſſion qu'on ne croiroit.




G
F
E
D
C
B
I
A
L
K
H
H
H
I
I
T
M
I
L
N
N

OBSERVATIONS

Sur des Matieres qui pénetrent, & qui traversent les Métaux sans les fondre.

Par M. HOMBERG.

(1) QUOIQUE la substance des métaux soit plus compacte & plus serrée qu'aucune autre que nous connoissons, & qu'elle soit si bien liée quand elle est pure & sans mélange de matieres étrangeres, qu'elle supporte mieux que toute autre les efforts les plus violens, il se trouve cependant des matieres qui les traversent aussi facilement que si leur tissu étoit très-lâche, & de nulle résistance. Il y a de ces matieres qui traversent les métaux sans qu'il paroisse des ouvertures sensibles pour leur donner un passage libre, & sans laisser aucune trace ou marque après y avoir passé, comme sont par exemple la matiere aimantine, de laquelle nous pouvons juger avec beaucoup de vraisemblance, qu'elle passe très-librement au travers de tous les corps qu'elle rencontre en son chemin, pour atteindre le fer ou l'acier qui se présente dans son tourbillon.

La vapeur de la fameuse encre de sympathie paroît traverser aussi à une certaine distance, quelque corps que ce soit, & même

(1) 15 Novembre 1713.

des plaques de métal qui couvrent l'écriture invisible qui convient, pour la rendre visible, & pour la teindre en lettres noires.

L'exhalaison sulphureuse d'une pierre de Boulogne nouvellement calcinée, traverse tout ce qui est dans son voisinage, & elle teint en même temps superficiellement l'argent en couleur d'or, & le laton en couleur d'argent, nonobstant qu'ils soient exactement enfermés dans des boîtes de fer, ou de quelqu'autre métal que ce soit. Je mis un jour une pierre de Boulogne nouvellement calcinée dans un tiroir où il y avoit une montre à boîte d'argent; je cherchai environ huit ou dix jours après quelque chose dans ce tiroir, je trouvai la boîte de ma montre dorée, & toutes les roues en dedans argentées; mais quinze jours après la boîte d'argent étoit devenue tout à fait noire, aussi bien que les roues de la montre, qui étoient si fort corrodées, qu'on n'a jamais pu les nettoyer, ni les faire reservir.

Il y a d'autres matieres qui se font elles-mêmes un passage forcé, ou un trou au travers d'un morceau de métal, quand elles le peuvent atteindre d'une certaine façon; comme par exemple un morceau de soufre commun mis sur une plaque de fer fort rouge y fait un trou & passe au travers; un morceau de sublimé corrosif mis sur une plaque d'argent rouge, y fait un trou avec bruit & passe au travers; & si l'argent étoit trop épais, pour ne le pas pouvoir percer tout à fait, il le creuse jusqu'à deux ou trois lignes de profondeur en repoussant les parties déplacées de l'argent au bord du trou qu'il a fait.

Enfin il y a d'autres matieres qui traversent la substance des métaux plus sensiblement que celles de la premiere espece que nous venons de rapporter, & moins violemment que celles de la derniere, c'est-à-dire, des matieres que l'on voit passer très-clairement au travers des pores du métal sans en déranger les parties, & qui ne font point de trou pour y passer. Nous examinerons avec un peu d'attention quelques-unes de cette derniere espece comme plus extraordinaires & moins connues que les précédentes, ne sachant personne qui en ait écrit ou qui les ai observées devant moi.

Le premier exemple sera un sel fondu qui passe au travers des pores du fer, comme l'eau passe au travers du papier gris.

J'ai cru autrefois que le borax étoit une composition artificielle, par le témoignage de quelques auteurs qui le croyoient apparemment ainsi, ce qui m'a fait faire plusieurs différentes opérations tentatives pour découvrir cette composition, mais le borax n'étant pas artificiel, mais un sel fossile naturel comme est le vitriol ou l'alun, mon travail n'a pas pu être heureux selon mon intention, il a été cependant l'occasion de quelques découvertes qui m'ont paru neuves, parmi lesquelles se trouve le sel dont il s'agit, & qui est peut-être le plus pénétrant & en même temps le moins corrosif de tous les sels lixiviels que nous connoissons: voici comment je l'ai fait.

Prenez une livre environ de chaux vive, versez dessus deux pintes de vinaigre, laissez-les ensemble en une douce digestion pendant deux fois vingt-quatre heures en les remuant

de temps en temps, laiſſez raſſeoir, & verſez-en la liqueur claire par inclination; puis prenez ſoufre commun une partie, ſalpêtre rafiné deux parties & ſel décrépite trois parties, pilez le tout, & après les avoir mêlés exactement, vous mettrez au feu un creuſet qui puiſſe contenir toute la matiere; le creuſet étant rouge, vous la mettrez dedans cuillerée à cuillerée, juſqu'à ce que le tout y ſoit entré; la matiere s'enflammera foiblement & ſans détonation, elle ſe gonfle quand elle commence à ſe fondre, alors il la faut remuer avec une verge de fer, & continuer le feu juſqu'à ce que le tout ſoit fondu comme de l'eau; ce qui arrive bientôt après que la flamme du ſoufre a fini: vous verſerez pour lors votre matiere fondue dans un baſſin de cuivre où elle durcit ſur le champ; verſez enſuite ſix parties de votre premier vinaigre préparé ſur une partie de cette matiere, chauffez-les un peu pour la fondre plus facilement, étant fondue, filtrez & évaporez, puis laiſſez refroidir, & verſez encore autant de ce vinaigre deſſus & évaporez juſqu'à la pellicule: mettez cette liqueur à la cave, il ſe formera des cryſtaux, leſquels étant fondus à grand feu dans un creuſet de fer, paſſent en très-peu de temps au travers de ce fer ſans le trouer, comme le plomb paſſe au travers d'une coupelle, & ils ne pénétreront pas ſi vîte un creuſet de terre dans le grand feu que le ſalpêtre ordinaire.

Les matieres qui entrent dans cette compoſition ſont la chaux vive, le vinaigre diſtillé, le ſalpêtre, le ſel marin & le ſoufre commun, leſquelles conſidérées ſéparément ne ſauroient

faire un effet approchant, si ce n'est le soufre commun qui pénetre, à la vérité, le fer promptement, mais en le fondant & en le détruisant, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de ce Mémoire, au lieu que notre composition ne le met pas en fonte ni ne le détruit; car le fer après en avoir été pénétré reste aussi malléable qu'il étoit auparavant, & il paroît couvert de moins de machefer que si on l'avoit rougi au feu sans cette matiere.

Il y a toute apparence que l'action violente du soufre commun sur le fer ne provient que de ce que tout l'acide du soufre y est joint à toute sa partie huileuse; car l'acide ayant été séparé du composé du soufre commun, sa partie huileuse seule n'est plus ni inflammable ni le dissolvant d'aucun métal, comme je l'ai montré dans un Mémoire imprimé en 1703, & l'acide du soufre seul & séparé de son huile ne fait pas plus d'effet sur le fer que l'esprit de vitriol ou l'esprit d'alun, c'est-à-dire, le dissout lentement & foiblement; mais tant qu'ils sont joints ensemble, ils composent cette matiere inflammable qui pénetre aisément la substance du fer, le dissout & le détruit dans le feu, en produisant dans toute la masse du fer qu'elle peut atteindre, à peu près le même effet que la flamme de la forge produit sur sa superficie seulement; savoir le brûle en machefer, aussi voyons-nous que le fer calciné par le soufre commun est très-semblable au machefer.

Mais comme la plupart de cette matiere grasse & inflammable du soufre a été évaporée dans l'opération qui a produit notre sel

ou nos cryſtaux, il n'y en eſt reſté qu'une très-petite partie dont l'activité a été affoiblie conſidérablement, & l'acide du ſoufre qui ſans cette graiſſe eſt un foible diſſolvant du fer, ayant été diſſipé en partie dans le feu & en partie abſorbé par les parties alkalines du ſalpêtre, du ſel commun & de la chaux, n'eſt plus capable de le corroder ou de le diſſoudre, au contraire la jonction de ces matieres alkalines avec ce reſte du ſoufre commun a produit le compoſé de nos cryſtaux qui pénetre, à la vérité, aiſément le fer, mais ce n'eſt qu'à paſſer au travers de ſes pores ſans les déranger ou en détruire la ſubſtance; & comme les parties du fer dans le grand feu ſe dilatent & s'écartent les unes des autres, elles prêtent un paſſage fort libre à notre compoſition dans le grand feu, mais les parties du fer ſe rejoignant étroitement & ſe rapprochant lorſque le fer ſe refroidit, elles preſſent & expriment cette matiere & la chaſſent ſur la ſurface du fer, ſans en garder dans ſon intérieur, ce qui fait que ce fer eſt auſſi malléable en ſortant du feu après cette pénétration qu'il l'étoit devant, & même il ne périt pas ſi-tôt par la rouille que s'il n'avoit pas touché à notre compoſition, ce qui pourra être de quelqu'uſage quand on le ſaura bien employer.

Le ſecond exemple que nous allons examiner, ſera une matiere bitumineuſe métallique, laquelle ayant été fondue ſur une lame d'argent de l'épaiſſeur environ d'une demi-ligne, paſſe au travers de cet argent ſans y faire de trou, & elle teint l'argent, de part en part, en couleur de plomb, c'eſt-à-dire, qu'elle y

sera aussi noire dans son intérieur que sur ses surfaces, & les autres endroits de la lame d'argent qui n'auront pas touché à notre composition ne changeront point de couleur ni en dedans ni en dehors; les parties noires de cet argent seront aussi malléables que les parties qui sont restées blanches; de sorte qu'en les battant ensemble sur une enclume, elles s'étendront également sous le marteau sans se crever & sans se rompre; voici comment j'ai fait cette matiere bitumineuse métallique.

Dissolvez de l'argent fin autant que vous voudrez dans de l'eau forte à l'ordinaire, précipitez-le ensuite en chaux d'argent par le sel commun, lavez & édulcorez cette chaux dans plusieurs eaux chaudes, jusqu'à ce que l'eau en sorte insipide, séchez-la pour lors au soleil ou sur une très-petite chaleur, & elle sera bien édulcorée, puis prenez de cette chaux d'argent une partie, du sublimé corrosif deux parties, & de l'antimoine cru trois parties, mettez le tout bien en poudre, mêlez exactement, & distillez dans une cornue de verre par degrés au feu de sable, il en sortira d'abord du beurre d'antimoine & ensuite du mercure coulant: quand il ne sortira plus de mercure vous pousserez le feu violemment pendant une heure, puis laissez refroidir votre cornue, cassez-la, vous trouverez à l'entrée de son col un bourlet épais d'une matiere noirâtre que vous détacherez avec un couteau; c'est notre matiere bitumineuse métallique qui fond comme de la cire à une chaleur modérée, qui est proprement un cinabre d'argent & d'antimoine.

Mais comme cette matiere ressemble en quel-

que façon au vrai cinabre d'antimoine, il sera bon de voir ici en quoi ils différent, afin de ne se pas méprendre quand on voudra faire notre expérience. La premiere différence & la plus considérable que j'y trouve est que notre composition contient du métal, c'est-à-dire, de l'argent, & dans l'autre il n'y en a point, puisque la nôtre est une matiere compacte & dure qui a retenu fort peu de soufre brûlant de l'antimoine, & l'autre est une matiere très-tendre qui contient beaucoup de soufre brûlant de l'antimoine, qui se fond aisément au feu, qui brûle & qui corrompt les métaux & même l'argent, comme fait le soufre commun; aussi fait-il ordinairement un trou dans la piéce d'argent quand on en veut faire notre expérience, & il rend l'argent, qu'il a touché, dur & cassant, au lieu que notre composition en se fondant sur l'argent s'imbibe dans ce métal, le pénetre de part en part sans y faire de trou & le teint en vraie couleur de plomb, l'argent restant doux sous le marteau comme il étoit auparavant, & même la goutte de cette matiere qui a passé au travers de la lame d'argent, est aussi douce sous le marteau que du vrai plomb & se coupe de même; de sorte que l'on connoît aisément que notre matiere bitumineuse métallique & le cinabre d'antimoine sont deux composés fort différens, dont l'un ne consiste qu'en mercure & en beaucoup de soufre brûlant d'antimoine, & l'autre en mercure, en argent & en fort peu de soufre brûlant d'antimoine.

Il se trouve dans cette composition deux des plus puissans dissolvans que nous ayons; savoir, le soufre brûlant & le mercure commun

qui dissolvent chacun séparément tous les métaux depuis l'or jusqu'au plomb, mais ils le font en des matieres fort différentes ; le soufre les dissout avec une violence extrême & toujours dans le grand feu qui détruit même tous les moindres métaux ; le mercure pénetre & dissout avec douceur, mais très-lentement tous les métaux & n'en détruit aucun, mais la violence de l'un & la lenteur de l'autre ont été si bien corrigées dans l'opération qui a produit notre composition, qu'ils agissent paisiblement & de concert sur la lame d'argent qu'on leur expose, sans la déchirer ni la trouer, parce que dans cette opération ils ont été enlevés en vapeurs, en même temps, avec une partie de la chaux d'argent, & en se sublimant ensemble, le soufre & le mercure ont pénétré cette chaux, ont employé sur elle leurs plus grands efforts de dissolvans, & ils ont composé tous trois une matiere paisible qui n'agit plus comme un dissolvant violent, mais qui a simplement conservé une disposition de s'insinuer dans les pores de l'argent & de les traverser sans les corrompre. Mais ce qu'il y a ici de fort extraordinaire, c'est que cette matiere qui est friable & très-cassante avant que d'avoir traversé la lame d'argent est souple, ductile & malléable après y avoir passé, comme est l'argent même.

Pour rendre raison de ce changement subit, je dirois qu'il y a toute apparence que dans la sublimation de notre matiere, une trop grande quantité de la terre du soufre brûlant de l'antimoine a été poussée en même temps avec les autres parties de notre composé vers la voûte de la cornue & s'y est sublimée avec elles ;

cette matiere terreuſe s'eſt inſinuée de toute part parmi le mercure & l'argent, & les a empêchés de ſe toucher immédiatement, pendant que la partie pure bitumineuſe du ſoufre les a liées enſemble : tant que cette terre y eſt reſtée mêlée, le compoſé a été caſſant & friable, mais en paſſant par les pores de la lame d'argent, cette terre trop groſſiere n'y a pas pu paſſer avec les autres parties, & elle eſt reſtée, pour ainſi dire, ſur l'argent qui lui ſert de filtre ; les autres parties qui ont paſſé au travers de la lame d'argent étant débarraſſées de cette terre inutile, ſe ſont arrangées autrement & ſont devenues un corps ſouple, reſſemblant parfaitement à du métal, tant pour la couleur que pour la ductilité.



HISTOIRE D'UN ASSOUPISSEMENT EXTRAORDINAIRE.

Par M. IMBERT.

LE sommeil est l'état de l'homme le plus triste & le plus humiliant ; en santé il a des bornes que la nature a l'art de prolonger souvent par habitude ou par tempérament. Parmi les animaux, le loire & la marmotte dorment six mois de l'année sans s'éveiller. Un dormeur de cette espece est un exemple rare & dont l'histoire m'a paru digne de la recherche d'un Philosophe curieux observateur.

Un homme âgé de quarante-cinq ans environ, d'un tempérament sec & robuste, nommé *Tailly*, domestique des coches de *Rouen*, garçon charpentier de son métier, tomba dans la maladie dont il s'agit par l'accident que je vais décrire. Il eut querelle avec un charpentier pour qui il avoit travaillé ; on les sépara comme ils étoient prêts de se battre ; chacun s'en alla de son côté. Peu de temps après notre malade apprit que son ennemi étoit tombé d'un bâtiment & s'étoit tué ; cette funeste nouvelle le saisit, il se prosterna le visage contre terre ; son esprit & ses sens s'assoupirent insensiblement. Le 26 Avril de l'année 1715, il fut transporté à la Charité où il est demeuré jusqu'au 27 Août

de la même année, c'eſt-à-dire, l'eſpace de quatre mois entiers. Les deux premiers mois il ne donna aucune marque de mouvement, ni de ſentiment volontaire; ſes yeux jour & nuit furent fermés; ſouvent il remuoit ſes paupieres; ſa reſpiration toujours libre, aiſée, ſon pouls petit, lent, mais égal; mettoit-on ſes bras dans une ſituation ils y demeuroient (accident d'une maladie que l'on nomme catalepſie): il n'en étoit pas de même du reſte de ſon corps; pour le ſoutenir on lui faiſoit avaler quelques cuillerées de vin pur; ce fut pendant ce temps ſa ſeule nourriture, auſſi devint-il maigre, ſec & décharné; état bien différent de celui dans lequel il étoit auparavant. M. *Burette* entre les mains de qui il tomba d'abord, mit en uſage les ſecours les plus puiſſans de l'art; ſaignées du bras, du pied, de la gorge, émétique, purgatifs, véſicatoires, ſang-ſues, volatiles; cela ſans lui pouvoir procurer d'autre ſoulagement que celui de parler un jour entier d'aſſez bon ſens à ſa famille & aux Religieux, enſuite de quoi il retomba dans ſon aſſoupiſſement. Les deux derniers mois de ſon ſéjour à la Charité, il donna par intervalles quelques marques de ſentiment, tantôt ſerrant les mains de ſa femme, tantôt ſe plaignant douloureuſement (cela arrivoit quand on avoit été pluſieurs jours ſans le purger.) Dès ce temps il commença à ne plus gâter ſous lui, ayant attention de s'avancer ſur le bord du lit où étoit une toile cirée miſe exprès, & de ne rien rendre qu'il ne ſe ſentît dans cet endroit, pour-lors il ſe ſoulageoit de ſes beſoins & ſe remettoit à ſa place; il commença auſſi à ſe nourrir de bouillons, de potage, de viande,

conservant toujours ses premieres inclinations, c'est-à-dire, un grand goût pour le vin. Jamais il ne découvroit par aucuns signes ses besoins. Aux heures marquées de ses repas on lui passoit le doigt sur les levres; à ce signal il ouvroit la bouche sans ouvrir les yeux & avaloit ce qu'on lui faisoit prendre; il se remettoit ensuite, attendant patiemment un second avertissement. Réguliérement on le rasoit, il étoit pendant ce temps comme un mort appuyé sans remuer. Le levoit-on l'après-dîner, on le trouvoit dans sa chaise, les yeux fermés, situé de la même maniere qu'on l'avoit mis. Huit jours avant de sortir de la Charité on s'avisa de le jetter tout nud dans un bassin d'eau froide pour le surprendre; ce remede le surprit effectivement, il ouvrit les yeux, regarda fixement, ne parla point : dans cet état sa femme le fit transporter chez elle, où il est présentement : on ne lui a fait aucun remede, il parle d'assez bon sens, il se remet tous les jours.

C'est ici l'écueil d'un Philosophe raisonneur; toujours impatient de se rendre maître de la nature dans ses desseins les plus cachés, il voit, il admire, il cherche & ne découvre point. J'ose cependant proposer à la Compagnie, comme conjectures, quelques réflexions que j'ai faites sur une histoire aussi singuliere. Pour le représenter avec ordre, j'examine premiérement, comment un chagrin peut produire un sommeil de cette espece. J'explique, en second lieu, les différens changemens qui lui sont arrivés. Je recherche enfin les exemples qui peuvent y avoir rapport. Dans la premiere proposition deux choses à considérer, d'où dépend

le ſommeil, la maniere dont agit le chagrin. Pluſieurs cauſes produiſent le ſommeil en général; du côté du cerveau, obſtruction dans les glandes, compreſſion ou relâchement; delà pour l'ordinaire les apoplexies, les ſommeils léthargiques; du côté du ſang, appauvriſſement des eſprits; delà la néceſſité indiſpenſable à l'homme de dormir pour les réparer; eſprits trop embarraſſés par les parties groſſieres; delà la diſpoſition toujours prochaine aux maladies d'aſſoupiſſement. Tel étoit l'état de notre malade avant d'y tomber; charpentier de profeſſion, ivrogne d'inclination, qualités qui fourniſſent communément un ſang épais, dont les principes actifs ſe développent difficilement; la raiſon le prouve, l'expérience le confirme tous les jours. Cela poſé, reſte à examiner la maniere dont agit le chagrin. Le chagrin eſt une maladie de l'ame des plus affreuſes & des plus funeſtes; la fureur, le déſeſpoir, la vengeance, la crainte, la mélancholie ſont ſes effets ordinaires. Quels déſordres ne produiſent pas ſur la machine des paſſions de cette nature? Les unes précipitent ſans ordre les mouvemens des eſprits; d'où prennent origine les égaremens furieux, un nombre infini de maladies aigues; les autres en ralentiſſent le cours; d'où naiſſent les affections hypochondriaques, la plupart des maladies chroniques. Le chagrin du dormeur en queſtion eſt de la derniere eſpece; à la nouvelle de ſon ennemi tué, ſaiſi de frayeur il ne s'occupe que d'idées triſtes; la crainte & la triſteſſe retiennent ſes eſprits dans le cerveau, ſon ſang naturellement groſſier, dépourvu, pour ainſi dire, du premier mobile, s'épaiſſit de plus en

plus, ses parties se rapprochent, se lient les unes aux autres, enchaînent les esprits; il ne faut plus des heures de repos, il faut des mois entiers pour en séparer la quantité nécessaire à la veille. Je ne crains point de le comparer ici à la marmotte; endormi de la sorte il est sa véritable image, cet animal pesant par sa constitution naturelle, engourdi, regorge de graisse dans le temps qu'il s'endort; les six mois de son sommeil, il ne prend point de nourriture, les esprits par les seuls mouvemens de la circulation du sang & de la respiration qu'il conserve se dégagent insensiblement: au bout de ce temps il se réveille sans aucun secours; les six mois qu'il veille il mange raisonnablement, dissipe peu, son sang devient de la même espece, il se rendort. Peut-être par les mêmes principes & le même raisonnement, peut-être pourroit-on expliquer d'une maniere vraisemblable les changemens qui sont arrivés à notre malade pendant son assoupissement; les deux premiers mois son sommeil a été profond; son sang avoit acquis en apparence la qualité du sang de la marmotte; les deux autres mois sans ouvrir les yeux ni parler, il ne laissoit pas de donner par intervalles quelques marques de sentiment. Par la diete exacte qu'il observa, les esprits se dégagerent, il s'en sépara une plus grande quantité; à la marmotte il faut six mois, la nature en a ainsi ordonné en la formant; ici c'est un accident, il peut se réparer en moins de temps; nous en avons la preuve: notre malade se rétablit tous les jours; il reste à rechercher le exemples qui peuvent y avoir rapport. Les auteurs tant anciens que modernes n'en fournissent aucun.

M. *Homberg* lut en l'année 1707, à la Compagnie, l'extrait d'une lettre *Hollandoiſe*, imprimée à *Gouda*, contenant l'hiſtoire d'une léthargie extraordinaire ; elle mérite d'entrer ici en parallele ; le chagrin y donna lieu, l'aſſoupiſſement fut précédé d'une affection mélancolique de trois mois. Pour la longueur du ſommeil, le dormeur de *Hollande* l'emporte ſur celui de *Paris*, il dormit ſix mois de ſuite ſans interruption, ne donna pendant ce tems aucunes marques de mouvement volontaire ni de ſentiment : au bout de ſix mois il ſe réveilla, s'entretint avec tout le monde, vingt-quatre heures après il ſe rendormit, peut-être dort-il encore ; nous n'avons pas la ſuite de cette hiſtoire. Le charpentier en queſtion de quatre mois de *maladie* n'en a que deux de vrai ſommeil, mais l'accident cataleptique, les marques de l'homme endormi qu'il a conſervées, celles qu'il a données de l'homme éveillé, l'effet qui a ſuivi le bain d'eau froide ſont autant de particularités rares qui rendent le fait digne de l'attention des Phyſiciens & des Médecins les plus éclairés ; mon deſſein étoit d'entrer dans l'explication de tous ces accidens particuliers, la crainte d'ennuyer me l'a fait remettre à une autre diſſertation.



OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 2 Décembre au matin de cette année 1713, à l'Observatoire.

Par MM. DE LA HIRE.

(1) CETTE éclipse a pu être très-bien observée ; car le ciel étoit serein, & comme il y avoit déja quelques jours que le vent de nord-est souffloit, l'air pouvoit être fort pur pour faire l'ombre de la terre aussi bien terminée qu'elle le puisse être comme elle paroissoit en effet ; & cette ombre étoit si forte, que le limbe de la lune n'y paroissoit point ; ce qui confirme la pureté de l'air sur la surface de la terre à l'endroit qui envoyoit son ombre sur la lune. Nous y avons apporté tous nos soins, & outre les phases observées nous avons encore l'immersion & l'émersion de plusieurs taches sur lesquelles l'ombre a passé.

Toutes les observations des phases de cette éclipse ont été faites avec le micrometre appliqué à une lunette de 7 pieds de foyer, & l'on a observé le diametre de la partie qui restoit éclairée du disque de la lune, & par conséquent ce diametre étant ôté du diametre entier de la lune, il reste le diametre de la partie éclipsée que l'on a trouvé d'abord en minutes

(1) 6 Décembre 1713.

& secondes de degré comme elles sont marquées par le micrometre. Nous avons trouvé le diametre de la lune vers la fin de l'éclipse de 31' 14'', & nous l'avons posé de 31' 20'' vers le milieu de l'éclipse où la lune étoit plus haute que vers la fin, & par conséquent plus proche du lieu de la surface de la terre où nous observions.

On doit ici remarquer que cette observation du diametre de la lune vers la fin de l'éclipse étoit plus juste que celle que nous avions *faite* vers le commencement; car vers la fin le ciel étoit un peu brouillé & couvert de nuages légers qui ôtoient le grand éclat de la lumiere de la lune comme elle paroissoit au commencement; ce qui fait qu'on juge les corps fort éclairés sur un fond noir, un peu plus grands qu'ils ne sont en effet, quoiqu'on se serve d'une lunette.

Enfin nous avons converti les minutes & secondes de degré qui ont été observées en doigts & minutes de doigt éclipsés comme on les rapporte ici.

On doit encore remarquer que lorsque l'ombre de la terre se rencontre sur un endroit du disque de la lune où il y a beaucoup de taches obscures, on ne voit pas si distinctement le terme de l'ombre que lorsqu'elle passe sur les parties éclairées du disque.

Temps.			Phases.			
			Minutes & Secondes,		Doigts & Min. de degré.	
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
à 2	25	15	Commencement de l'éclipse.			
2	29	10	0	44	0	17
2	34	25	3	17	1	16
2	42	55	5	50	2	15
2	47	15	7	6	2	44
2	50	35	8	23	3	14
3	4	15	10	56	4	12
3	13	10	12	2	4	38
au milieu de l'éclipse.			12	50	4	56
3	47	20	12	2	4	38
4	2	50	10	56	4	12
4	10	35	9	39	3	43
4	16	45	8	23	3	14
4	23	5	7	6	2	44
4	28	30	5	50	2	15

Temps.			Phases.			
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
4	33	15	4	34	1	49
4	39	5	3	17	1	16
4	43	25	2	1	0	49
4	46	35	0	44	0	17
4	49	20	Fin de l'éclipse.			

Par la comparaison des observations du commencement & de la fin de l'éclipse & de

correſpondantes qui n'en ſont pas beaucoup éloignées, on détermine le milieu à

3^h	$37'$	$17''$
3	37	52
3	35	43

Et prenant un moyen, on peut eſtimer ce milieu à

$3^h\ 36'\ 40''$

Paſſage de l'ombre par les taches de la lune.

A 2^h	$37'$	$5''$	Commencement de *Mare Humorum*.
2	37	35	Commencement de *Tycho*.
2	53	35	Fin de *Mare Humorum*.
3	24	25	*Cyrillus*.
3	34	5	Commencem. de *Langrenus*.
3	41	21	Fin de *Langrenus*.
3	52	5	Emerſion de *Mare Humorum*.
3	54	35	Fin de *Schichardus*.
4	0	5	Milieu de *Capuanus*.
4	10	51	Commencement de *Mare Nectaris*.
4	15	25	Milieu de *Tycho*.
4	16	55	*Théophilus*.
4	24	5	Milieu de *Langrenus*.
4	27	5	Fin de *Mare Nectaris*.
4	40	15	*Snellius*.
4	49	21	Fin de l'éclipſe.



OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 2 Décembre 1713, faite à l'Observatoire Royal.

Par MM. MARALDI & CASSINI.

(1) IL y a eu cette année 1713, deux éclipses de lune partiales dont la premiere est arrivée le 8 Juin, la lune étant près de son nœud ascendant, & la seconde a été observée le 2 Décembre, la lune étant près de son nœud descendant. Dans la premiere la latitude de la lune étoit méridionale & son disque a été éclipsé dans sa partie septentrionale ; & dans la seconde la latitude de la lune étoit septentrionale & son disque a été éclipsé dans sa partie méridionale.

Nous n'avons pas pu observer ici à *Paris* l'éclipse du 8 Juin, qui suivant nos tables devoit être de quatre doigts & cinq minutes, & dont la fin devoit arriver de jour à $7^h\ 40'\ 36''$ du soir, un peu auparavant le coucher du soleil ; mais elle a été observée à *Bologne* par M. *Manfredi*, qui en a déterminé la fin à $8^h\ 16'$, & c'est la seule observation que nous en ayons reçue.

Le temps a été assez favorable pour l'observation de l'éclipse derniere. Nous prîmes dès le soir précédent le passage de la lune & de

(1) 6 Décembre 1713.

ſes taches par les fils de la machine parallactique pour déterminer leur ſituation dans le diſque apparent qui eſt ſujet à quelque variation à cauſe de la libration de la lune.

L'obſervation de l'éclipſe a été faite en deux endroits différens de l'obſervatoire avec deux lunettes de 8 pieds, dont l'une avoit un micrometre à ſon foyer, & l'autre des réticules placés à égale diſtance l'un de l'autre, & on déterminoit en même temps l'entrée des taches dans l'ombre & leur ſortie, de la maniere qu'on va le rapporter.

Obſervation faite avec les Réticules.

A	1^h	$57'$		On commençoit déja à voir la pénombre.
	2	25	$53''$	Commencement de l'éclipſe.
		30	19	La lune étoit éclipſée d'un la pédoigt.
		34	48	Un doigt & demi.
		36	58	L'ombre au bord de tycho.
		38	38	L'ombre au milieu de tycho & au bord de *Mare Humorum*.
		40	8	Tycho eſt entiérement dans l'ombre.
		40	50	Deux doigts.
		49	38	L'ombre au bord de Gaſſendus.
		51	8	L'ombre au bord de Bulialdus.
		15	43	Trois doigts.
	3	1	58	L'ombre éloignée de Grimal-

		dus de deux de ses diametres où elle reste pendant plusieurs minutes.
3'	0"	Quatre doigts.
5	45	L'ombre au bord de Snellius & Furnerius.
8	28	Snellius & Furnerius entiérement dans l'ombre.
9	0	Quatre doigts & demi.
10	28	L'ombre au bord de Fracastorius.
12	38	Fracastorius entiérement dans l'ombre.
17	8	L'ombre au bord de Pétavius.
19	18	L'ombre au milieu de Pétavius.
22	43	Cinq doigts.
33	28	Gassendus est sorti entiérement de l'ombre.
34	8	L'ombre au bord de Langrénus.
39	8	La lune est éclipsée de 5 doigts & 9 minutes, qui est la plus grande éclipse.
41	8	Langrénus entiérement dans l'ombre.
49	8	Bulialdus est entiérement sorti de l'ombre.
50	48	*Mare Humorum* est entiérement hors de l'ombre.
51	19	Cinq doigts.
58	10	Capuanus est sorti de l'ombre.
59	4	Quatre doigts & demi.

4^h	5'	40''	Pitatus eſt entiérement ſort de l'ombre.
	7	15	Quatre doigts.
	13	30	Trois doigts & demi.
	14	40	Tycho commence à ſortir de l'ombre.
	17	10	Tycho eſt entiérement ſorti.
	20	25	Trois doigts.
	24	39	Langrénus eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	30	40	Deux doigts.
	39	16	Pétavius eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	40	50	Un doigt.
4	48	16	Fin de l'éclipſe.

Suivant ces obſervations, le milieu de l'éclipſe eſt arrivé à 3^h 36' 35''.

Sa durée a été de 2^h 21' 24'', & ſa grandeur de 5 doigts 9 minutes.

On a remarqué pendant la durée de l'éclipſe que le Ciel étant également ſerein, l'ombre paroiſſoit quelquefois mieux terminée dans des temps que dans d'autres.



RAPPORT

DES SONS DES CORDES

D'Instrumens de Musique, aux Fleches des cordes; & nouvelle détermination des Sons fixes.

Par M. SAUVEUR.

I. *Remarques générales sur les cordes sonores.*

APRES avoir établi les prémiers fondemens de l'acoustique dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans les Mémoires de 1701, 1702, 1707 & 1711, j'ai pris le parti d'examiner en particulier chaque corps sonore, en commençant par les cordes d'instrumens comme les plus simples. J'ai découvert des propriétés singulieres, utiles non-seulement aux méchaniques, mais encore à la physique.

1. Pour entrer dans les propriétés des cordes sonores, il faut supposer la corde (1) *AB* tendue horisontalement par un poids *P* après avoir passé par-dessus une poulie G. Cette (2) corde formera par sa pesanteur une courbe *ADB* convexe du côté du centre de la terre. Si on imagine une ligne droite *ACB* coupée également en C & la verticale *CD* entre ces deux lignes, nous l'appellerons la fleche de cette

(1) FIG. I. (2) FIG. XIII.

corde *ADB*. On peut regarder *CD* comme l'axe de la courbe *DB*, & *CB* comme son appliquée, ou bien si cet arc étoit celui d'un cercle, *CB* sera le sinus de *BD* & *CD* son sinus verse.

2. L'expérience montre que cette corde *ADB* rend sensiblement le même son étant tendue par un même poids P entre deux chevalets *A*, *B* qui gardent la même distance, soit que l'instrument sur lequel est tendue cette corde (1) soit posé horisontalement ou incliné à l'horison, ou enfin qu'il soit posé verticalement.

3. (2) La seule différence des sons que cette corde rend lorsqu'elle est horisontale, avec ceux qu'elle rend étant verticale, vient du frottement de la poulie qu'on est obligé de mettre dans la premiere situation. Cette différence est petite, comme nous expliquerons ci-après. (art. 12.)

4. Pour mesurer la longueur de cette corde, nous nous servirons des pouces astronomiques dont les 36 sont la longueur du pendule simple à secondes, & cette longueur est de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes du pied de *Paris* réformé, en sorte que leur rapport est de 52 à 51, & 40 pouces astronomiques font 40 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de *Paris*; à l'égard de l'ancien pied de *Paris* la longueur du pendule est de 36 pouces $6\frac{1}{2}$ lignes, en sorte que leur rapport est de 68 à 67.

5. Nous diviserons le pouce astronomique en 100 parties; ce n'est pas que la fleche *CD* se trouvera dans la suite être une partie du pouce astronomique divisé en plus de 1000000 parties;

(1) FIG. XII. (2) FIG. XIII.

le calcul donnera cette précision, l'oreille la sent, elle est 10000 fois hors de la portée de la vue, & l'imagination s'y perd.

6. Il est indifférent de quel poids l'on se serve pour peser une longueur déterminée de corde que nous supposerons toujours de 40 pouces, pourvu qu'on sache le rapport de son poids avec celui qui tend cette corde : nous nous servirons de la livre du poids de marc qui contient 9216 ou $2^{10}. \times 3^{2}.$ grains, nous marquerons en grains le poids de 40 pouces de corde, & nous réduirons le poids qui tend cette corde aussi en grains. *Voyez* l'art. 61.

7. Je préfere la connoissance du poids d'une longueur déterminée d'une corde à celle de son diametre ; parce que 1°. le diametre de la plus grosse corde de métal d'un instrument de musique n'est tout au plus que de $\frac{1}{3}$ de ligne ; ainsi il est très-difficile, pour ne pas dire impossible, de connoître les rapports des cordes par leur diametre. 2°. Il est au contraire plus juste & plus commode de connoître le poids de 40 pouces d'une corde, ou si l'on veut de huit fois cette longueur ; puisque les plus grosses cordes de cette derniere longueur pesent plus de 1000 grains, & les plus petites environ 40 grains. 3°. L'on peut connoître les rapports des diametres des cordes de même matiere par leur poids, puisque les diametres sont comme les racines des poids, & les poids comme les quarrés des diametres. 4°. Il est nécessaire de connoître le rapport du poids qui tend une corde à celui de la corde, & non pas à son diametre.

8. En tendant une corde, que je suppose

toujours de métal, il ne faut pas appliquer un poids trop grand qui la casseroit, l'expérience montre qu'une corde d'acier casse étant tendue par un poids qui est environ 12000 fois plus grand que le poids de 40 pouces de cette corde, celle de cuivre jaune par un poids 9000 fois plus grand, & celle de cuivre rouge par un qui l'est 5000 fois, c'est pourquoi appellant le nombre des grains que pese une corde de 40 pouces, le poids ne doit pas passer $\frac{4c}{3}$ livres de poids de marc pour bander la corde d'acier, ni (c) livres pour le cuivre jaune, ni $\frac{6c}{11}$ pour le cuivre rouge.

9. Dans les expériences il est inutile d'aller à des précisions plus grandes que celles qui nous sont marquées par les sens; ainsi on peut se contenter dans ces expériences de marquer les sons par des eptamérides, parce que l'erreur d'une demi-eptaméride est insensible; cette erreur fait une différence de 1 sur 870, pour les longueurs des cordes, ou de 1 sur 435, pour les poids. (art. 26.)

10. Dans les calculs on peut régler un intervalle d'un son par décamérides, puisque une décaméride qui est $\frac{1}{54}$ d'un comma est absolument insensible, l'erreur d'une demi-décaméride est de 1 sur 8700 pour la longueur des cordes, & de 1 sur 4350 pour les poids.

11. Il eſt vrai que ſi l'on multiplie une erreur, elle peut devenir ſenſible ; mais comme l'étendue des ſons ſenſibles ne paſſe pas environ douze octaves, & que les expériences ſe font ſur les ſons qui ſont vers la quatriéme octave, à commencer par la plus grave, il s'enſuit que la plus aigue n'eſt éloignée au plus que d'environ huit octaves dont les vibrations ſont multipliées par $2^8 = 256$, de ſorte que l'erreur de 1 ſur $4350 \times 256 = 1113600$, ne peut point devenir ſenſible par aucune multiplication dans l'acouſtique ; & pour nous ſervir de nombres ronds, nous dirons qu'une erreur de 1 ſur 2000000 ne peut point devenir ſenſible dans la longueur des cordes, ni de 1 ſur 1000000 dans les poids.

12. Pour trouver l'erreur que peut cauſer dans le ſon le frottement de la poulie marqué dans (1) l'art. 3, j'ai remarqué qu'il falloit une puiſſance qui fût moins du quart d'un poids pour le faire gliſſer ſur un plan horizontal, les ſurfaces étant d'acier & de cuivre poli ; ſuppoſant donc que le diametre de l'eſſieu d'une poulie ſoit 1, & le diametre de la poulie ſoit d, la puiſſance doit être $\frac{1}{4d}$ du poids qui la preſſe ; comme la poulie eſt tirée horizontalement ſelon la direction GR, & verticalement ſelon GT. Tirant par le centre C de l'eſſieu la ligne GS & les autres ST, SR, paralleles aux deux directions GR, GT, le poids P (p) ſera au preſſement de la corde contre la poulie

(1) FIG. II.

comme TG à GS, ou comme 5 à 7, ainſi la réſiſtance par le frottement ſera $\frac{7p}{5} \times \frac{1}{4d} = \frac{7p}{20d}$ qui eſt à p comme 7 eſt à 20 d, ce qui fait dans le ſon une erreur de 7 ſur 40 d. Comme le diametre de la poulie dont je me ſers eſt 57 fois celui de ſon eſſieu, ſuppoſant $d = 57$, l'erreur cauſée par le frottement ſera de 7 ſur 2280, ou de 1 ſur 326, & l'erreur dans le ſon ſera de 1 ſur 652, comme nous montrerons dans l'article 26, cette erreur eſt moindre que les $\frac{2}{3}$ d'une eptaméride.

II. *Que les ſons des cordes d'Inſtrumens ſont en raiſon réciproque de leurs Fleches.*

14. (1) Suppoſons les mêmes choſes que dans l'article 1, & qu'enſuite l'on tire les tangentes AE, EB (t) à l'arc ADB (n) & les paralleles AF, BF aux deux tangentes, que l'on continue la fleche CD (f) juſqu'aux tangentes & à ſes paralleles, nous aurons la ſoutangente CE (x) & la petite diagonale EF, ($2x$) l'appliquée CB (y) ſoit pris une longueur (a) de cette corde, dont le poids ſoit appellé c, par conſéquent le poids de la corde ADB (n) ſera $\frac{cn}{a}$.

13. Par les regles de méchanique, le poids $\frac{cn}{a}$ de la corde ADB (n) eſt au poids P (p) qui tend cette corde comme la petite

(1) FIG. III.

diagonale EF $(2x)$ est la tangente EB (t), donc $cnt = 2apx$.

15. (1) Si l'on veut connoître la nature de la courbe ADB par l'extrêmité D de la fleche, tirez l'horizontale HDF qui coupe la tangente BE en F, tirez la verticale FG, & DG parallele à EB. Les méchaniques nous apprennent que le centre de gravité de la corde DB est dans la verticale FG. Supposons ensuite la verticale DK égale à l'arc DB, $(\frac{1}{2}n)$, tirez KH parallele à EB ou à DG, soit $DH = q$.

Supposons une puissance qui tire horizontalement la corde selon la ligne DH; par l'article précédent la puissance qui tire par DH est au poids de la corde DB ou DK $:: DF . FG :: BC (y) . CE (x) :: HD (q) . DK (\frac{1}{2}n)$; donc $qx = \frac{1}{2}ny$, c'est-à-dire, que le produit de l'appliquée CB & de l'arc DB est égal au produit du demi-parametre q & de la soutangente x. Il suit 2°. que si l'arc $\frac{1}{2}n$ est infiniment petit, il devient égal à l'appliquée y, alors $qx = \frac{1}{2}yy$ & cet arc dégénere en celui d'une parabole $2qx = yy$ ou d'un cercle $2qx - xx = yy$, car $-xx$ est un infiniment petit du quatriéme degré.

16. D'où il suit que si DB ou DK $(\frac{1}{2}n)$ marque la longueur & le poids de la corde, DH (q) marquera la longueur & le poids de la puissance qui sera constante, & HK marquera la longueur & le poids p d'une corde dont le poids sera égal au poids P qui tend la corde DB.

17. (2) Remarquez 1°. que dans toutes les

(1) FIG. IV. (2) FIG. III.

expériences que j'ai faites lorſque la corde ADB ſonne le *ſub-bis PA*, c'eſt-à-dire le *C-Sol-Ut* du bas du clavecin ou le ſon d'un tuyau d'orgue de 8 pieds ouvert, le rapport de CE à CB eſt moindre que le rapport de $\frac{1}{160}$ pouce à 25 pouces ou de 1 à 4000, & ſi du centre B & de l'intervalle B . . l'on décrit l'arc CI, la partie EI ſera moindre que $\frac{1}{8000}$ de CB qui eſt de 4000 parties; par conſéquent le rapport de la différence EI $(t-y)$ de BE (t) à CB (y) eſt moindre que de 1 à 32000000, ce qui eſt abſolument inſenſible par l'art. 11, & à *plus* forte raiſon la différence de l'arc DB à CB ou $n-y$ eſt abſolument inſenſible.

18. D'où il ſuit que l'on peut prendre les trois lignes CB (y) DB $(\frac{1}{2}n)$ & EB (t) l'une pour l'autre, & réduire l'égalité de l'article 14 $cnt = 2apx$ à celle-ci $\frac{1}{2}cnn = 2apx$ ou $cnn = 4apx$.

19. (1) Remarquez 2°. que le centre de gravité de la demi-corde DB eſt dans la verticale FG. (art. 15.)

20 (2) Si l'on prend CM moitié de CB, la partie MG ſera plus petite que le quart de EI.

(3) Car partageant CM & MB en parties égales, mais infiniment petites, & tirant des verticales par ces diviſions qui couperont l'arc DB en parties inégales dans les points O, Q, V, S, qui feront plus grandes à proportion qu'elles approchent de B; la premiere DO ſera égale à CL, & la derniere BS fera partie de la tangente BE, ce qui eſt évident; diviſez également EI en K.

---

(1) FIG. IV, V. (2) FIG. V, VI. (3) FIG. VI.

21. Si l'on regarde CB comme un levier dont M est le milieu, pour avoir le centre de gravité N des arcs DO, BS, il faut faire cette analogie $DO + BS . DO ::$ $CB . BN$; mais $DO = CL = \frac{CB}{\infty}$, & $BS = \frac{BE}{\infty}$; il s'ensuit que $CB + BE . CB :: CB . BN$: prenant la moitié des antécédens $BK . BI ::$ $BM . BN$ en divisant $BK . IK :: BM . MN$. Mais BM est moindre que la moitié de BK; donc MN est moindre que $\frac{1}{2} IK$ ou que $\frac{1}{4} EI$; & par conséquent MN est moindre que $\frac{1}{64000000}$ de BK; & à plus forte raison de BC.

22. Puisque l'arc OQ est plus grand que DO, & VS plus petit que SB, ils approchent davantage de l'égalité; donc leur centre de gravité approche davantage de M que N; en prenant de même deux à deux les arcs également éloignés de la verticale qui passe par M, on trouvera que leurs centres de gravité approchent de plus en plus de M.

23. D'où il suit que le centre commun de gravité G de toutes ces parties ou de tout l'arc DB est entre N & M, & par conséquent MG est beaucoup plus petit que MN ou que $\frac{1}{64000000}$ de MB; donc par l'art. 11, on peut à plus forte raison négliger cette différence.

24. A cause des paralleles, $BG . BC :: BF . BE :: CD . CE$. Mais BG est sensiblement moitié de BC; donc CD l'est aussi de CE, & la différence est beaucoup moindre que

$\frac{1}{1400000}$ de CE; d'où il suit que $2CD$ $(2f) = CE(x)$ & l'égalité de l'art. 18 $cnn = 4apx$ se change en celle-ci $cnn = 8apf$;

donc $f = \frac{cnn}{8ap}$ & $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{\sqrt{8ap}}{n\sqrt{c}}$ d'où nous tirerons ces trois conséquences.

25. 1°. L'expérience nous montre que les sons (S) d'une corde tendue par un *même* poids sont en raison réciproque de ses longueurs, (n) c'est-à-dire, $S = \frac{1}{n}$. Supposant $\frac{\sqrt{(8ap)}}{\sqrt{(c)}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{n} = S$.

26. 2°. Que les sons (S) d'une *corde* d'une même longueur, mais tendue par des poids différens (p) sont en même raison que les racines quarrées de ces poids ou $S =$ $1\sqrt{p}$, supposant $\frac{\sqrt{(8a)}}{n\sqrt{(c)}} = 1$ il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = 1\sqrt{p} = S$.

27. 3°. Que les sons (S) des cordes de différens diametres, mais de même matiere, de même longueur & tendues par le même poids sont en raison réciproque des diametres de ces cordes ou (par l'art. 7.) des racines quarrées des poids d'une même longueur de ces cordes, c'est-à-dire, $S = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}$.

28. Par les expériences que j'ai faites lorſque les cordes qui ſont de différentes matieres ne s'alongent point par les poids qui les tendent, les ſons (S) ſont auſſi en raiſon réciproque des racines des poids de ces cordes de même longueur. Suppoſant $\frac{\sqrt{(8ap)}}{n} = 1$, il s'enſuit que $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{1}{c}} = S$.

29. 4°. Qu'enfin les ſons des cordes ſont en raiſon compoſée directe des racines des poids qui les tendent, & renverſée des longueurs des cordes & des poids d'une même longueur de ces cordes, c'eſt-à-dire, que $S = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$. Suppoſant $\sqrt{(8a)} = 1$ il s'enſuit que $\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}} = S$.

30. D'où il ſuit que dans tous les cas précédens les ſons de toutes les cordes d'inſtrumens de muſique ſont en raiſon renverſée des racines quarrées de leurs fleches $S = \frac{\sqrt{1}}{f}$.

31. C'eſt pourquoi ſi les fleches de différentes cordes ſont égales, les ſons ſont les mêmes.

32. Et ſi les fleches ſont inégales les ſons ſont en raiſon renverſée des racines de ces fleches, ce que l'expérience confirme dans toutes les cordes qui ne s'alongent point ou peu ſenſiblement.

III. *Que les Pendules simples Isochrones avec les Vibrations d'une corde sonore sont les $\frac{4}{5}$ de la fleche de cette corde.*

33. Nous avons démontré (*art.* 24.) que la fleche (1) CD (f) étoit moindre que la moitié de la soutangente CE (x) d'une quantité plus petite que de $\frac{1}{64000000}$ de CE: mais supposant $f = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8000}$ de CB, si $x = 1$, alors CB sera de 8000 parties ; & supposant que l'arc ADB soit celui d'un cercle, le rayon sera $32000000 - \frac{1}{2}$ & la soutangente CE sera $2 + \frac{1}{32000000}$ dont la moitié est $1 \frac{1}{64000000}$, ce qui donne la même différence insensible que celle que nous avons trouvée ci-dessus. Donc (*art.* 15.) on peut prendre cet arc pour celui d'un cercle dont il contient environ $\frac{1}{3}$ minute de degré.

34. (2) Il s'agit de trouver le centre d'*oscillation* P d'un petit arc de cercle ADB qui se meut autour de la soutendante ACB, ou la longueur CP (p) du pendule simple isochrone avec les vibrations de l'arc ADB ($2a$).

35. Sur l'abscisse CH (x) soit appliqué perpendiculairement HK (y) & IL infiniment près ; soit la fleche CD (f) le pendule simple CP (p) la moitié de l'arc DB

(1) FIG. VI. (2) FIG. VII.

(a) la partie DK (u), les différentielles de u, x, y soient du, dx & $-dy$.

36. Selon M. *Huygens* dans sa cinquiéme proposition du centre d'oscillation, le centre de gravité du double de l'arc DK (u) est $\frac{\int y\,du}{u}$ & la distance CP (p) du centre d'oscillation du double de cet arc autour de la ligne CH, est $p = \frac{\int yy\,du}{\int y\,du}$, ce qui s'accorde avec M. *Bernoulli* dans les Mémoires de l'Académie en 1703, page 327.

37. D'où il suit que si AD & DB sont deux lignes droites dont le rapport à CD soit $\frac{m}{n}$, alors $du = \frac{m\,dy}{n}$ & $\frac{\int yy\,du}{\int y\,du} = \frac{\int yy\,dy}{\int y\,du}$ dont l'intégrale est $p = \frac{2y}{3} = \frac{2}{3}f = \frac{66667}{100000}f$.

38. (1) Supposant ADB ($2a$) un arc de cercle, dont N soit le centre; EF le diametre parallele à la soutendante ACB ($2c$) soit prolongé la fleche DC & les appliquées KH, LI. (y) Soit tiré l'appliquée BT. Soit le rayon KN (r) CN, HQ, IR, BT (b) KQ. (z) alors $y = z - b$, & $yy = zz - 2bz + bb$: KM ($dz = dy$).

39. Nous avons dit (art. 36.) que $p = \frac{\int yy\,du}{\int y\,du}$: au lieu de y & de yy substituant leurs valeurs (art. 38.) l'on aura $p = \frac{\int zz\,du - 2b\int z\,d + bb\int du}{\int z\,du - b\int du}$.

40. Comparant ensemble les triangles sem-

(1) FIG. VIII.

blables NQK, KML, l'on trouvera que $NK\ (r) . QK\ (z) :: KL\ (du) . ML\ (dx)$; donc $z\,du = r\,dx$, & alors $p = \frac{r\int z\,dx - 2\,br\int dx + bb\int du}{r\int dx - b\int du}$.

41. En intégrant, $\int dx = x, \int du = u$, & $\int z\,dx = NDKQ = NDK + QNK = \frac{1}{2} r u + \frac{1}{2} z x$; donc $p = \frac{\frac{1}{2} rru + \frac{1}{2} rxz - 2brx + bbu}{rx - bu} = \frac{rru + rxz - 4brx + 2bbu}{2rx - 2bu}$. Supposant $u = a$. $x = c$. $z = B$. $p = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cr - 2ab}$ & le rapport de p à f sera $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr - 2abf}$.

42. Supposant que DB soit un quart de cercle, alors $f = r$, $b = 0$, $a = 157080$, & $\frac{p}{f} = \frac{78540}{100000}$. Si DB est un arc de $81\frac{92}{100}$ degrés par les tables de l'Arithmétique *Britannique*, on trouvera que $\frac{p}{f} = \frac{79563}{100000}$. Si DB est de $40\frac{96}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79921}{100000}$. Si DB est de $20\frac{48}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79982}{100000}$, ce qui approche sensiblement de $\frac{p}{f} = \frac{80000}{100000} = \frac{4}{5}$, donc par approximation le pendule simple (p) isochrone avec les vibrations de l'arc ABD est les $\frac{4}{5}$ de la fleche f.

43. (1) Mais pour démontrer ce même rap-

(1) FIG. IX.

port par les infiniment petits. Dans l'égalité $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr + 2abf}$ supposant les quantités a, b, c, f, p, variables, & r constant, les différentielles seront da, $-db$, dc, db, & $db + dp$; & comme la différentielle de $\frac{p}{f}$ est infiniment petite, puisqu'elle se termine à une quantité finie, il s'ensuit que la différence de l'égalité précédente sera $\frac{p}{f} = \frac{rrda + 2bbda - 4abdb - 3brdc + 3crdb}{2crdb + 2frdc - 2abdb + 2afdb - 2bfda}$.

44. Puisque les triangles NBC, BLM, sont semblables alors $BL\ (da) . BN\ (r) :: BM\ (db) . BC\ (c) :: LM\ (dc) . NC\ (b)$ de sorte que $da = \frac{r}{\infty}$, alors $db = \frac{c}{\infty} . dc = \frac{b}{\infty}$, substituant ces valeurs & multipliant par ∞, l'on aura $\frac{p}{f} = \frac{r^3 + abfr - 4abc - 3bbr + 3ccr}{2cr + 2bfr - 2abc + 2acf - 2abf}$ ou $\frac{p}{f} = \frac{r^3 - bbr - 4abc + 3ccr}{2cr - 2abc + 2acf}$ $(rr = bb + cc)$ $= \frac{4ccr - 4abc}{2ccr - 2abc + 2acf} = \frac{2cr - 2ab}{cr - ab + af}$ $(b = r - f)$ donc enfin $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ac + 2af}$.

45. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de a lorsqu'il est infiniment petit. Pour cela, je prends dans le segment ADB, la distance $CG\ (g)$ du centre G de gravité des $ML\ (dc)$ (1) (Fig. VIII.) qui sera égal au

(1) FIG. VIII, IX.

ſegment ADB diviſé par la ſoutendante AB c'eſt-à-dire, $CG = \frac{NADBN - NACBN}{2ACB}$ ou $g = \frac{ar - bc}{2c}$ & le rapport de CD à CG eſt $\frac{g}{f} = \frac{ar - bc}{2cf} = \frac{ar - er + cf}{2cf}$, la différence eſt $\frac{g}{f} = \frac{rda - bdc + bcd}{2cdb + 2fdc} = \frac{rr - bb + cc}{2cc + 2bf} = \frac{cc}{cc + bf}$ ($cc = 2fr - ff. bf = rf - ff$) donc $\frac{g}{f} = \frac{2r - f}{3r - rf} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$ & $a = \frac{3cr - cf}{3r - 2f}$.

46. Dans l'égalité (art. 44.) $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$ ſi l'on ſubſtitue la valeur de a, l'on aura enfin $\frac{p}{f} = \frac{4r - 2f}{5r - 2f}$, & comme f eſt infiniment petit alors $\frac{p}{f} = \frac{4}{5}$ & $p = \frac{4}{5}f$, c'eſt-à-dire que le pendule ſimple eſt les $\frac{4}{5}$ de la fleche.

IV. *Maniere de trouver le nombre de Vibrations qu'une corde ſonore fait dans une ſeconde de temps.*

47. Nous avons trouvé (art. 24.) la fleche $f = \frac{cnn}{8ap}$, la longueur du pendule ſimple iſochrone avec les vibrations de la corde ſonore (art. 46.) $p = \frac{4f}{5} = \frac{cnn}{10ap}$, appellant

q la longueur d'un pendule ſimple à ſeconde, l'on aura le rapport de ces deux pendules $\frac{5q}{4f} = \frac{10apq}{cnn}$. Enfin appellant $\int$ le ſon de la corde, c'eſt-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une ſeconde de temps, l'on aura $\int = \frac{\sqrt{(5q)}}{\sqrt{(4f)}} = \frac{\sqrt{(10apq)}}{\sqrt{(cnn)}}$, comme nous ſuppoſons toujours $a = 40$ (art. 6.) $\int = \frac{\sqrt{(5q)}}{\sqrt{(4f)}} = \frac{20\sqrt{(pq)}}{n\sqrt{c}}$.

48. Si l'on ſe ſert des pouces du pied de *Paris*, alors $q = 36\frac{17}{24}$ (art. 4.) & $\int = \frac{6774}{1000\sqrt{f}}$ $= \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}}$.

49. *Exemple.* J'ai pris une corde blanche de clavecin, c'eſt-à-dire, d'acier, dont 40 pouces (a) du pied de *Paris* peſoient 20 $\frac{1}{5}$ grains (c) du poids de marc, la longueur (n) entre les deux chevalets étoit de 67 pouces, & le poids (p) qui tendoit la corde étoit de 10 livres ou de 92160 grains. Cette corde ſonnoit le *ſub-bis P A* ou le *C-Sol-Ut* du bas du clavecin qui répond au tuyau d'orgue de 8 pieds ouvert. On demande la valeur de $\int$ ou le nombre des vibrations que cette corde fait dans une ſeconde de temps.

Par l'article 48 l'on trouvera $\int = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}}$ $= 121\frac{3}{4}$ vibrations.

50. Par les expériences que j'ai faites j'ai trouvé par calcul (art. 24.) que les fleches ($f = \frac{cnn}{2ap}$) des cordes qui sonnoient le *sub-bis PA* étoient toujours de $\frac{1}{323}$ pouces du pied de *Paris*, supposant donc $f = \frac{1}{323}$, alors (art. 48.) $\int = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = 121.76$ vibrations.

51. D'où il suit que le *PA* (clef de *C-Sol Ut*) fait 487 vibrations par seconde.

52. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700, j'avois trouvé que le *sub-bis LO* (*LA* du bas du clavecin) faisoit environ 101 vibrations, en sorte que le *PA* en fait environ $242\frac{2}{5}$, ce qui se trouve confirmé par plusieurs expériences en quatre jours différens dans les années 1699, 1700, & ensuite 1704, chez le sieur *Deslandes* très-habile Facteur d'orgue, en présence du P. *Sebastien Truchet* & de plusieurs autres, en nous servant des tuyaux d'orgues entre 4 & 2 pieds où nous trouvions que le *sub GA* (*MI* au-dessous de la clef *FUT-FA*) faisoit 152 vibrations & par conséquent *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) faisoit $243\frac{1}{5}$.

Ces expériences faites avec beaucoup d'attention & de patience, donnent lieu aux remarques suivantes.

53. 1°. Qu'ayant trouvé qu'un même son faisoit avec les cordes deux fois autant de vibrations qu'avec les tuyaux, il s'ensuit qu'il faut prendre dans les cordes une allée

& un retour pour une vibration du ſon, parce que ce n'eſt que l'allée qui fait impreſſion contre l'organe de l'ouïe & le retour n'en fait point, & dans les tuyaux d'orgue les ondulations de l'air ne font d'impreſſion que dans leurs allées & n'en font point dans leur retour.

54. 2°. Comme le ſon fait environ 180 toiſes, ou 1080 pieds par ſeconde, il s'enſuit que les 243 vibrations du ſon *PA* ſe ſuccédent l'une après l'autre de la diſtance de $4\frac{1}{2}$ pieds, c'eſt-à-dire, à peu-près de deux fois la longueur du tuyau *PA* qui eſt environ de deux pieds, ce qui ſervira à connoître la nature des ondulations du ſon dans l'air.

55. 3°. Cette convenance du nombre des vibrations du ſon déterminé par des principes très-différens nous ôte lieu d'en douter, & en conſéquence nous corrigerons les formules des art. 47, 48, en prenant les moitiés & les exprimant auſſi par logarithme.

56. Si l'on ſe ſert de pouces aſtronomiques $q = 36$ (art. 47.) $S = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{f}} = \frac{33541}{10000f}$ ou $S = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0,52558 - F$. $S = 1.778015 - N\frac{+P-G}{2}$.

57. Si l'on ſe ſert de pouces du pied de *Paris* (art. 48.) $S = \frac{338695}{100000f}$ ou $S = \frac{60588\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$,

& en logarithmes $S = 0.52981 - F$, ou $S = 1.78238 - N \frac{+P-C}{2}$.

58. Enfin si l'on se sert de pouces de la toise ancienne de *Paris* pour les expériences qui ont été faites avant l'année 1666 (art. 4.) $f = \frac{33807}{10000 \sqrt{f}}$, ou $f = \frac{60475 \sqrt{p}}{1000 n \sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52900 - F$ ou $S = 1.78158 - N + \frac{P-C}{2}$.

Les valeurs précédentes de f doivent être prises avec les précautions suivantes.

59. Il ne faut pas se servir de cordes d'intestins de soie ou de fil, parce que leur matiere est inégale & qu'elles s'alongent différemment étant tendues par différens poids, ainsi il faut prendre des cordes de métal tirées à la filiere, à la vérité elles s'alongent un peu, mais celles qui m'ont paru les plus sûres sont les cordes blanches, c'est-à-dire, celles de fer ou d'acier.

60. Le poids avec lequel on doit tendre les cordes doit être limité. (art. 8.)

61. L'erreur dans le calcul vient principalement du poids des 40 pouces de corde, mais pour diminuer cette erreur il en faut peser 2, 4, 8, 16, 32, ou même 64 fois cette longueur de 40 pouces de corde dont la longueur fait $\frac{4}{9}$ toise; multiplié par ces nombres, par lesquels il faut aussi multiplier c.

62. En mesurant la longueur de cette corde il faut la tendre par un poids qui soit à peu près la moitié de celui qui la peut casser. (art. 8.)

63.

63. Enfin si l'on craint que la corde soit plus grosse par un bout que par l'autre, il faut se servir du milieu de celle qu'on a pesée pour en tirer le son sur l'instrument.

V. *Nouvelle détermination des sons fixes. Table des sons fixes, construction d'un Echometre.*

64. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans les Mémoires de 1701, j'avois déterminé le son fixe par celui qui faisoit 100 vibrations par seconde, parce qu'alors étant occupé à mon systême général des intervalles des sons, je ne pris ce nombre que par provision.

65. Mais faisant attention que l'étendue des sons selon l'aigu & le grave est partagée par octaves selon la progression double, & que par les art. 49 & 52, j'ai trouvé que la clef de *C-SOL-UT* faisoit environ 243 $\frac{1}{5}$ vibrations, j'ai fait d'abord la progression double suivante, que j'ai accompagnée des puissances de 2.

1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024,
2^0.	2^1.	2^2.	2^3.	2^4.	2^5.	2^6.	2^7.	2^8.	2^9.	2^{10}.

2048,	4096,	8192,	16384,	32768,	65536.
2^{11}.	2^{12}.	2^{13}.	2^{14}.	2^{15}.	2^{16}.

66. J'ai réglé le son fondamental de chaque octave fixe & l'ordre des octaves par les nombres & les exposans de la progression double, ainsi le son qui fait 256 (28.)

par secondes est le fondamental de la huitiéme octave fixe.

67. En divisant les nombres compris entre ceux de la progression, (comme les nombres qui sont entre 256 & 512.) en 43 moyennes proportionnelles, l'on aura les sons fixes de chaque octave divisés par mérides; en divisant les sons compris entre chaque méride en 7 ou 70 parties, l'on aura les sons fixes divisés par eptamérides ou décamérides.

68. Pour avoir les intervalles des sons fondamentaux de chaque octave, prenez les logarithmes des nombres de la progression double, ou bien multipliés 3010300 par les exposans de la progression double. Ainsi l'intervalle de son fondamental 256 de la huitiéme octave fixe est 24082400.

69. Otant les 3 ou 4 derniers chiffres de cet intervalle, l'on aura 24082 décamérides, ou 2408 eptamérides : ces eptamérides étant divisées par 7 donneront 344 mérides pour l'intervalle de la huitiéme octave fixe.

70. Aux mérides de chaque octave ajoutant 1, 2, 3, 4, &c. on aura toutes les mérides de cette octave. Aux eptamérides ou décamérides, ajoutant le produit de ces nombres par 7 ou 70 l'on aura les eptamérides ou décamérides de chaque octave.

71. Ayant ensuite trouvé que le nombre 256 de cette progression double approchoit le plus de $243\frac{1}{5}$ de l'art. 52, j'ai pris le son qui faisoit 256 vibrations pour le son fixe fondamental de l'octave moyenne; en sorte que les nombres suivans 512, 1024, 2048, &c. forment

les sons fondamentaux de la premiere, deuxiéme, troisiéme octaves fixes & les précédens 128, 64, 32, &c. de la premiere, deuxiéme, troisiéme sous-octaves.

72. J'appelle *PA* les sons fondamentaux de chaque octave fixe, & je désigne les autres sons de chaque octave par les noms marqués dans les Mémoires de 1701, en distinguant ceux de chaque octave par les clefs des noms.

73. Je désigne de même ces sons fixes par les notes, que j'ai marquées au même endroit.

74. A l'imitation des facteurs d'orgues nous désignerons aussi le son fondamental *PA* par celui d'un tuyau d'orgue de deux pieds ouvert, qui rend à peu près ce son, les *PA* des octaves en montant par ceux de 1 pied, six pouces, & ainsi de moitié en moitié & les *PA* des sous-octaves par 4, 8, 16, 32 pieds.

Pour rendre plus sensible tout ce que je viens de dire, & pour ôter la peine du calcul, je propose la table générale des sons fixes suivante.

75. Cette table contient 13 colonnes dont les premiers nombres inférieurs sont ceux de la progression double (art. 65.) qui marquent les sons fondamentaux de chaque octave (art. 66.) ces octaves vont depuis la troisiéme jusqu'à la quinziéme inclusivement, parce que tous les sons possibles ne passent pas cette étendue.

76. Dans chaque colonne, il y a 43 nombres en proportion continue qui marquent le nombre des vibrations de tous les sons de chaque octave de méride en méride (art.

67.) les 13, 14, 15 octaves ont ces nombres en entiers, & les autres en décimales, c'est-à-dire, en dixiémes, centiémes & milliémes, ce qui est d'usage pour le calcul, une plus grande précision est inutile.

77. Au-dessous de ces nombre il y a six rangs, le premier marque l'ordre des octaves fixes (art. 66.)

Le deuxiéme, les décamérides qui marquent les intervalles des sons fondamentaux *P A* de chaque octave (art. 68, 69.)

Le troisiéme, les mêmes intervalles en mérides (art. 69.)

Le quatriéme, les sous-octaves & les octaves à l'égard du son fondamental de l'octave moyenne (art. 71.)

Le cinquiéme, les clefs des noms qui distinguent les noms des sons de chaque octave qui sont d'ailleurs les mêmes (art. 72.)

Le sixiéme, la longueur des tuyaux d'orgues qui rendent à peu près les sons *P A* de chaque octave (art. 74.)

78. A gauche de la table il y a cinq colonnes.

La premiere du côté de la table contient les mérides des sons de chaque octave.

La deuxiéme les décamérides.

La troisiéme les noms nouveaux des sons par mérides.

La quatriéme de noms anciens.

Et la cinquiéme les intervalles diatoniques. Ce qui est expliqué dans les Mémoires de 1701, sect. 11.

79. Comme les cordes d'instrumens de musique se divisent exactement en parties qui ren-

dent les ſons marqués dans la table, mais dans un ordre renverſé, je propoſe une regle échometre ſuivante, qui eſt une meſure des ſons des cordes d'inſtrumens, laquelle ſuppoſe 1°. qu'on ſe ſerve de pouces aſtronomiques, 2°. que $f = \frac{60 Vp}{n V c}$ (art. 56.) 3°. que $\frac{p}{c} = 4096$, donc

$$f = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{15 \times 256}{n}.$$

80. (1) Sur une regle de bois d'environ 5½ pieds ou ſeulement la moitié, tirez une ligne ſur laquelle prenez la partie *AB* de 60 pouces aſtronomiques, ou de 61 pouces 2 $\frac{1}{6}$ lignes du pied de *Paris*, diviſez *AB* en 64 parties égales, ou plutôt en 256. Tirez une deuxiéme ligne parallele à la précédente ſur laquelle prenez une partie *AB* de 256 parties de la précédente échelle, prenez ſa moitié *AC*, enſuite de moitié en moitié *AD*, *AE*, *AF*, *AG*, &c. Marquez ſur ces diviſions VI, VII, VIII, IX, X, XI, &c. octaves : & pour diviſer chaque octave en 43 mérides, ſervez-vous de la table précédente; en prenant les nombres de la ſeptiéme octave, qui ſont entre 128 & 256 pour diviſer l'octave *BC*, & les nombres de la ſixiéme octave pour diviſer *DC*; & ainſi les autres à proportion : lorſque les mérides ſont grandes il faut les diviſer en 7 parties égales, pour marquer les eptamérides.

81. Vous marquerez dans chaque octave les mérides de 5 en 5 avec des nombres, & de l'autre côté les intervalles diatoniques. On pourroit ajouter ſur cette regle les noms des ſons,

(1) FIG. XVI.

& même le nombre de leurs vibrations, mais il vaut mieux chercher ces dernieres choses dans la table.

Nous donnerons dans la suite l'usage de la table générale des sons fixes, & de la regle échometre.

VI. *Maniere de trouver les sons fixes.*

82. Nous proposerons plusieurs manieres dont les premieres sont les plus simples par rapport aux machines; mais en même temps les plus composées par rapport au calcul, & les dernieres sont au contraire.

83. I. Sur une planche posée verticalement soit attachée une corde à un clou *A*, laquelle passe par-dessus les chevalets (1) *B* & *C*, au bas de laquelle soit attaché un poids *P*; appuyez le doigt sur le chevalet *C*, & pincez cette corde entre les deux chevalets; il s'agit de trouver le son fixe de cette corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, ou bien son octave fixe & son intervalle dans cette octave. Si l'on veut tirer un son plus fort de corde, il faut que le chevalet *B* soit appuyé sur le corps d'un instrument de musique.

84. Pour trouver ce son fixe, il faut 1°. connoître en grains le poids *c* de 40 pouces de cette corde, (art. 61.) 2°. le poids *p* qui tend la corde qu'il faut réduire en grains; 3°. la longueur *n* de la corde *BC* entre les deux chevalets en pouces & parties de pouces.

85. Si vous vous êtes servi de pouces

(1) FIG. X. FIG. XI.

astronomiques on aura le son $s = \frac{60 Vp}{n Vc}$ ou en logarithmes $S = 1.77815 - N + \frac{P-C}{2}$. (art. 56.)

86. Si vous avez pris des pouces du pied de *Paris*, vous aurez le son $s = \frac{60588 Vp}{1000 n Vc}$ ou en logarithmes $S = 1.78238 - N \frac{+P-C}{2}$. (art. 57.)

87 Soit l'exemple de l'art. 49, l'on trouvera $S = 60, 88$ vibrations, & en logarithmes $S = 1.78449$.

88. Dans le premier cas, $S = 60, 88$, marque que ce son fait dans une seconde de temps 60 $\frac{88}{100}$ vibrations, & pour savoir son octave, prenez le plus grand nombre 32, de l'art. 65, renfermé dans 60, il vous marquera que ce son est dans la cinquiéme octave fixe, & que son rapport au son fondamental de cette octave est $\frac{60.88}{3200}$.

89. Mais pour connoître exactement l'intervalle de ce son, je cherche dans la table ce nombre 60, 88, je trouve le plus proche 60, 004, qui est à la trente-neuviéme méride de la cinquiéme octave fixe ou de la troisiéme sous-octave. J'ôte 60, 004 de 60, 880, le reste est 876, j'ôte aussi 60, 004, du nombre suivant 60, 979 de la table, le reste sera 975.

Je fais cette regle de trois 975.876 : : 70.63, ce qui marque 63 décamérides ou 6 eptamérides & 3 décamérides; de sorte que le son fixe de cette corde est à 5 octaves, 39 mé-

rides, fix eptamérides & trois décamérides fixes.

90. Dans le deuxiéme cas $S = 1.78449$ marque l'intervalle fixe de ce fon; pour le trouver, divifez ce logarithme par 30103, vous aurez 5 octaves, & il reftera 27932 ou 2793 décamérides qu'il faut divifer par 70, l'on aura 39 mérides, & il reftera 63 décamérides ou 6 eptamérides & 3 décamérides comme ci-deffus.

91. Ayant trouvé l'intervalle fixe de ce fon l'on faura fon nom par la table, car cet intervalle étant 5 octaves, 40 mérides moins une eptaméride plus 3 décamérides, fon nom fera en mérides *fubterpo* ou *fubterdu*, en eptamérides *fubterpon* ou *fubterdun*, & en décamérides *fubterponi* ou *fubterduni*; le nom en mérides fuffit pour l'ordinaire. (Voyez les Mém. 1701, fection 11.)

92. II. Pour diminuer le calcul fervez-vous de poids acouftiques qui font en proportion double, dont le plus petit eft de $\frac{1}{64}$ de 9 grains, & le plus grand de 16 ou de 32 livres, appellant le plus petit n°. 0, & les autres de fuite n°. 1, n°. 2, n°. 3, &c.

Pefez une longueur de la corde dont vous voulez tirer le fon qui foit de 40 pouces aftronomiques ou de 40 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes du pied de *Paris*. Je fuppofe que fon poids foit de celui des n°. 7, n°. 6, n°. 4, j'ajoute 12 à ces n°. j'aurai un poids compofé des n°. 19, n°. 18 & n°. 16, dont je me fers pour tendre la corde, alors le fon $S = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{3840}{n}$ qui fe trouvera comme ci-deffus.

Pour faire cette opération avec plus de précifion prenez le poids de huit fois la longueur

précédente de la corde, mais aux n°. de ces poids n'ajoutez que 9.

93. III. Pour ôter ce dernier calcul $S = \frac{3840}{n}$, servez-vous de la regle *échometre* (art. 80. Fig. XVI.) appliquez le bout *A* de la regle sur le chevalet *A* de la corde (Fig. X & XI.) le chevalet *B* marquera sur la regle l'intervalle fixe du son en octaves, mérides, &c.

94. IV. On peut encore se servir de la machine échometre verticale (Fig. XII.) ou horizontale (Fig. XIV.) qui consiste 1°. dans une caisse quarrée *DEFG* sur laquelle est attachée la corde en *A* & le chevalet fixe *B*. 2°. Un manche *HK* attaché à la caisse, & dont la longueur soit environ de 6 pieds, on peut faire une petite machine qui ne soit que la moitié ou le quart de la précédente. 3°. Le long du manche & par-dessus attachez un directeur le long duquel on puisse faire glisser un chevalet mobile *MM*, ce directeur doit avancer jusqu'auprès du chevalet immobile sans néanmoins appuyer sur la caisse. 4°. Le long de ce directeur, il faut marquer les divisions de la regle échometre (art. 80.) en commençant les divisions au chevalet immobile *B*, & les continuant indéfiniment à l'autre extrêmité du manche. 5°. Le chevalet mobile *MM* doit se mouvoir parallelement le long du directeur *HK*, & s'arrêter où l'on voudra par le moyen des ressorts (Fig. XVI.) il doit avoir à côté une piece mouvante avec laquelle on puisse serrer la corde sans la tirer ni lâcher; vis-à-vis le point où la

corde eſt ſerrée, le chevalet mobile doit marquer ſur le directeur l'octave, les mérides & eptamérides du ſon de la corde. 6°. Mais pour cela il faut tendre la corde avec les poids acouſtiques. (art. 92.)

95. Si la machine acouſtique eſt horizontale, il faut y ajouter une poulie G ſur laquelle paſſe la corde; cette poulie doit être fort ronde, grande & légere, l'eſſieu doit être peu gros, d'acier fort poli & tournant dans une crapaudine de cuivre, pour diminuer le frottement autant qu'on peut. (Voyez art. 12.)

96. Pour l'uſage, 1°. peſez la corde comme dans l'art. 84; 2°. attachez la corde au point *A*, & à l'autre bout de la corde attachez le poids *P* trouvé comme dans l'art. 84; 3°. mettez le chevalet mobile *MM* ſur telle diviſion de l'échometre qu'il vous plaira. 4°. Serrez la corde avec la piéce qui eſt à côté du chevalet mobile. 5°. Pincez la corde elle rendra un ſon qui ſera dans l'intervalle fixe marqué par l'échometre, ou qui ſera par ſeconde le nombre des vibrations qui répondent dans la table (art. 75.) à l'intervalle marqué par l'échometre.

97. V. Au lieu des poids & de la machine acouſtique l'on peut ſe ſervir de la balance acouſtique ſuivante.

98. Soient trois fléaux (1) *EF*, *HI*, *LM*, dont les points fixes ſoient *E*, *H*, *L*. Les petits leviers *ED*, *HG*, *KL*, ſoient les huitiémes

(1) FIG. XII.

parties des longs leviers précédens. En *D* soit attachée la corde *DA* que l'on veut faire sonner. En *G* soit attachée l'extrêmité *F* du long levier *EF*, & en *K* celui de *HI*.

99. Dans cette disposition il faut que les trois balances soient en équilibre, c'est-à-dire, que les fléaux soient de niveau ; ensuite attachez la corde *DA* à une cheville *A*, & suspendez en *M* une longueur de huit fois 40 pouces astronomiques de la même corde ; tournez la cheville *A*, en sorte que les fléaux soient encore de niveau ; mesurez avec la regle échometre l'intervalle *BC* entre les deux chevalets ; pressez la corde sur les deux chevalets, & la pincez entre ces chevalets, elle rendra le son fixe marqué par l'intervalle de l'échometre.

VII. *Usages des sons fixes, & Remarques.*

100. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans le Mémoire de 1701, section 12, on a marqué plusieurs usages des sons fixes, nous ajouterons les suivans.

101. Par l'art. 71, le son fixe fondamental *PA* fait 256 vibrations par seconde, & le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) ou les deux pieds de l'orgue dont le tuyau m'a servi à regler les sons des cordes, en fait environ 243 $\frac{1}{5}$ (art. 52.) L'intervalle de ces deux sons est environ 3 mérides, d'où je conclus que les sons de cette orgue sont plus bas que leurs semblables sons fixes de trois mérides.

102. C'est pourquoi je dirai que cette orgue

V vj

est à la troisiéme sous-méride, & je désignerai de même les tons de la chapelle, de l'opéra & des autres concerts, après en avoir fait l'expérience.

103. Si après avoir sû le degré du ton *d'un* instrument, par exemple de cette orgue, je veux sçavoir combien un son comme *BO* (*clef de G-Re-Sol*) fait de vibrations par secondes, je chercherai *BO* dans l'octave moyenne, *&* en prenant trois sous-mérides, je trouverai que ce son *B O*, ou plutôt *b e*, fait 365 vibrations par secondes.

104. De cette maniere l'on saura combien de vibrations l'épiglotte fait par seconde dans chaque ton de la voix d'une personne, & combien elle en fait au moins dans son plus bas ton, & au plus dans son ton le plus aigu : de même combien le ton le plus bas d'une voix basse & le ton le plus haut d'un haut-dessus font de vibrations : on saura de même le nombre des vibrations ou des frémissemens de la levre, lorsqu'on siffle, ou bien lorsqu'on joue du cor ou de la trompette, & enfin le nombre des vibrations des tons de toutes sortes d'instrumens de musique, dont nous avons donné l'étendue dans la troisiéme planche des Mémoires de 1701 & de 1702.

105. Cette derniere remarque nous fait conclure que comme le son le plus bas de l'orgue qu'on puisse distinguer est celui du tuyau de 32 ouvert qui fait 16 vibrations par seconde, l'on peut prendre ce terme pour conclure qu'un son qui fait moins que 16 vibrations par seconde, ne peut pas se faire entendre ou distinguer. Il est à présumer qu'on ne peut distin-

guer le son qui passeroit le quinziéme ordre des octaves fixes, ou qui feroit 65536 vibrations par seconde comme feroit un tuyau de $1\frac{1}{2}$ ligne, puisque le plus petit tuyau des orgues est plus bas de deux octaves que celui-ci.

106. Connoissant le ton d'un corps sonore, c'est-à-dire, son degré d'aigu & de grave par le moyen d'un monochorde monté sur le ton d'un sifflet ordinaire, ayant corrigé ce degré (art. 103.) pour le réduire dans l'intervalle des sons fixes, l'on connoîtra le nom de ce son par l'art. 91, qui sera distingué seulement par mérides. Par exemple, la grosse cloche de Nôtre-Dame de *Paris*, appellée *Emanuel*, sonne le *sub-bis LO* (*LA*), ôtant trois mérides (art. 103.) son nom sera *sub-bis-le*, ainsi nous dirons que l'*Emanuel* est un *sub-bis-le*.

107. En me servant du Mémoire des tons des cloches que m'a donné M. *Chastelain*, Chanoine honoraire de N. D. de *Paris*, conservant les noms anciens de leur ton marqués dans ce Mémoire, dont quelques-uns sont transposés, je donnerai à ces cloches les noms suivans, après avoir corrigé la transposition & le ton selon l'art. 103.

108. Les cloches des deux tours de N. D. de *Paris* sont l'Emanuel (*LA*) que je nomme *sub-bis-le*; Marie (*SI*) *sub-bis-de*; Gabrielle (*UT*) *sub-bis DO*, l'intervalle de celle-ci à la suivante est de $1\frac{1}{4}$ ton; Guillaume (*RE*) *sub-ro*; Pasquier (*MI*) *sub-go*. Thibaut (*FA*) *sub-se*; Jean (*SOL*) *sub-be*; Claude (*LA*) *sub-le*; Nicolas (*SI*) *sub-de*. Les cloches du petit clocher sont, Catherine

(*RE*) *ro*; Magdeleine Matiphas (*MI*) *go.* Barbe (*FA*) *gu*; Anne (*SOL*) *be.*

Les cloches de S. *Germain des Prez sont*, Germain (*UT*) *sub-bis-du*; Vincent (*RE*) *sub-ro.* Les cloches de S. Paul sont (*RE*) *sub-go* (*MI*) *sub-SO* (*FA*) *sub-be.* (*SOL*) *sub-de.* (*LA*) *PA.* De S. Jean en Grêve (*FA*) *sub-se.* (*SOL*) *sub-be* (*LA*) *sub-le.* De S. Victor (*RE*) *sub-go.* (*MI*) *sub-SO* (*FA*) *sub-be* (*SOL*) *sub-le.* (*LA*) *PA.* (*SI*) *RA.* (*UT*) *go.* De Sainte Genevieve à *Paris* & de S. Amé à *Douai* (*RE*) *sub-go*, (*MI*) *sub-SO.* (*FA*) *sub-be.*

A *Rome* la grosse cloche de S. *Jean de Latran* (*GT*) *sub-bis*, *DO*, comme à la Cathédrale de *Gand.* Celle de S. Pierre (*SI*) *sub-bis-de*, comme à *Sens* & à *Reims.*

109. Ces noms étant bien vérifiés serviront, 1°. à servir de termes pour régler d'autres sons fixes. 2°. A connoître leurs accords réciproques. 3°. Ils serviront aussi à connoître leurs poids relatifs & même leurs poids absolus de cette maniere; on dit que l'Emanuel *sub-bis-le* pese 30000 livres; pour savoir le poids de la cloche de S. *Jean de Latran sub-bis DO*, je cherche dans la table des sons fixes, 1°. l'intervalle de *sub-bis-le* à *sub-bis DO*, je trouve 10 mérides. 2°. Je triple 10, j'aurai 30 mérides. 3°. Je cherche dans le corps de la table 30000, il est à peu près la trente-septiéme méride de la quatorziéme octave. 4°. J'ôte 30 de 37, il restera 7. 5°. Je cherche 7 dans la quatorziéme octave, je trouve 18341, qui sera à peu près le poids de la cloche de S. *Jean de Latran*,

110. Dans l'art, 106 l'on a eu le nom des corps ſonores ſeulement par mérides, mais on peut les avoir avec plus d'exactitude, c'eſt-à-dire, par eptamérides & même par décamérides ſelon l'art. 89. L'on auroit ainſi des noms plus exacts des cloches précédentes auſſi bien que les rapports de leurs poids, l'on pourroit ainſi nommer les voix moyennes des perſonnes, & le plus bas ton des inſtrumens.

111. L'on ſait que certains corps tremblent à l'occaſion de certains ſons forts, comme la table d'un inſtrument à l'occaſion du ſon de certaines cordes; de même des planches, des vaſes & même les entrailles d'une perſonne. Si l'on connoît ces ſons, c'eſt-à-dire, leurs intervalles fixes ou leur nom, l'on connoîtra à quel nombre de vibrations par ſeconde ces corps ſympathiques ſont capables d'être ébranlés : ce qui peut contribuer à connoître leur nature.

112. Si les ſons fixes étoient établis par toute la terre, & s'ils euſſent été chez les anciens, & qu'on eût donné des noms convenables aux corps ſonores dans leurs différens états, l'on connoîtroit par cet endroit la différence des hommes, des animaux & des corps de différens pays, leurs changemens dans les temps différens, & la différence des tons des anciens d'avec les nôtres.

113. Les ouvriers des inſtrumens de muſique trouveront dans la regle échometre (art. 80.) un diapaſon général qui régle les tuyaux d'orgues pour les facteurs d'orgues, les dimenſions des cloches pour les fondeurs,

les touches des inſtrumens à manches pour les Lutiers, les monochordes pour les faiſeurs de clavecin, & les machines échometres pour les ſpéculatifs qui veulent ſavoir les nombres des vibrations des corps ſonores, ou bien les rapports ou les intervalles des ſons de toutes ſortes de c rps ſonores.

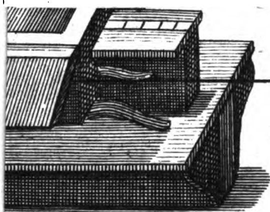
114. Nous avons vu (art. 56.) que $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$: ce qui nous marque que n étant déterminé, le ſon eſt toujours le même de quelque groſſeur que ſoit la corde, pourvu que ſon poids c ait toujours le même rapport au poids p qui la tend, & l'on peut voir (art. 8.) combien au plus on peut augmenter le poids qui tend la corde, ou (art. 85, 86.) combien on peut augmenter le ſon avant que la corde caſſe.

115. A l'imitation de ces propriétés l'on peut trouver par le ſon de quelques cordes que ce ſoit, à quel ton elles peuvent monter avant que que de ſe caſſer.

Enfin les curieux peuvent faire des notes pour exprimer les tons des oiſeaux, des animaux ou des ſauvages qui vont par petits intervalles qu'on ne peut exprimer par les notes ordinaires.

116. Je paſſe d'autres uſages que l'on peut trouver ſur le même ſujet; j'ajouterai ſeulement deux remarques.

La premiere eſt que les principes que je viens d'établir ſont de la nature des autres principes de Phyſique, ils ſervent de fondement aux expériences, qui ſont quelquefois altérées par de nouvelles circonſtances, comme il arrive





dndes de temps
ou dans châque octave.

					65536
5·	. 0	16122.0	32244.	64488.
3·	. 1	15864.2	31728.	63457.
1·	. 3	15611.	31222.	62442.
0·	. 5	15361.	30722.	61443.
8	16	[illegible]	[illegible]	[illegible]

dans la parabole pour la projection des bombes, dans la progression des nombres impairs pour l'accélération des corps pesans, & dans la cycloïde pour les pendules.

117. La deuxiéme est qu'en effet M. *Marius*, si connu par les clavecins brisés & par ses autres inventions, qui a fait toutes les expériences qui m'ont servi à établir les principes précédens, a remarqué que le son des cordes les plus grosses étant divisées de moitié par un chevalet, montoit non-seulement à la premiere, à la deuxiéme, à la troisiéme, &c. octave, mais plus haut de 1 ou de $1\frac{1}{2}$ mérides, ce qui est différent des cylindres de même grosseur, dont l'un étant la moitié & même le quart d'un autre, il produit un son qui ne monte pas à l'octave. Ces nouvelles circonstances donneront lieu à de nouvelles recherches.

Ce Mémoire ayant été imprimé depuis la mort de M. Sauveur, le Lecteur excusera les fautes qui pourroient s'y trouver.



Messieurs de la SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES, *établie à* Montpellier, *ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entr'elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.*

MÉMOIRE

SUR

LE MOUVEMENT DES INTESTINS

Dans la Passion Iliaque.

Par M. HAGUENOT.

LES expériences qu'on a faites dans ces derniers temps sur le vomissement, & qui prouvent qu'il ne dépend point de la contraction violente & antipéristaltique de l'estomac, me donneront occasion de réfléchir sur la méchanique du mouvement renversé & antipéristaltique des intestins, dont les auteurs tant anciens que modernes font tant de cas; & qu'ils croient absolument nécef-

ſaires pour expliquer le vomiſſement ſtercoreux qui arrive dans la paſſion iliaque, ou *Miſerere*. Après pluſieurs ſérieuſes réflexions je n'eus pas de peine à m'appercevoir de la fauſſeté de leur opinion, que je tâchai enſuite de détruire entiérement, non-ſeulement par des raiſonnemens vraiſemblables, mais encore par des faits certains & des expériences réitérées. Mais avant de la réfuter je crois qu'il ne ſera pas hors de propos de donner une idée de la méchanique qu'ils établiſſent.

Ils commencent d'abord par ce qui ſe paſſe dans l'état naturel, & ſuppoſent que les fibres de l'eſtomac & des inteſtins ſont ſans action dès qu'il n'y a ni chyle ni excrémens, mais qu'elles ſe mettent en mouvement dès qu'elles y ſont ſollicitées par quelque corps contenu dans leur cavité; ils diſent enſuite que les fibres charnues du ventricule ſe meuvent naturellement avec aſſez de force pour rétrécir la capacité de ce viſcere, & par conſéquent pour chaſſer les matieres contenues vers le duodenum; que là elles ébranlent la tunique nerveuſe des inteſtins & déterminent l'eſprit animal par la diſpoſition méchanique du cerveau à couler en plus grande quantité dans les fibres longitudinales & orbiculaires de la tunique charnue qui répondent à cette partie, leſquelles venant à ſe contracter, obligent les matieres qui ont occaſionné la contraction à deſcendre vers le bas à cauſe de la valvule du pilore qui s'oppoſe à leur retour vers le ventricule. Mais ces matieres ne pourront être ainſi chaſſées qu'elles ne ſe placent ſous d'autres

fibres qui se contracteront de nouveau par la même méchanique, & pousseront ce qui est sous elles vers le *rectum* parce que la partie précédente de l'intestin demeure contractée pendant quelque temps, & ne lui permet pas de rebrousser chemin, & ainsi répondant successivement à différentes fibres des intestins, & les faisant contracter de haut en bas les unes après les autres, il est de toute nécessité qu'elles continuent leur chemin successivement du pilore jusqu'à l'anus, & c'est ce qu'on appelle mouvement vermiculaire ou péristaltique.

Cela étant ainsi supposé, ils raisonnent de la sorte. La chyle & les matieres fécales sont portés vers le *rectum* par un mouvement de haut en bas; donc par la raison des contraires, pour que ces mêmes matieres se portent de bas en haut, il faut nécessairement que le mouvement soit opposé, & que les fibres orbiculaires & longitudinales des boyaux se meuvent de bas en haut, & c'est ce qu'ils appellent *mouvement antipéristaltique*, ou *antivermiculaire*. Cette méchanique ne différe en aucune maniere de la premiere, si ce n'est par rapport à la détermination du mouvement. La voici : il faut supposer d'abord avec eux qu'il y a toujours un obstacle dans quelqu'un des intestins, mais plus souvent dans l'ileum, qui empêche les matieres de descendre vers l'anus; & que le mouvement est péristaltique depuis l'estomac jusqu'à l'endroit de l'obstruction; mais lorsque les matieres qui ont été poussées jusques-là y sont parvenues, elles commencent le mouvement antipéristaltique en

occasionnant un influx d'esprits dans les fibres charnues qui sont au-dessus; car ces fibres venant à se mettre en contraction, doivent comprimer & chasser par conséquent les excrémens & les matieres chyleuses vers l'endroit où elles trouvent moins de résistance; or il y en a moins au-dessus, puisque l'obstacle est insurmontable, donc elles doivent se porter vers le haut & répondre à de nouvelles fibres; ces fibres se contracteront de nouveau & presseront encore les excrémens; ceux-ci ne pouvant passer par le bas, parce que la contraction des premieres fibres n'a pas encore fini, seront obligés de toute nécessité de remonter ainsi successivement de bas en haut jusqu'au pilore, dont ils forceront enfin la valvule & se feront jour dans la cavité propre de l'estomac où ils exciteront un vomissement stercoreux.

Voilà à la vérité une méchanique bien ingénieuse & bien prévenante : ne semble-t-il pas qu'il n'est rien de si simple, & que cela se doit faire ainsi? Ne paroît-il pas probable que les fibres des intestins ne se meuvent qu'à l'approche des matieres fécales ou chyleuses, & qu'à cause de l'obstacle, la matiere étant chassée par la contraction des fibres vers la partie supérieure, cette contraction se continue en ce sens? Cela n'est-il pas soutenu par la vraisemblance du commerce des nerfs de la membrane nerveuse intestinale avec ceux qui aboutissent à la charnue? Tous les auteurs ne tombent-ils pas d'accord de cette vérité? Enfin le magnifique appareil de différentes fibres dont l'auteur de la nature a muni les intestins selon toute

leur longueur n'autorise-t-il pas cette méchanique ?

Quelque simple & quelqu'aisée qu'elle me parût, je ne pouvois me résoudre à y souscrire, malgré cette apparence de vérité qui me frappoit, je soupçonnois toujours l'inaction & l'insuffisance des intestins, & sachant qu'ils avoient à peu près la même structure que l'estomac, je conjecturois de l'expérience qui détruit le mouvement renversé de ce viscere & que j'ai fait moi-même plusieurs fois, que les intestins n'avoient pas plus de part au retour des excrémens dans la passion iliaque, qu'il en avoit dans l'action du vomissement. Plusieurs raisons me confirmoient dans ma conjecture.

En premier lieu, je ne pouvois concevoir que les mêmes intestins fussent agités presque dans le même temps de deux mouvemens aussi contraires que sont le péristaltique & l'antipéristaltique ; ce qui devroit pourtant arriver, puisque l'on avale dans cette maladie des bouillons & autres alimens ou médicamens qui sont portés par conséquent de haut en bas par le mouvement vermiculaire, & qu'on les rejette ensuite quelque temps après par la bouche d'une odeur puante, ce qui ne peut être causé selon eux que par l'antivermiculaire.

En second lieu, je ne pouvois me persuader qu'il se fît aussi deux mouvemens opposés au-dessus & au-dessous de l'obstruction des intestins, l'un de bas en haut pour produire l'ileum ; & l'autre de haut en bas depuis l'obstruction jusqu'à l'anus pour la sortie

des excrémens. Le premier de ces mouvemens se déduit du vomissement stercoreux, & le second ne peut se nier, puisqu'il conste qu'on évacue dans ces sortes de maladies par le moyen des lavemens les matieres fécales qui sont au-delà l'obstruction. J'ai remarqué aussi que les chats & les chiens que j'ai fait mourir du *miserere*, & qui avoient les gros intestins pleins d'excrémens, les rendoient quelque temps après comme dans l'état naturel.

En troisiéme lieu, il est constant que dans les vomissemens bilieux, la bile remonte du duodenum vers l'estomac, & donne la couleur jaune aux matieres rejettées; mais l'on convient par l'expérience du vomissement que dans ce cas elle peut par sa quantité, sa raréfaction, ou son âcreté, distendre, picoter, ou tirailler la membrane nerveuse de l'intestin de telle sorte qu'en conséquence de ces irritations il se fasse des contractions violentes du diaphragme & des muscles de l'abdomen pour les chasser vers le ventricule, sans aucun mouvement antipéristaltique du duodenum, donc les excrémens peuvent aussi remonter des autres intestins sans le secours de ce mouvement.

En quatriéme lieu, si les matieres fécales étoient portées de bas en haut par le mouvement antivermiculaire des boyaux, peu de temps après, c'est-à-dire, dès que la matiere auroit atteint l'obstruction, le vomissement stercoreux arriveroit, ce qui est contraire à l'expérience journaliere. La même chose devroit se faire dans toutes les constipations,

car dans ces deux cas les excrémens, poussés vers l'obstruction par le mouvement naturel & péristaltique, doivent par la méchanique ci-dessus exposée, y exciter le mouvement opposé, & ainsi successivement jusqu'au ventricule.

En cinquiéme lieu, faisant réflexion à un canal compressible, plein de liqueur, bouché à sa partie inférieure & ouvert à la supérieure, je voyois qu'il étoit indifférent de le comprimer en bas, au milieu, en haut ou en quelqu'autre endroit de sa longueur pour en exprimer la liqueur contenue par l'ouverture; ce que je déduisois aisément de la seule continuité de la liqueur: ainsi supposant d'un côté un embarras dans les intestins qui ne permet pas la descente des excrémens, & de l'autre deux causes mouvantes qui compriment l'intestin rempli depuis l'obstruction jusqu'à l'estomac, telles que le diaphragme & les muscles du bas-ventre, je trouvois fort bien mon compte à expliquer ce symptome sans ce prétendu *mouvement*.

Enfin quand même les intestins ne seroient pas tout à fait remplis depuis l'embarras jusqu'au ventricule, je ne me sentois point porté à accorder la moindre chose à ce mouvement renversé de leur tunique charnue; les contractions du diaphragme & des muscles de l'abdomen me paroissoient suffisantes, & selon l'ordre de la saine Philosophie, je ne voulois point multiplier les êtres sans nécessité; de sorte que détrompé de cette méchanique, je tâchai d'en établir une

une autre plus ſimple que je m'en vais rapporter en peu de mots.

Pour procéder avec ordre, je ſuppoſe d'abord trois choſes inconteſtables tirées de la ſituation des parties, de leur uſage & des obſervations de tous les auteurs, premiere ſuppoſition : comme par l'anatomie des parties contenues dans le bas-ventre, je ſais que l'eſtomac eſt ſitué au-devant du diaphragme, je me perſuade que c'eſt principalement ſur lui que toute ſa force s'applique ; car quoiqu'il pouſſe, en ſe contractant, les viſceres qui ſont renfermés dans la cavité de l'abdomen, & que par conſéquent il preſſe auſſi les inteſtins, il doit bien plutôt par rapport à ſa ſituation, & s'appliquant immédiatement ſur le ventricule, le comprimer, & en faire ſortir les matieres contenues vers l'inteſtin duodenum ; ainſi je regarde le diaphragme comme la force mouvante qui pouſſe les matieres de l'eſtomac vers les boyaux, ou pour mieux dire, comme le preſſoir du ventricule.

Seconde ſuppoſition : comme les muſcles de l'abdomen ſont ſitués au-deſſus des inteſtins, & qu'en ſe contractant ils les preſſent de toutes parts, je dois auſſi conſidérer ces muſcles comme leur puiſſance motrice & leur preſſoir ; car quoiqu'ils compriment l'eſtomac dans le vomiſſement, néanmoins dans le train ordinaire de la reſpiration, ils ne le compriment point, ou du moins très-peu, ce que chacun peut obſerver en lui-même. De ces deux ſuppoſitions il ſuit que dans le temps de l'inſpiration auquel le diaphragme s'applanit & ſe contracte, l'eſtomac

étant pressé chasse ce qu'il contient vers les intestins, & qu'ensuite dans l'expiration, les muscles du bas-ventre s'appliquant immédiatement sur ces derniers, poussent encore plus avant les matieres que le diaphragme leur a renvoyées; de cette maniere les alimens que nous avons pris & le chyle qui en résulte, ne cessent jamais d'être en mouvement par ces deux pressoirs qui, comme autant de pistons, agissent continuellement l'un au défaut de l'autre, & qui semblent alternativemeut se prêter la main pour chasser les parties des alimens les plus subtiles dans les veines lactées, & les plus grossieres vers l'anus. Sans cette précaution de la nature le chyle & les excrémens auroient croupi dans l'estomac ou dans quelqu'autre endroit des boyaux, & auroient produit des inflammations d'autant plus dangereuses qu'elles nous sont cachées, & dont nous voyons quelquefois de fatales expériences.

Derniere supposition. Enfin il faut supposer avec tous les auteurs dans quelqu'un des intestins un obstacle qui ne permette pas la descente des excrémens. Ces trois choses ainsi supposées, il ne sera pas difficile de rendre raison de la méchanique du vomissement qui arrive dans la passion iliaque, sans admettre le mouvement antipéristaltique.

En effet, si par quelque cause que ce soit, leur cavité est diminuée en telle sorte que les matieres fécales ne puissent être portées vers le bas, il faut nécessairement que ces mêmes matieres séjournent à l'endroit de l'obstruction; & comme il en arrive toujours de

nouvelle ſoit de la part des alimens, ſoit de la part des ſucs ou fermens qui ſe ſéparent du ſang, il faut auſſi que le canal ſe rempliſſe depuis l'étranglement de l'inteſtin juſqu'au pilore, qu'il regorge, qu'il en ſoit fort diſtendu, & qu'enfin les deux preſſoirs dont j'ai déja parlé agiſſant ſur les inteſtins, les matieres fécales ſoient obligées de remonter vers le ventricule où elles trouvent moins de réſiſtance, & où elles exciteront par leur préſence le vomiſſement ſtercoreux. La plénitude des inteſtins eſt prouvée par l'ordre conſtant des ſymptomes qui ont accoutumé d'accompagner cette maladie; au commencement, c'eſt une colique, un grouillement, une tenſion du bas-ventre, enſuite des rapports, des envies de vomir, le hoquet & enfin le vomiſſement; celui-ci même d'abord eſt pituiteux ou bilieux, parce qu'on ne rejette que les matieres qui ſont dans l'eſtomac ou le duodenum, & qui n'ont pas reçu cette derniere altération qui leur donne l'odeur de fiente : mais bientôt après les matieres rejettées ſont d'une odeur très-déſagréable, & pour lors elles refluent bien avant de la cavité propre des inteſtins, où à cauſe du ſéjour qu'elles y ont fait, elles ſont devenues propres à exciter en nous ce ſentiment fâcheux & déſagréable. Je remarque outre cela que le vomiſſement n'arrive ordinairement que trois ou quatre jours après l'obſtruction, & quelquefois même plus tard ; or pendant ces temps-là les malades avalent des bouillons, prennent des remedes, la ſalive & les autres fermens ſont toujours fournis, donc leurs inteſtins doivent

regorger & ſe remplir entiérement. Mais quand même ils ne ſeroient pas tout à fait pleins & dilatés depuis l'embarras juſqu'à l'eſtomac, il ſuffit que le diaphragme & les muſcles de l'abdomen ſe contractent avec aſſez de force pour diminuer leur diametre, ce qui ne peut être révoqué en doute, puiſque tous les anatomiſtes conviennent que ces mêmes muſcles ne ſervent pas peu dans l'état naturel par leurs contractions alternatives à chaſſer le chyle & les excrémens.

Perſuadé par toutes ces raiſons de la fauſſeté du mouvement antivermiculaire des inteſtins, mais non pas encore pleinement convaincu, je voulus examiner ſi mon raiſonnement s'accorderoit avec l'expérience. Pour ſavoir ſeulement ſi les inteſtins étoient remplis dans le *miſerere*, les cadavres faiſoient bien mieux mon affaire que les animaux, mais outre qu'on n'a pas occaſion d'en ouvrir tous les jours, il y a une ſi grande répugnance, quoique mal fondée, dans la plupart des familles pour ces ſortes d'ouvertures, qu'on ne ſauroit par-là s'éclaircir d'aucun fait, ainſi j'eus recours aux animaux d'autant plus volontiers, que faiſant mes expériences lorſqu'ils ſont encore en vie, j'eſpérois pouvoir découvrir en eux plus facilement, ſi le mouvement étoit antipériſtaltique dans le temps même du vomiſſement ſtercoreux : & comme je ſavois que le mouvement des inteſtins eſt plus ſenſible dans les chats que dans les chiens, je préférai d'abord ceux-ci à tous les autres. J'eus donc une chate que j'attachai ſur les trois heures du ſoir à une table, & à qui je fis une

uverture à l'abdomen ſelon la longueur de la ligne blanche, aſſez large pour pouvoir donner paſſage aux inteſtins : je les examinai pendant quelque temps ſans obſerver le moindre mouvement; le ſeul que je pus découvrir avec ma loupe & piquant en même temps les inteſtins, fût un trémouſſement très-peu conſidérable. Mais comme ma recherche ne ſe terminoit pas là, & qu'il ne s'agiſſoit pas tant du mouvement périſtaltique que de celui qui lui eſt oppoſé, je lui fis la ligature de l'ileum & recouſus enſuite la plaie; je la fis manger dans le deſſein de la voir vomir bientôt après, mais j'attendis juſqu'à ſept heures du ſoir inutilement, puiſqu'à cette heure-là elle n'avoit pas eu ſeulement de nauſée, je la détachai & la mis dans un ſac, afin que pendant la nuit elle mangeât en liberté, & que le lendemain matin je puſſe obſerver ce que je ſouhaitois; mais le vomiſſement ſurvint à je ne ſais quelle heure dans la nuit, ce que je reconnus par le ſeul approche qui exhaloit une odeur puante très-ſemblable à celle de la fiente de chat, & par les mêmes morceaux de viande que je lui avois fait prendre ſur les trois heures. Je ne pus donc être témoin de ce qui ſe paſſoit au-dedans dans le temps du vomiſſement; de ſorte que le lendemain ayant trouvé la chate preſque ſans force, & ne pouvant faire de grands mouvemens du diaphragme & des muſcles de l'abdomen, je jugeai bien qu'elle n'étoit plus en état de vomir. Voyant donc que j'avois manqué mon coup, je r'ouvris la plaie couſue pour obſerver les inteſtins; je les trouvai remplis depuis la ligature juſqu'au pilore :

pour ce qui eſt de leur mouvement, les examinant des yeux, je n'en remarquai aucun; avec la loupe, & en les piquant je ne voyois qu'un trémouſſement preſqu'inſenſible, ſemblable à celui que j'avois auparavant remarqué.

Il fallut en venir à une ſeconde expérience, que je fis ſur une autre chate, à peu près de la même maniere qu'auparavant, avec cette différence que je la fis manger beaucoup plus, & que je lui fis la ligature ſur les huit heures du matin, comptant par-là de la voir vomir pendant la journée; mais je fus trompé dans ma conjecture, rien ne parut juſqu'à huit heures du ſoir, pas même la moindre envie de vomir. Je me retirai fort mécontent & déſeſpérant quaſi de venir à bout de ce que je cherchois. Enfin le lendemain à ſept heures du matin l'ayant trouvée comme dans la premiere expérience ſans force & hors d'état de vomir, après avoir ouvert la plaie du ventre, je trouvai l'eſtomac entiérement plein & les inteſtins auſſi fort gonflés, juſques-là que leur diametre étoit deux *fois* plus grand qu'il ne doit être naturellement.

Quelque mécontent que je fuſſe de ces deux expériences, je ne me rebutai point; & après pluſieurs réflexions ſur ce qui pouvoit en empêcher la réuſſite, je ſoupçonnai que la gêne où étoit l'animal attaché par les quatre pattes, & la trop grande quantité d'alimens que je lui avois fait prendre, n'euſſent été des obſtacles au vomiſſement. A la vérité dans ces deux cas les muſcles de l'abdomen, ces puiſſances motrices ſi néceſſaires, ne pouvant s'appliquer avec aſſez de force ſur l'eſtomac, ſoit

par le tiraillement qu'ils souffroient dans la situation gênée dont je viens de parler, soit par la grande distention qu'ils recevoient de la part des alimens n'étoient point capables de produire un vomissement.

Pour éviter à l'avenir ces inconvéniens, j'imaginai un endroit où je pusse enfermer un chat, le laisser manger en liberté, l'observer sans le perdre de vue, & le tirer quand je voudrois pour examiner les boyaux ; je fis faire pour cet effet une espece de cage d'une figure à peu près ovale, garnie tout autour de fil d'archal : après y avoir mis de quoi boire & manger, j'y enfermai un gros chat à qui j'avois fait l'opération, dont j'ai parlé ci-dessus : comme je l'avois fait jeûner 24 heures, il mangea & but quelque temps après, mais peu. Je pouvois observer facilement à travers la cage jusqu'au moindre de ses mouvemens, ce que je fis avec toute l'attention possible pendant 25 ou 26 heures, après lesquelles il jetta par le haut quantité de matiere fluide que je reconnus à l'odeur n'être point de la fiente, & enfin deux heures après il fut attaqué du vomissement stercoreux. Je l'attachai sur le champ & lui ouvris l'abdomen, je fis sortir l'intestin ileum, qui fut fort distendu, enflammé au-dessus de la ligature & rempli de matieres fécales depuis l'endroit lié jusqu'à l'estomac ; & comme *Sennert*, auteur très-grave, assure que le mouvement naturel des intestins est fort obscur, mais que l'antipéristaltique est manifeste, je pris ma loupe pour tâcher de le découvrir, je piquai l'intestin bien avant avec une aiguille, avec un canif

X iv

je déchirai les membranes, tout cela inutilement; je ne pus jamais obſerver le moindre mouvement, ce qui ne me ſurprit point, car les tuniques des inteſtins étoient ſi diſtendues & ſi enflammées, que les fibres charnues étoient aſſurément hors d'état de pouvoir faire leur jeu de reſſort pour reſſerrer les inteſtins; je recouſus la plaie comme auparavant, & remis mon chat en cage. Un moment après les nauſées & le vomiſſement ſtercoreux recommencerent avec plus de violence que jamais & durerent près de quatre heures. Après la mort du chat ayant fouillé dans le ventricule & les inteſtins, je trouvai deux vers tænia, l'un dans la cavité de l'eſtomac, & l'autre à l'entrée du duodenum, que je remis à M. *Gauteron*, qui doit en donner un Mémoire à la Compagnie. Le ſuccès que j'avois eu en faiſant cette expérience, m'encouragea à la refaire ſur d'autres chats, & prenant la même précaution, j'obſervai pluſieurs fois tout ce que j'ai marqué ci-deſſus : je tentai la même choſe ſur les chiens, la réuſſite fut toujours égale. Je trouvai conſtamment les boyaux rouges, enflammés au-deſſus de la ligature, fort dilatés, remplis de liqueur juſqu'au pilore & dénués de tout mouvement périſtaltique ou antipériſtaltique. Mais pour m'aſſurer encore mieux de cette derniere vérité, j'ai ouvert ſouvent l'inteſtin dans ces deux eſpeces d'animaux au-deſſus de l'obſtruction, & ayant introduit le petit doigt dans l'ouverture, je n'ai jamais ſenti la moindre petite compreſſion, ni aucun mouvement intérieur de bas en haut ou de haut en bas. De

plus, comme tout ce qui concerne ce prétendu mouvement antivermiculaire me paroissoit suspect, je voulus encore m'éclaircir sur la distribution du chyle dans la passion iliaque, qui, selon l'auteur que je viens de citer, ne se fait pas comme il faut, à cause du mouvement renversé des intestins; je fus convaincu du contraire par l'expérience suivante.

Ayant ouvert l'abdomen à un chien que j'avois fait manger environ trois heures auparavant, & auquel j'avois lié l'ileum depuis 24 heures, je vis avec plaisir le mésentere parsemé d'une infinité de petits vaisseaux laiteux tout farcis de chyle, comme on l'apperçoit ordinairement quand on veut découvrir ces vaisseaux : j'ai vu aussi la même chose dans ceux qui avoient déja vomi la fiente, mais outre cela j'ai gardé pendant un mois & demi un fort gros chien que j'avois opéré, qui pendant ce temps-là vomissoit fréquemment, quelquefois même des excrémens, quoiqu'il les rendît aussi par l'anus, parce que la ligature n'avoit pas été assez serrée pour leur boucher entiérement le passage. Or, ce fait ne peut s'expliqueur sans admettre la distribution du chyle dans les veines lactées, puisque ces sortes d'animaux ne sauroient vivre si long-temps sans alimens.

Enfin il ne sera pas permis de révoquer en doute la répletion des intestins si l'on fait attention au période du vomissement que j'ai remarqué varier dans les animaux, suivant leur différente grandeur, selon la grande ou la petite quantité d'alimens que je leur faisois prendre; & enfin suivant la situation de

la ligature ; par exemple, les chats vomissent plutôt que les chiens, parmi ceux-ci les plus petits ; parmi les animaux de même grandeur ceux qui mangent le plus ; & enfin parmi ceux qui étoient à peu près de la même grandeur & qui avoient mangé également, ceux-là étoient plutôt attaqués du vomissement auxquels la ligature étoit plus haute.

Il ne me reste à présent que de satisfaire à deux objections qu'on a coutume de proposer, & qui semblent en quelque maniere favoriser le mouvement antipéristaltique, c'est, dit-on, qu'il conste par les observations de plusieurs auteurs, que les lavemens & les suppositoires ont été rendus par le haut dans le *miserere*. Je réponds premiérement pour ce qui est des lavemens qu'on peut expliquer facilement leur retour vers l'estomac par les seules machines que j'ai déja établies, en supposant un obstacle à l'anus qui empêche les matieres contenues d'être mises dehors, & le canal intestinal rempli jusqu'au ventricule ; car pour lors si l'on force extérieurement l'obstacle, & que l'on injecte un lavement, comme ensuite il ne peut plus sortir, & qu'il distend davantage les membranes des intestins, il faut que le diaphragme & les muscles de l'abdomen s'appliquant successivement sur eux & sur l'estomac en tâchant de mettre dehors les parties du lavement mêlées avec les matieres fécales, ils les fassent remonter ensemble vers le haut avec d'autant plus de facilité qu'elles ont déja reçu cette détermination de mouvement & que la valvule du colon se trouve ouverte & abaissée par le fluide qui en remplit la cavité.

La difficulté sera plus grande du côté des suppositoires : en effet, il semble qu'ayant leur sortie libre vers l'anus, ils doivent plutôt être chassés dehors que d'entrer dedans le rectum, ou quoiqu'ils entrent dans le rectum, qu'ils doivent demeurer à l'endroit de l'obstruction, tant à cause de leur masse lourde & pesante qu'à raison de leur solidité qui ne leur permet pas d'obéir facilement aux deux pressoirs supposés. Quoique ce fait paroisse suspect à ceux même qui soutiennent le mouvement antipéristaltique, il ne sera pourtant pas mal aisé d'en rendre raison si l'on fait attention à ce qui se passe quelquefois dans ceux qui sont constipés, à la figure circulaire des boyaux, à leur dilatation & leur plénitude.

On remarque dans la constipation que si ayant déja fait sortir des excrémens endurcis, on contracte le sphincter & les releveurs de l'anus, on ajoute pour lors de nouvelles forces à la contraction du diaphragme & des muscles du bas-ventre, & on met entiérement dehors les excrémens; que si au contraire on vient à relever & serrer l'anus dans le temps qu'ils sont prêts à sortir, on sent qu'ils entrent en-dedans avec beaucoup de précipitation, de sorte que la même cause qui dans le premier cas sert à l'expulsion des excrémens, les fait rentrer dans ce dernier avec beaucoup de violence, sans qu'il soit besoin d'aucun mouvement antivermiculaire du rectum; cela se déduit aisément de la différente maniere dont s'applique le sphincter sur les excrémens endurcis; si c'est sur l'extrêmité inférieure, il faut nécessairement qu'ils entrent en-dedans; si c'est

ſur la ſupérieure, ils devront être pouſſés dehors à peu près comme nous chaſſons un corps gliſſant contenu dans la main tantôt par un bout, tantôt par l'autre, ſuivant la différente maniere dont s'applique ſur ſa ſurface le mouvement de nos doigts. Dans la paſſion iliaque le ſuppoſitoire eſt quaſi tout à fait introduit dans la cavité de l'inteſtin rectum; donc toute la force du ſphincter doit faire ſon effort ſur ſon extrêmité inférieure, & en même temps les releveurs venant à agir devront le chaſſer vers le haut; mais comme l'inteſtin rectum eſt enflammé, & par conſéquent plus ſenſible que dans l'état naturel, les irritations ſeront auſſi plus grandes, les influx d'eſprits plus abondans; & enfin les contractions du ſphincter & des releveurs de l'anus plus violentes; donc le fil auquel le ſuppoſitoire eſt attaché ſe rompra, comme le rapporte *Mathæus*, *de gradibus*, & le ſuppoſitoire ſera porté bien avant dans le rectum, & juſqu'au commencement du colon; delà il pourſuivra ſa route vers le cæcum, tant à cauſe de la détermination du mouvement qu'il conſerve encore dans cet inteſtin, que parce que le conduit inteſtinal ſe trouve fort dilaté par la grande quantité de matieres fluides au milieu deſquelles il gliſſe avec beaucoup de facilité. La gravité du ſuppoſitoire ne doit point être un obſtacle à ſon retour, puiſque les inteſtins font pluſieurs circonvolutions dans l'abdomen, d'où il ſuit que tantôt il monte contre ſon propre poids, tantôt il tombe par ce même poids vers le ventricule, ainſi il paroît indifférent pour le faire monter ou deſcendre. Au ſurplus comme il conſte en Phyſique que les

corps reçoivent du mouvement par rapport à leur masse, & que les suppositoires en ont beaucoup, ils doivent aussi recevoir une plus grande quantité de mouvement par les contractions des muscles du bas-ventre ; de sorte que leur solidité & leur masse semblent favoriser leur passage bien loin de s'y opposer ; enfin il passera du colon dans l'ileum par une détermination perpendiculaire, nonobstant le sac du cæcum horizontal ; si nous supposons que ce cul-de-sac est comblé & que la valvule du colon est ouverte par la quantité du fluide dont les intestins sont remplis, comme je l'ai dit ci-dessus.

Mais si par les raisons que je viens de rapporter l'on cesse d'accuser l'estomac & les intestins de tant de maux qu'ils produisoient, combien doivent craindre ces restaurateurs d'un ancien systême pour tous les bons effets qu'ils leur attribuent ; ils sont, disent-ils, les auteurs de la digestion, c'est par la force extraordinaire de leurs fibres qu'ils operent ce grand ouvrage, c'est l'estomac d'abord qui, par les secousses continuelles & violentes, divise, atténue & brise les alimens en des molécules très-subtiles, qui ensuite acquierent la derniere dissolution & perfection dans les intestins par la contraction réitérée de sa tunique musculeuse ; cette opinion paroît fort vraisemblable du premier coup d'œil & a de fort anciens priviléges, elle pêche pourtant par une trop grande crédulité pour les anciens auteurs qui l'avoient autrefois enseignée, & par un défaut d'attention sur ceux qui l'avoient renouvellée dans ce dernier siecle, ce qu'un Académicien (1) de cette Société a

(1) M. Astruc.

prouvé dans une aſſemblée publique, en démontrant la fauſſeté du calcul exorbitant de *Pitcarnius*; mais après tout je ne doute point que s'ils veulent jetter les yeux ſur ces viſceres dans les animaux vivans, ſans qu'il ſoit beſoin d'aucune démonſtration géométrique, ils ne ſe détrompent de leur préjugé, & ne reviennent d'une erreur d'autant plus préjudiciable qu'elle ſe préſente à eux ſous un beau dehors & avec une apparence de vérité preſque ſenſible.

F I N.




WIDENER LIBRARY
HX IMXI C

